

Café de l'IMT

05/12/2013

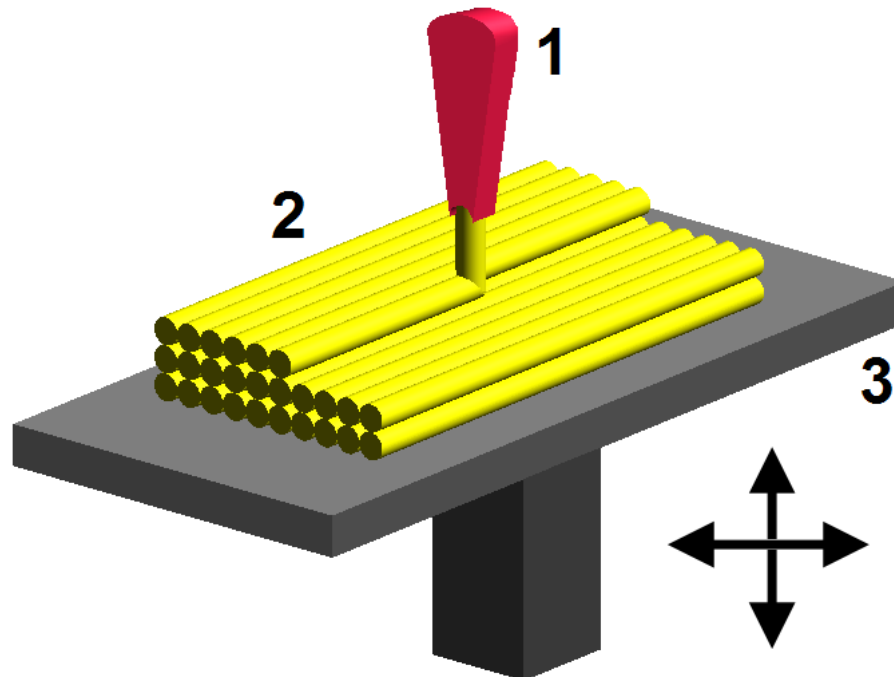
Impression 3D et objets mathématiques

- Impression 3D : une rapide définition (cf démo)
- Quelles connexions/liens avec les objets mathématiques :
Historique et sources d'inspirations
- Focus sur le sphéroforme de Meissner :
retour d'expérience, interactions entre
mathématiciens, informaticiens, dans le cadre du
Fablab UPS

- Impression 3D : une rapide définition (cf démo)

Impression tridimensionnelle (cf wikipedia)

L'impression tridimensionnelle (ou impression 3D) est une technique de fabrication additive développée pour le prototypage rapide. Trois technologies principales coexistent : le FDM (Fuse Deposition Modeling : modelage par dépôt de matière en fusion), la stéréolithographie (SLA) (une lumière UV solidifie une couche de plastique liquide) et le frittage sélectif par laser (un laser agglomère une couche de poudre).



Quelles connexions/liens avec les objets mathématiques : Historique et sources d'inspirations

Mathématiques:

- Café de l'IMT, 17 Mai 2013 : Objets convexes avez vous une âme ? (JBHU)
- <http://virtualmathmuseum.org/>
- <http://momath.org/gallery/>
- <http://vmm.math.uci.edu/3D-XplorMath>

L'art mathématique, sculptures, design :

- <http://www.georgehart.com>
- <http://bathsheba.com/> [Bathsheba Grossman]
- <http://www.ponoko.com/showroom/Dizingof/profile> [Asher Namias]
- <http://www.thingiverse.com/search/page:2?q=math+art&sa=>

Fablab, Impression 3D & recherche:

- **Hod Lipson (Cornell) : The future of 3D printing « Analog to Digital »**
<http://www.cs.technion.ac.il/Seminars/Pixel/Lectures2010/LipsonDec28.html>
http://creativemachines.cornell.edu/Rapid_Assembler
<http://www.youtube.com/watch?v=-szjlhVMGh4>
- **Neil Gershenfeld (MIT) : « How to Make Almost Anything »**
<http://cba.mit.edu/docs/papers/12.09.FA.pdf>
<http://vimeo.com/12768578>

Café de l'IMT, 17 Mai 2013 : Objets convexes avez vous une âme ? (JBHU)

The screenshot shows a web browser displaying a page for the 'Colloque JBMU 2010' held at the IMT of Bayonne from October 25 to 27, 2010. The main article is titled 'LE SOLIDE DE MEISSNER...' and includes a 3D rendering of the Meissner solid. The text discusses an open problem: '... Un problème ouvert ! "Quel est le corps convexe d'épaisseur constante en 3D qui serait de volume minimal ?" Il est conjecturé depuis 75 ans qu'il s'agirait du convexe de E. Meissner, introduit par ce mathématicien dans les années 1910. À l'occasion des 60 ans de JBHU, nous avons fait fabriquer ce solide... Le résultat : une pièce unique inscrite dans une sphère de 30 cm de diamètre et réalisée à partir :

- des coordonnées fournies par Edouard Oudet (Université de Savoie),
- de la programmation CAO de Florian Bugarin (Ecole des Mines d'Alta-Carnaux).

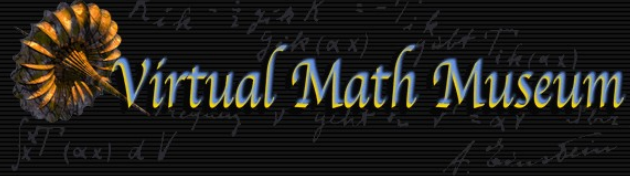
Réalisation en résine BMS460 par le CIRTES grâce à son procédé de Stratoconception © Le CIRTES, Centre européen de prototypage et d'outillage rapide, est situé depuis 1991 au cœur du bassin industriel de Saint-Denis-les-Verges, il possède aussi une antenne dans le Sud-Ouest de la France à Carmaux.

