Fiche élève **Le coffret en forme de pyramide** **2nde**

Un artiste propose un emballage pour un nouveau produit : un coffret en forme de pavé droit sera placé à l'intérieur d'une pyramide à base carrée.

On souhaite déterminer le volume maximal du pavé droit que l'on peut placer dans la pyramide .

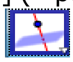
On désignera par SPQRT la pyramide de sommet S et ABCDEFGH le pavé droit à l'intérieur.
SPQRT est une pyramide telle que SQ = SR = ST = SP, sa base carrée de centre I a pour côté 6 cm. La hauteur [IS] mesure 12 cm.

Partie A : Expérimentation avec GéoGébra 3D

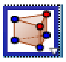
Etape 1 : construction de la pyramide

1°) Ouvrir le logiciel GéoGébra en faisant apparaître la fenêtre 3D ainsi que la fenêtre 2D côte à côte. Dans Options, puis Etiquetage, sélectionner « seulement les nouveaux points ».
2°) Dans la fenêtre 2D, construire un carré PQRT de côté 6 et de centre I.
3°) Dans la fenêtre 3D, créer le sommet S=(3,3,12) de la pyramide tel que SI = 12 puis construire la pyramide  SPQRT.

Etape 2 : construction du pavé droit à l'intérieur de la pyramide

1°) Dans la fenêtre 3D, créer le point E sur l'arête [PS] (« point sur objet »)puis créer le plan  passant par les 3 points P, Q, R et tracer la droite orthogonale  au plan (PQR) passant par E. Noter A le point d'intersection entre la droite et le plan.

2°) Dans la fenêtre 2D, terminer la construction du carré ABCD de centre I.

3°) Dans la fenêtre 3D, créer le prisme  droit de base ABCD et dont E est « un premier point du couvercle ».

Etape 3 : affichage de mesures

1°) Dans la fenêtre 3D, créer la droite (SI) et son intersection M avec la face EFGH du prisme.

2°) Faire afficher la distance SM ainsi que le volume du pavé ABCDEFGH avec 

Etape 4 : construction d'une table de valeurs

1°) Fermer la fenêtre 2D, ouvrir le tableur (Affichage/tableur). Abaisser le point E en P.

2°) Créer le point N dans le champ de saisie avec comme abscisse la longueur SM et comme ordonnée le volume (utiliser la lettre qui apparaît dans la fenêtre d'algèbre).

3°) Remplir le tableur avec les coordonnées de N lorsque E va de P vers S. Pour cela, faire un clic droit sur N dans la fenêtre d'algèbre et sélectionner « Enregistrer dans tableur » puis remonter le point E vers S.

Etape 5 : construction de la courbe représentant le volume

1°) Fermer la fenêtre 3D, ouvrir une nouvelle fenêtre 2D « graphique2 ». Mettre en place un repère permettant de représenter les points obtenus dans le tableur.

2°) Sélectionner les deux colonnes A et B du tableur, puis clic droit sur une des cellules et « créer une liste de points ».

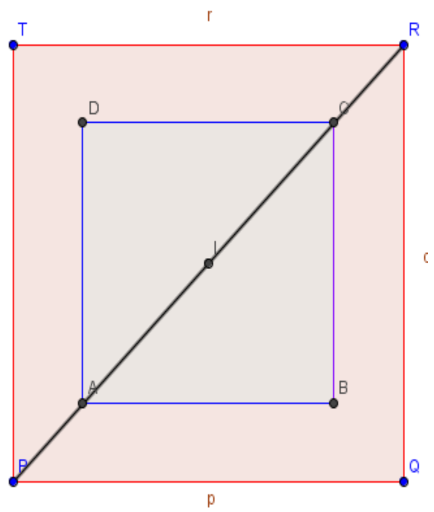
3°) Conjecturer la position de M qui réalise le volume maximal.

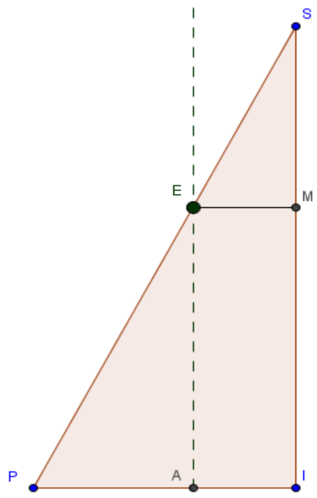
Partie B : Démonstration

On pose SM = x.

1°) Quelles sont les mesures de longueurs nécessaires au calcul du volume du pavé droit ABCDEFGH ?

2°) En exploitant les figures ci-dessous, déterminer ces mesures en fonction de x.





3°) Etablir que le volume du pavé droit ABCDEFGH est la fonction V(x) = $3x^2 - \frac{1}{4}x^3$ pour x réel de l'intervalle [0 ; 12].

4°) Construire sa courbe représentative à l'aide du logiciel GéoGébra dans une nouvelle fenêtre. Vérifier qu'elle correspond à la courbe obtenue dans la partie expérimentale.

5°) Déterminer l'expression de V(8) - V(x). Factoriser cette expression à l'aide de la partie « calcul formel » de GéoGébra. En déduire le signe de V(8) - V(x) pour $x \in [0;12]$.

6°) Conclure.