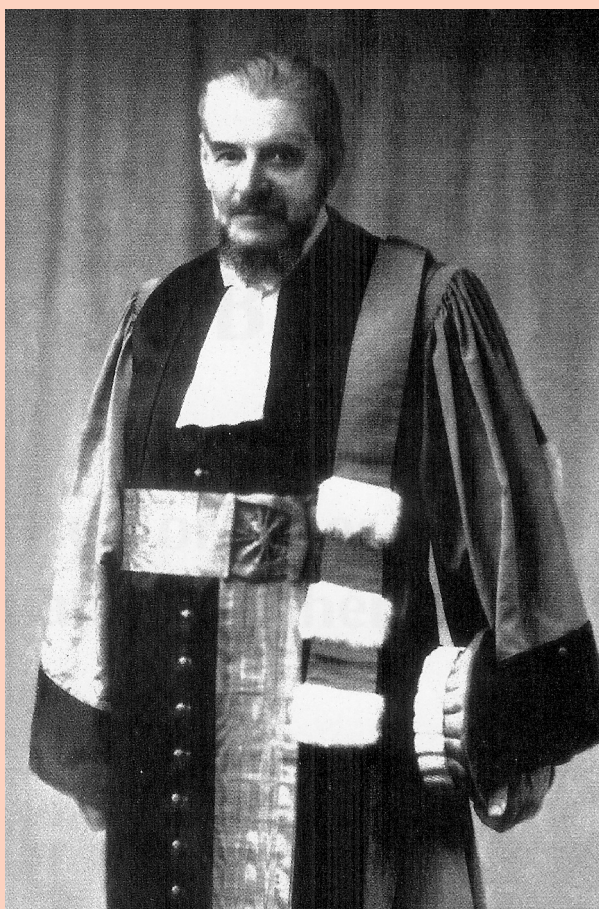


# Louis Bachelier

## 11 mars 1870 – 28 avril 1946

Incroyable destinée, pour un mathématicien contemporain, que celle de Bachelier, qui fut d'abord déconsidéré, qui obtint son premier poste fixe à l'université (de Besançon) à 57 ans, et ne devint célèbre que 20 ans après sa mort. L. Bachelier naquit au Havre, dans une famille habituée aux affaires bancaires et commerciales. Il fit des études sans éclat, puis soutint son doctorat sous la direction de Poincaré le 29 mars 1900, avec seulement la mention « honorable », sous le titre « Théorie de la spéculation ». Ce travail, qui a pour objet l'application du calcul des probabilités aux opérations de la Bourse, est suivi de nombreux autres notes, mémoires et ouvrages originaux sur les probabilités, rédigés malgré la situation très précaire de leur auteur.

La thèse de Bachelier contient, et cela de trois façons différentes, la première théorie mathématique du mouvement brownien (cinq ans avant Einstein). Ainsi, en utilisant une terminologie moderne, le mouvement brownien est vu tour à tour comme le processus à accroissements indépendants et homogènes dont les trajectoires sont continues, comme le processus à temps continu limite de marches au hasard symétriques, et enfin comme le processus de Markov dont l'équation « forward » de Kolmogorov est l'équation de la chaleur. Bachelier procède à une étude « fine » des trajectoires du mouvement brownien trente ans avant Paul Lévy, à l'aide du principe de réflexion, de la propriété de Markov forte.



On peut interpréter cette thèse comme le confluent de deux traditions apparemment très éloignées. La première, qui sert de ligne directrice mathématique à son auteur, est celle de la physique mathématique française de J. Fourier, de G. Lamé et évidemment de H. Poincaré. Bachelier tire d'ailleurs explicitement ses analogies (tel le rayonnement de la probabilité) de ces idées. La seconde, ce sont les modèles de raisonnement tacites des spéculateurs en Bourse qu'on trouve, sous des expressions certes moins formalisées, dans la seconde moitié du XIX<sup>e</sup> siècle. Ainsi un ouvrage de Jules Regnault de 1863 renferme-t-il déjà, en termes plus « littéraires », le cadre conceptuel de l'application du calcul des probabilités aux opérations de Bourse, notamment le fait que « l'écart pris sur un grand nombre d'opérations est en raison

directe de la racine carrée du temps ».

Bachelier a été méprisé, fort peu lu et encore moins compris, et il en a beaucoup souffert : Gevrey et P. Lévy ont cru (à tort) qu'il s'était grossièrement trompé ; seul Kolmogorov a reconnu la profondeur de ses travaux, dans les années trente. Or, non seulement, sa thèse était remarquable, mais ses recherches ultérieures l'étaient quelquefois encore davantage et passèrent à peu près inaperçues, malgré un certain soutien de Poincaré.

Par exemple, son mémoire de 1906 donne-t-il les définitions de grandes classes de processus aléatoires apparus par la suite : processus à accroissements indépendants, processus de Markov, processus d'Ornstein-

Uhlenbeck. Ces définitions apparaissent comme conséquences d'une théorie plus générale : celle des équations différentielles stochastiques que Bachelier développe ici, sans toute la rigueur à laquelle nous sommes habitués maintenant, à l'aide d'un vocabulaire issu des jeux de hasard. Deux fonctions jouent un rôle central dans son mémoire, la première, appelée espérance relative à une partie est le terme de « drift » de l'équation différentielle stochastique, alors que la seconde, appelée fonction d'instabilité relative à une partie, est évidemment le coefficient de diffusion de cette même équation. Bachelier raisonne plutôt en trajectoire : ses équations définissent bien un mouvement, en cela il fait penser à Langevin (1908), puis à Ito et Lévy, plus tard.

L. Bachelier a en outre introduit une théorie intéressante de la « probabilité inverse » et de la « probabilité des causes », c'est-à-dire de l'estimation statistique, qu'il a d'ailleurs reprise dans un traité de calcul des probabilités, aussi clair que remarquable, publié en 1912.

N.B. Pour toutes précisions, voir Courtault J.-M. & Kabanov Y. (dir), Louis Bachelier. Aux origines de la finance mathématique, Besançon, Presse de l'université de Franc-Comtoises 2002.

L. CARRARO, P. CRÉPEL

### Pour en savoir plus

BACHELIER (L.), « Théorie de la spéculation », *Annales de l'Ecole Normale Supérieure*, **17**, p. 21-86 (1900).

BACHELIER (L.), « Théorie des probabilités continues », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, **2**, p. 259-327 (1906).

BACHELIER (L.), *Calcul des probabilités*, Gauthier-Villars, Paris (1912).

GOBET (E.), Les mathématiques appliquées au coeur de la finance, *Images des mathématiques* (2004).

REGNAULT (J.), *Calcul des chances et philosophie de la Bourse*, Mallet-Bachelier, Paris (1863).