This collage features several images related to the Meissner solid. At the top right, it says 'Cafés de l'IMT perso.math.univ-toulouse.fr/les-cafes-de-l-imt/'. The main text reads: 'Les Cafés de l'IMT, vendredi 17 mai 2013 Jean-Baptiste Hiriart-Urruty Objets convexes avez-vous donc une âme ?'. The images include: a 20pence coin with a crown and the number '1998'; a white resin model of the Meissner solid on a tiled floor; a natural grey rock with moss on a grassy field; a white resin model of the Meissner solid on a tiled floor; a close-up of several metal Meissner solids used as gears in a mechanical assembly; and a colorful 3D model of the Meissner solid with a rainbow gradient.

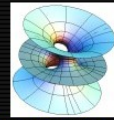
Cédric Villani et le sphéroforme de Meissner.



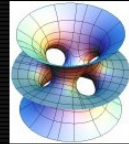
Photo: Jérôme Bonnet pour Télérama.



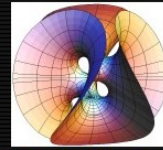
Minimal Surfaces (H=0)



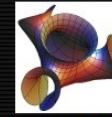
Costa Surface



Costa-Hoffman-Meeks Surface



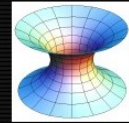
Chen Gackstatter



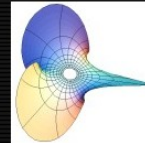
Catenoid-Enneper



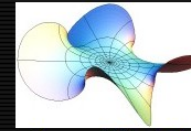
Helicoid-Catenoid



Catenoid



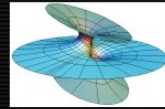
Inverted Boys Surface



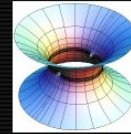
Kusner (Dihedral Symmetric)



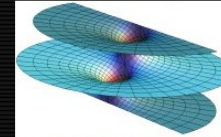
Henneberg Surface



Lopez-Ros No-Go Theorem



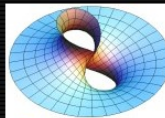
Schoen No-Go Theorem



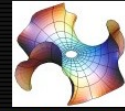
Riemann's Surface



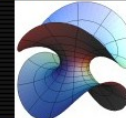
Enneper Surface



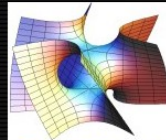
Planar Enneper



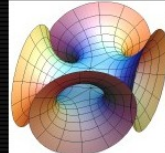
Wavy Enneper Surface



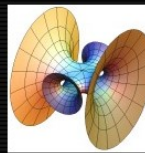
Double Enneper



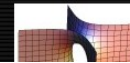
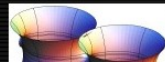
Twisted Scherk

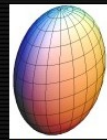


Skew 4-noid

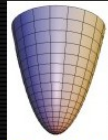


Symmetric 4-noid

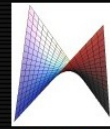




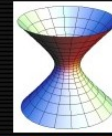
Ellipsoid



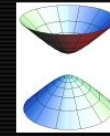
Paraboloid



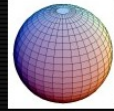
Hyperbolic Paraboloid



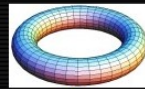
Hyperboloid of One Sheet



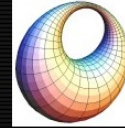
Hyperboloid of Two Sheet



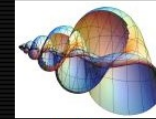
Sphere



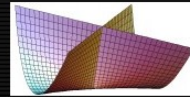
Torus



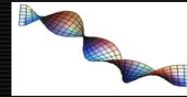
Cyclide



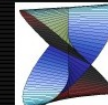
Snailshell



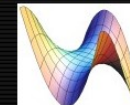
Whitney Umbrella



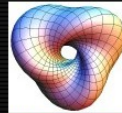
Dirac Belt



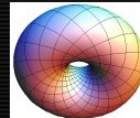
Right Conoid



Monkey Saddle



Bianchi-Pinkall Flat Tori

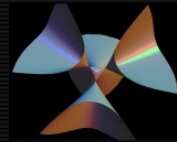


Clifford Torus

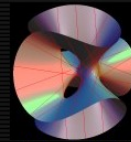


Hopf Fibered Linked Tori

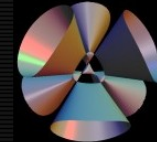
Algebraic Surfaces



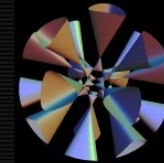
Cayley Cubic



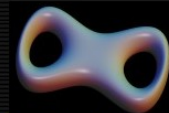
Clebsch Cubic



Kummer Quartic



Barth Sextic



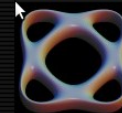
Bretzel2 implicit surface



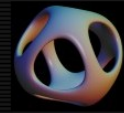
Pretzel surface



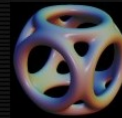
Pilz surface



Bretzel5 implicit surface



Orthocircles



Deco-Cube Implicit Surface

<http://momath.org/gallery/>



http://vmm.math.uci.edu/3D-XplorMath

The screenshot shows a Mozilla Firefox browser window displaying the 3D-XplorMath download page. The browser's address bar shows the URL `vmm.math.uci.edu/3D-XplorMath/Downloads/download.html`. The page content includes the 3D-XplorMath logo, navigation links (Home, 3D-XplorMath-J, Features, Download, Documentation, Virtual Math Museum), and a section titled "3D-XplorMath Download Page". The text on the page states that the software is available without charge and provides instructions for downloading, including a link to the "3D-XplorMath ReadMe File" and a link to the "3D-XplorMath 10.8.1.dmg" file. A "3D-XplorMath-J" section follows, describing the Java version and the double-clickable jar file. A small "Downloaded from TopShareware" badge is visible at the bottom left of the page content.

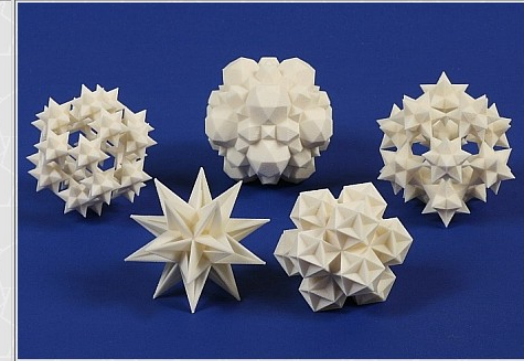
Overlaid on the right side of the browser window is a smaller application window titled "Surface de Boy (Bryant Kusner)". This window displays a 3D visualization of Boy's surface, a complex mathematical surface with three-fold rotational symmetry. The surface is rendered with a grid of lines and a color gradient ranging from blue to yellow. The application window has a menu bar with options: Fichier, Galeries, Surfaces non orientables, Documentation, Actions, Réglages, Vue, Animation.

Boy's surface

<https://www.youtube.com/watch?v=9gRx66xKXek>
<https://www.youtube.com/watch?v=H2mOz4JUJzs>

Here is a set of reconstructions of geometric sculpture designs by Morton Bradley.

More information about these forms and Bradley's original work, and the stl files to make your own copies of these, are available [here](#).



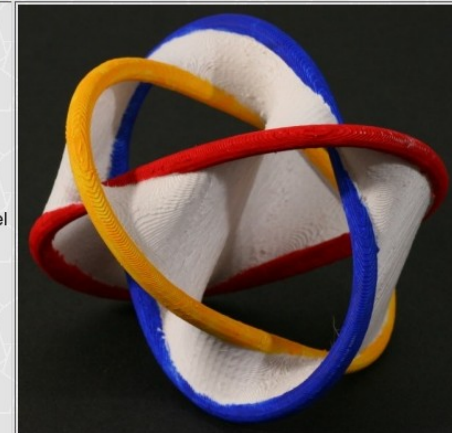
Here are some solids of constant width. They generalize the Reuleaux triangle to 3D. If you put one between two parallel planes, its width is 1 inch, no matter what direction you measure. If they are resting on a flat table, you can put a sheet of glass on top of them and it slides around while staying perfectly level. An infinite number of such shapes are possible and I just chose three different shapes that I like.

You can make your own with these stl files: [1](#), [2](#), [3](#).



4

This is a Seifert surface based on the Borromean rings. It started out all white and I painted the three rings in the primary colors. The rings are locked together but no two are linked. The surface spans them like a soap film. It has a 3-fold axis of symmetry and is a very cool thing to examine in your hands. The stl file is on [my Replicator page](#). (Although the Replicator can build with two materials at once, this model uses just one material, so it can be made on any 3D printer.)





Home

Metal Shop

- Sculpture
- Mini Sculpture
- Math
 - Mini Math
- Jewelry
- Biomorphs

Crystal Shop

- Astronomy
- Biology
- Physics & More

Gallery

Downloads

About the Artist

Contact

Shopping Cart

Here are some mathematical objects made by the same metal-printing process as my [sculpture](#). I've also rendered some [laser-etched math models](#).

Mini Math

Pocket art: the same designs at smaller size and price.

Technique

How are they made?



[Klein Bottle Opener](#)



[Borromean Rings](#)



[The 120-Cell](#)



[The 600-Cell](#)



[The 24-Cell](#)



[The Snub 24-Cell](#)



[The Gyroid](#)



[Schwarz' D-surface](#)

Is there something you'd like to see here?
Please [write](#).

More math models are now available in
plastic at [Shapeways](#).

About Purchasing



Visa, MasterCard, and American Express are accepted online via a secure server. If you prefer to pay offline, please [call](#) or [email](#).

All artworks are guaranteed, and may be returned undamaged within 30 days for a full refund.

Get Your Laser Cutting Orders Delivered Before the Holidays! [December 10 deadline details >](#)

Dizingof aka Asher Nahmias

Says:



Tools

- Contact designer
- Get Showroom RSS Feed

Ask Us

Get Your Laser Cutting Orders Delivered Before the Holidays! [December 10 deadline details >](#)

Shop


The Showroom [Buying FAQs](#)

Design your own products with Ponoko
All prices are in US\$ and exclude shipping costs


Dizingof showroom [Back to main showroom](#)

[Product plans](#) [Free plans](#) [All items](#) [Profile](#)

Tri Klein Bottle - Math Art By Dizingof USD \$25.00 [Buy files now >](#)



There are 6 photos for this item



Beauty & Mathematics.

Size: 150x58x133mm
Thickness: 1.3-mm
Volume: 30 cubic cm

http://www.youtube.com/watch?v=eYe_gmZQSHE

3D Print it with fine detail plastics or Gold Plated Brass, Silver etc..

Dizingof aka Asher Nahmias

[Share this](#)

Announcement

Order any of my design files and make a tangible copy for yourself, friends & family - using Ponoko 3D printing service or by using your Home 3D Printer. (Non Commercial License)

Got a question? - email me >> order @ 3dizingof.com (no spaces)

Read all about the Designer, interviews, reviews etc - Click on the Profile Tab!

Ponoko experience:

Joined: 14 Oct, 09
Currently selling: 294 design files
Giving away: 13 items

Tools:

- Contact designer
- Get Showroom RSS Feed


Tags:

- dizingof (all)
- Klein bottle (all)
- Math Art (all)

Ask Us

http://www.thingiverse.com/search/page:2?q=math+art&sa=

Puzzle Knot
by SteedMaker
Jun 5, 2013



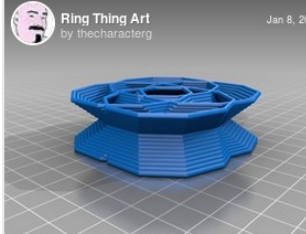
♥ 16 📖 13 💬 3

Cryptex 300 Combinations!
by SokiWorksMagi
Apr 30, 2010




♥ 13 📖 4 💬 3

Ring Thing Art
by thecharacterg
Jan 8, 2013




♥ 2 📖 1 💬 0

George Hart's 3D Sculptu...
by MaskedRetriever
Jan 20, 2011



♥ 80 📖 23 💬 2

Game Board - Modular - T...
by HoogieBoy
Apr 12, 2011




♥ 17 📖 4 💬 5

GÅmbÅrc
by seanmichaelragan
Jul 19, 2011




♥ 14 📖 3 💬 6

Penrose Snap Tiles
by emmett
Jan 18, 2012



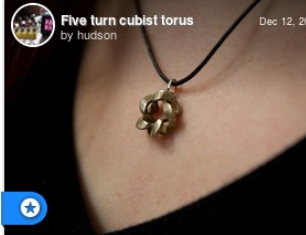
♥ 71 📖 20 💬 2

3 legged chair
by sirmakesalot
Jun 3, 2012



♥ 3 📖 1 💬 1

Five turn cubist torus
by hudson
Dec 12, 2012



♥ 90 📖 56 💬 0

Parametric Menger Sponge
by nicholasclewis
Dec 27, 2010



♥ 16 📖 10 💬 1

Square of Spheres
by rubenB
Feb 2, 2013



♥ 12 📖 8 💬 2

Superegg
by AlWallace
Feb 10, 2013



♥ 10 📖 6 💬 1

Top



boy

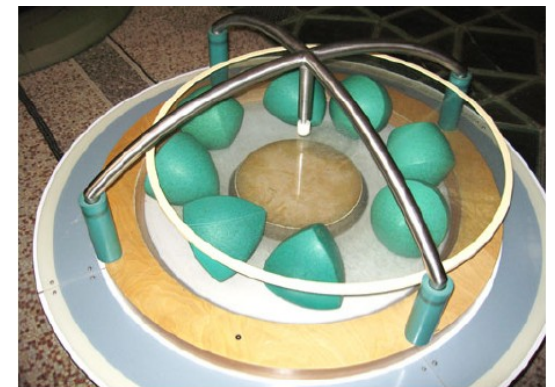
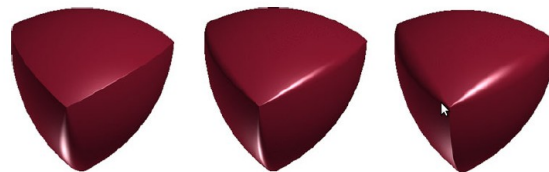
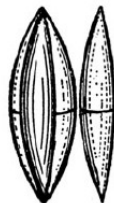
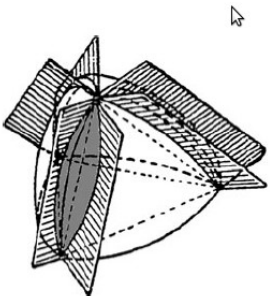
Tout surligner Respecter la casse

Fablab universitaire: Conjecture mathématique & impression 3D !

Théorie fondamentale → Modélisation & description 3D → Impression 3D.

Le solide ou sphéroforme de Meissner

Université Paul Sabatier / DTSI / David Tsang-Hin-Sun & Joseph Saint-Pierre



Théorie fondamentale

Préambule : Objets convexes de largeur constante(2D)

(P₁₆) Théorème de W. Blaschke et H. Lebesgue. *Parmi les convexes C de largeur constante l , les disques de diamètre l sont ceux d'aire maximale, les triangles de REULEAUX sont ceux d'aire minimale. On a ainsi l'encadrement suivant de l'aire $\mathcal{A}(C)$ de C :*

$$\frac{\pi - \sqrt{3}}{2} l^2 \cong 0,7048 l^2 \leq \mathcal{A}(C) \leq \frac{\pi}{4} l^2 \cong 0,7854 l^2. \quad (21)$$

Il y a eu, historiquement, plusieurs démonstrations de ce théorème (voir [9], [18], [20], [36]); une récente utilisant le calcul des variations est due à E. HARRELL, [27]; une autre utilisant les résultats et techniques du Contrôle optimal est due à T. BAYEN (voir [6]). Par rapport aux disques, les triangles de REULEAUX ont une aire inférieure d'environ 10%.

A l'aide des polygones curvilignes de REULEAUX, construits comme le triangle de REULEAUX mais à partir d'un polygone à $2k + 1$ côtés, on a une gradation croissante de l'aire de ces polygones dans la plage indiquée par (21); cf. Figure 3.

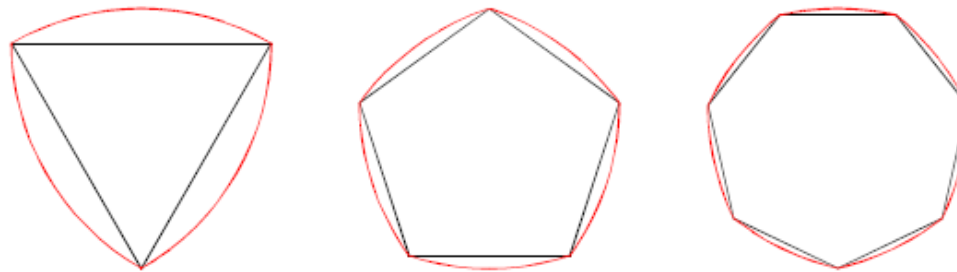


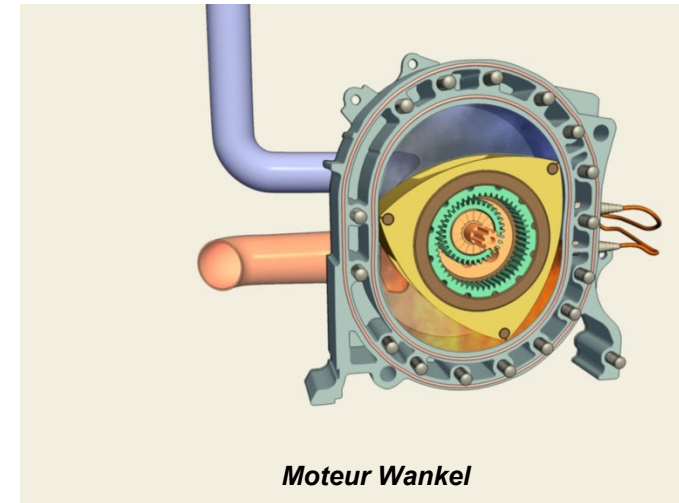
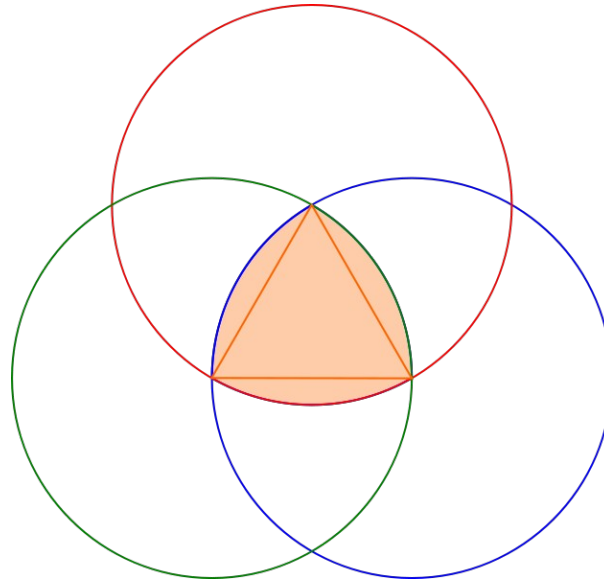
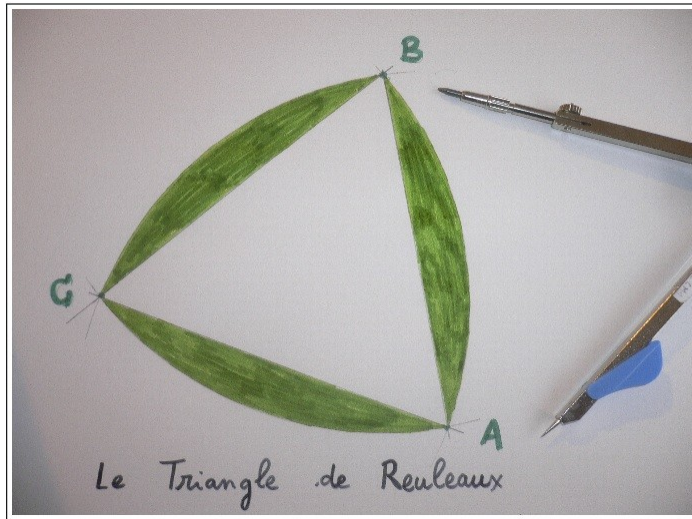
FIGURE 3 – polygones de REULEAUX impairs \mathcal{P}_N de largeur constante 1, et dont l'aire est donnée par : $\mathcal{A}(\mathcal{P}_N) = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{N}{\pi} \tan\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right)$: $\mathcal{A}(\mathcal{P}_3) \approx 0.704$, $\mathcal{A}(\mathcal{P}_5) \approx 0.758$, $\mathcal{A}(\mathcal{P}_7) \approx 0.771$.

Cf T.Bayen et J.-B Hiriart-Urruty « Objets convexes de largeur constante (en 2D) ou d'épaisseur constante (en 3D) : du neuf avec du vieux. »

<http://www.math.univ-toulouse.fr/~jbhu/Annales%20sci%20math%20quebec.pdf>

Théorie fondamentale

Préambule : Objets convexes de largeur constante(2D)



Cf <http://images.math.cnrs.fr/Le-triangle-de-Reuleaux.html>

Le triangle de Reuleaux (2D) est simple à réaliser, à imprimer en 2D

Le passage en 3D est plus complexe ...

Théorie fondamentale

(Q₁₂) **Le sphéroforme de E. MEISSNER.** Il y a des sphéroformes de même épaisseur que le sphéroforme de REULEAUX et qui ont un volume inférieur (donc sans la propriété de symétrie axiale, cf. (Q₁₁)). Le *sphéroforme de MEISSNER*, introduit dans les années 1911, est de ceux-là. *Il est à ce jour celui parmi les sphéroformes celui qui a le plus petit volume connu*, donc un candidat tout trouvé pour être minimiseur du volume parmi tous les sphéroformes.

- Le sphéroforme de MEISSNER peut être construit de la manière suivante : à partir d'un tétraèdre régulier, on construit un convexe compact K dont la frontière est constituée de morceaux de sphères comme on fait à partir d'un triangle équilatéral pour arriver au triangle curviligne de REULEAUX ; ensuite, on “rabote” K là où cela est nécessaire pour faire de ce convexe compact un sphéroforme. Voici la construction de MEISSNER : considérons la réunion E de 3 arêtes curvilignes issues d'un même sommet de K ; alors

$$C := K \cap [\cap_{x \in E} \overline{B}(x, l)]$$



est un convexe compact d'épaisseur constante l . Il y a d'ailleurs deux manières de raboter ainsi, conduisant à deux variantes du sphéroforme de MEISSNER, de même volume.

Cf T.Bayen et J.-B Hiriart-Urruty « Objets convexes de largeur constante (en 2D) ou d'épaisseur constante (en 3D) : du neuf avec du vieux. »

<http://www.math.univ-toulouse.fr/~jbhu/Annales%20sci%20math%20quebec.pdf>

Théorie fondamentale

- Le sphéroforme de MEISSNER, comme déjà dit, ne jouit d'aucune symétrie de révolution. Il n'a pas non plus toutes les symétries du tétraèdre régulier.
- Pour une épaisseur l fixée à 1, le sphéroforme de MEISSNER a un volume égal à $\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi\sqrt{3}}{4} \arccos(\frac{1}{3}) \cong 0,42$; par rapport à la boule de diamètre 1, cela fait une réduction de volume d'environ 20%. Quant à l'aire surfacique, celui du sphéroforme de MEISSNER est de $2\pi - \frac{\pi\sqrt{3}}{2} \arccos(\frac{1}{3}) \cong 2,93$ (cf. Théorème de BLASCHKE en (Q₁₀)) ; par rapport à la boule de diamètre 1, cela fait une réduction d'aire surfacique d'environ 7%.

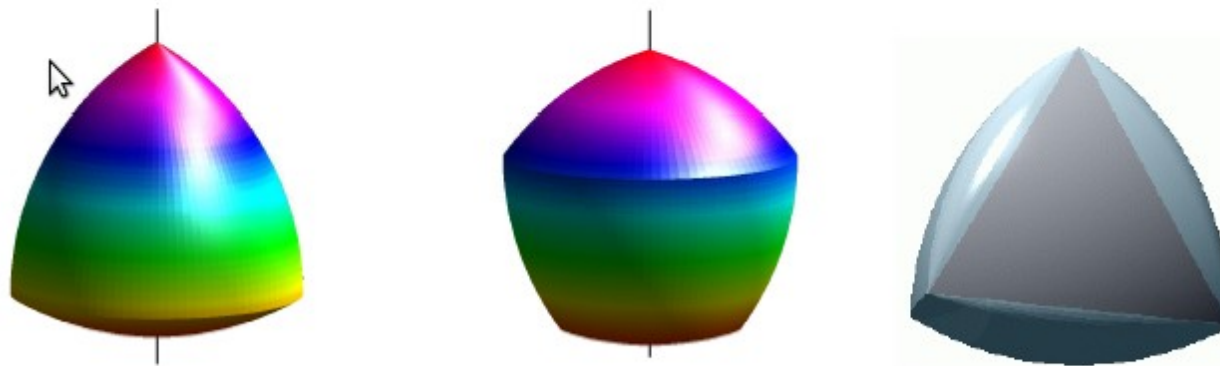


FIGURE 7 – *Trois sphéroformes : le triangle de REULEAUX et le pentagone de REULEAUX tournés autour de leur axe de symétrie de révolution ; le solide de MEISSNER.*

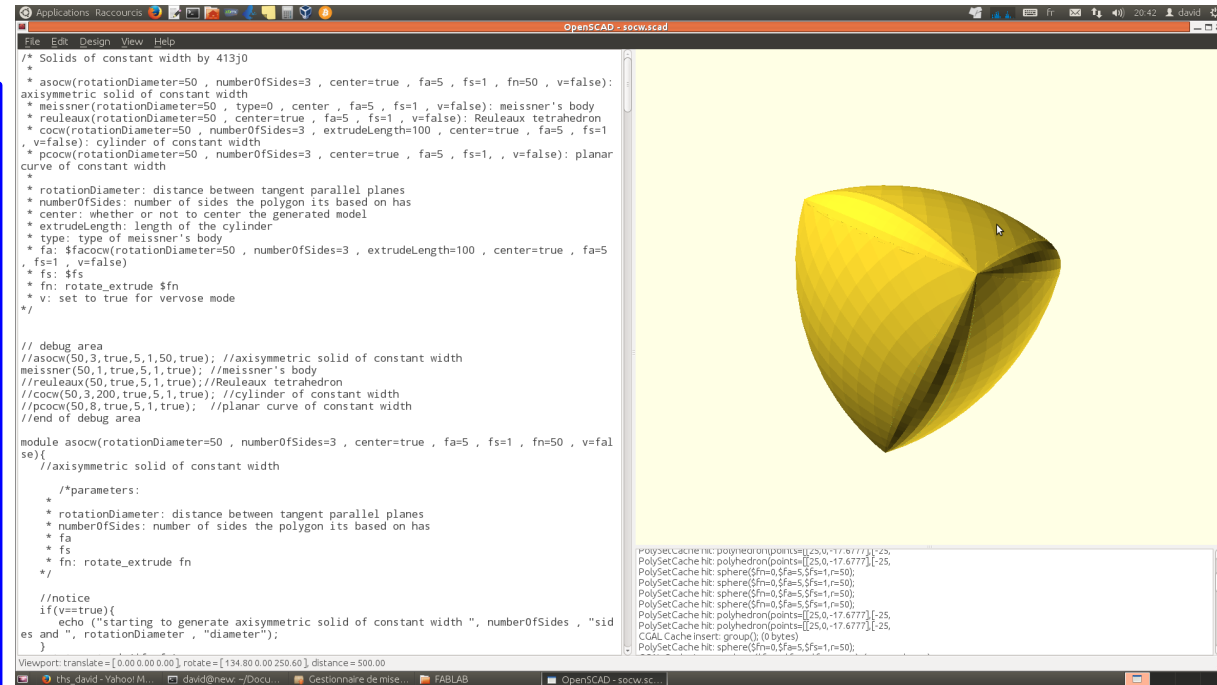
Cf T.Bayen et J.-B Hiriart-Urruty « Objets convexes de largeur constante (en 2D) ou d'épaisseur constante (en 3D) : du neuf avec du vieux. »

<http://www.math.univ-toulouse.fr/~jbhu/Annales%20sci%20math%20quebec.pdf>

Modélisation & description 3D

Openscad (modélisation)

PolySetCache hit: rotate_extrude(convexity=1,\$fn=0,\$fa=12,
PolySetCache hit: sphere(\$fn=0,\$fa=5,\$fs=1,r=50);
PolySetCache hit: sphere(\$fn=0,\$fa=5,\$fs=1,r=50);
PolySetCache hit: sphere(\$fn=0,\$fa=5,\$fs=1,r=50);
PolySetCache hit: sphere(\$fn=0,\$fa=5,\$fs=1,r=50);
PolySetCache hit: polyhedron(points=[[25,0,-17.6777],[-25,
PolySetCache hit: polyhedron(points=[[25,0,-17.6777],[-25,
PolySetCache hit: projection(cut=true,convexity=0){multmat
PolySetCache hit: square(size=[100,100],center=false);
PolySetCache hit: rotate_extrude(convexity=1,\$fn=0,\$fa=12,
PolySets in cache: 5
PolySet cache size in bytes: 607208
CGAL Polyhedrons in cache: 29
CGAL cache size in bytes: 39840800
Compiling design (CSG Products normalization)...
Normalized CSG tree has 15 elements
CSG generation finished.
Total rendering time: 0 hours, 1 minutes, 3 seconds



```
module reuleaux(rotationDiameter=50 , center=true , fa=5 , fs=1 , v=false){
//Reuleaux tetrahedron

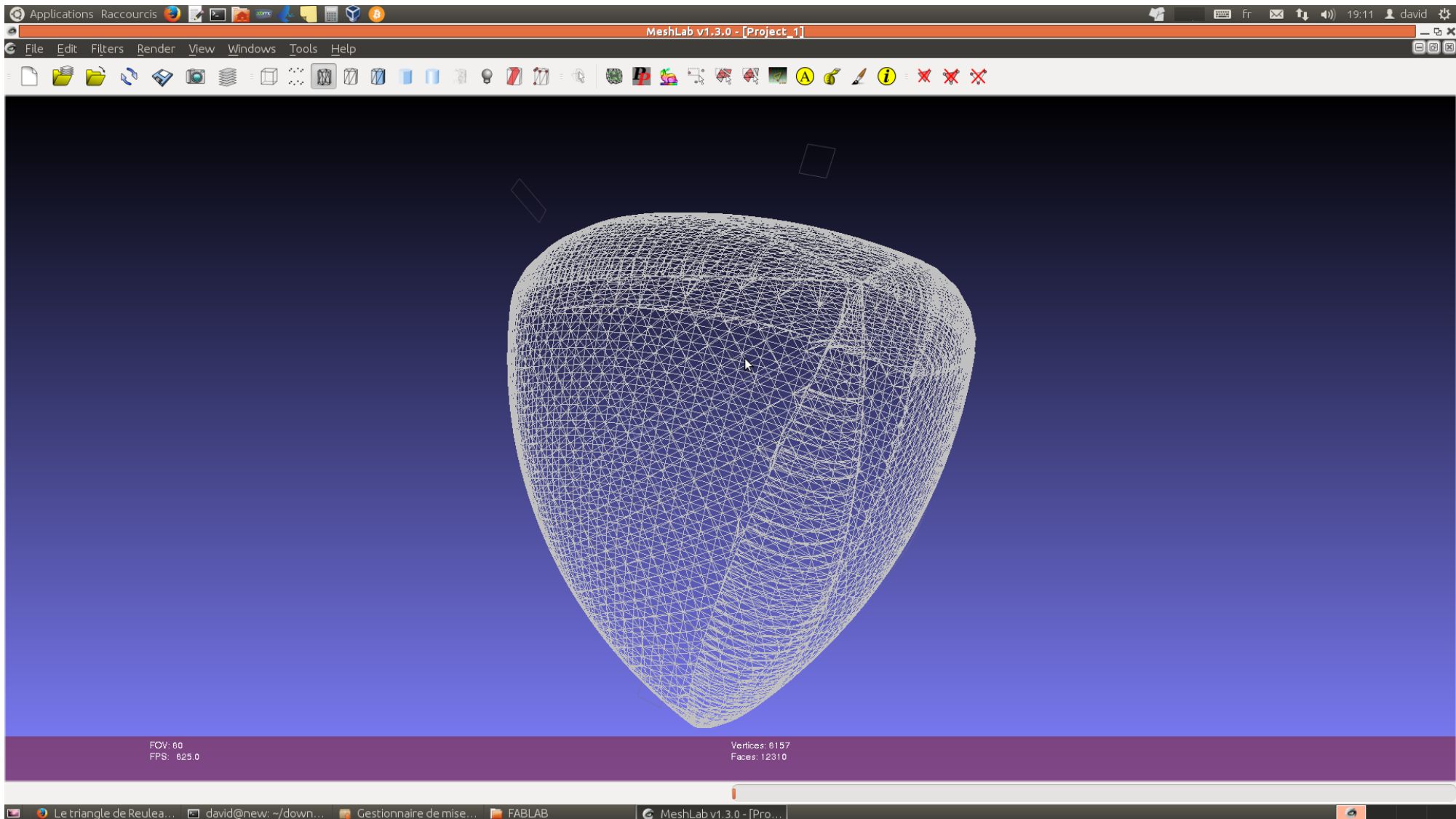
/*parameters:
*
* rotationDiameter: distance between tangent parallel planes
* center: whether or not to center the generated model
* fa
* fs
*/

//settings
$fa=fa;
$fs=fs;

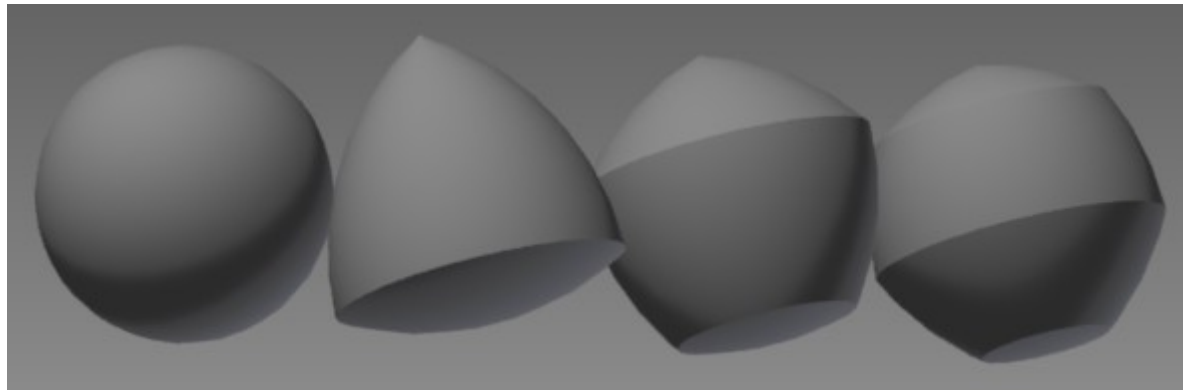
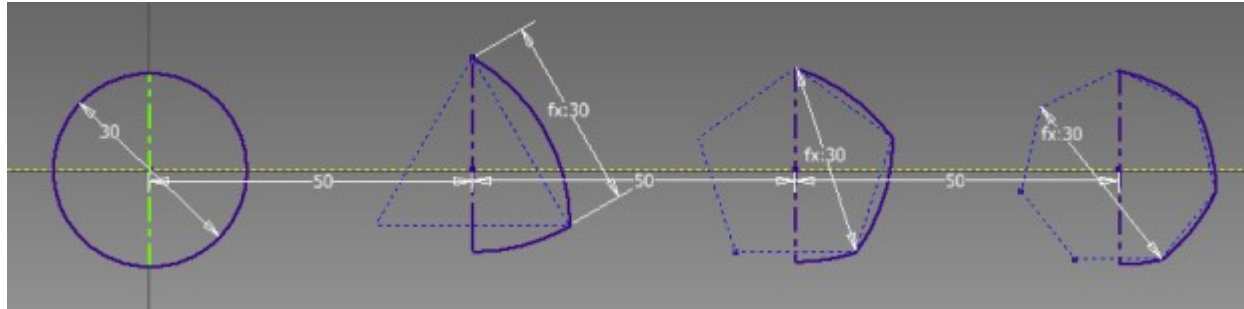
// vertex calculation
vertex=[
[ (0.5*rotationDiameter), 0, ((-1/(sqrt(2))))*0.5*rotationDiameter], //right
[ (-0.5*rotationDiameter), 0, ((-1/(sqrt(2))))*0.5*rotationDiameter], //left
[ 0, (0.5*rotationDiameter), ((1/(sqrt(2))))*0.5*rotationDiameter], //back
[ 0, (-0.5*rotationDiameter), ((1/(sqrt(2))))*0.5*rotationDiameter], //front
];
```

Modélisation & description 3D

Meshlab & visualisation
(format STL compatible imprimante 3D)



Modélisation & description 3D



Références:

Openscad: The Programmers Solid 3D CAD Modeller

<http://www.openscad.org/> <http://www.thingiverse.com/thing:65983>

The Convex Geometry toolbox (Matlab):

http://www-ljk.imag.fr/membres/Edouard.Oudet/research/ConvGeomToolbox/ConvGeomToolbox_n.php

Matlab & Reuleaux sphéroformes:

<http://exploreideasdaily.wordpress.com/2013/03/19/>

https://www.dropbox.com/s/sigv0mlxo8fc4id/reuleaux_spheres_matlab.zip

Impression 3D

