IMAGES DES MATHÉMATIQUES

GASPARD MONGE

le beau, l'utile et le vrai

le 24 décembre 2011

DISCUSSION SUR L'ARTICLE !

Gaspard Monge

le 24 novembre 2011 à 09:52, par Thomas Boulier

Bonjour,

J'avais assisté à l'ENS à la conférence en question. Je l'avais énormément appréciée (depuis, Monge fait partie de mes modèles scientifiques), et c'est avec joie que j'ai donc lu cet article !

Je n'ai pas grand chose à redire dans l'ensemble... Je me contenterai donc juste de vous dire les quelques points où j'ai dû relire les lignes pour mieux comprendre :

sur les défilements : « Pour chaque côté du polygone, considérez le plan vertical passant par ce côté et faites-le basculer progressivement autour de ce côté jusqu'au moment où il touche une colline avoisinante sur laquelle des ennemis peuvent se placer. »
sur les surfaces développables : « Imaginez un plan Pt dans l'espace qui varie en fonction d'un paramètre (...) l'enveloppe de la famille de plans Pt. »

Bien qu'il y ait déjà beaucoup de figures, il me semble qu'à ces deux endroits un petit schéma supplémentaire serait le bienvenu. Ou alors, pour la première phrase, une référence anticipée aux figures qui suivent ; il est vrai qu'elle sont expliquées en détail quelques lignes plus bas, mais à la première lecture on accroche un peu à cet endroit...

Encore bravo et merci pour cet article.

Cordialement,

Thomas Boulier

Gaspard Monge

le 27 novembre 2011 à 19:12, par Étienne Ghys

Merci pour ce commentaire sympa. En effet, je pense avoir mis pas mal de figures... C'est presque une bande dessinée :-) Je vais essayer de faire une référence anticipée ou peut-être changer la place d'une figure ou deux.

Etienne

Gaspard Monge

le 24 novembre 2011 à 11:23, par Bruno Belhoste

L'article est « beau, utile, vrai » et tout à fait très intéressant. Je suis ravi d'avoir pu le lire. Voici quelques remarques, qui pourraient contribuer à le rendre encore meilleur, me semble-t-il.
Sur le fond, il manque quand même la géométrie descriptive, injustement méprisée aujourd'hui, je veux dire pas seulement la mention de l'ouvrage tiré des cours de l'Ecole normale de l'an III, mais aussi, au moins de manière plus explicite, l'esprit de la géométrie descriptive. La géométrie descriptive de Monge est tout à la fois une « géométrie rationnelle », selon la formule de Dupin (comment penser les objets dans l'espace et travailler sur eux sans les outils analytiques, comme c'est très bien expliqué dans l'article à propos des surfaces développables) et une technique de représentation graphique (par la méthode des projections et l'usage des courbes génératrices pour la représentation des surfaces) que Monge a conçu à partir des procédés de la coupe des pierres et qui lui a permis dès son arrivée à Mézières de résoudre sur le plan coté la question du défilement évoquée au début de l'article. Il me semble qu'un petit développement mettant en rapport toutes ces questions serait heureux, car tout se tient, et cela d'autant que c'est la géométrie descriptive qui est historiquement à l'origine du renouveau de la géométrie au début du XIXe siècle, via les cours de Monge à l'X et à l'Ecole normale, et en particulier de l'essor de la géométrie projective (via également le débat sur le principe de continuité).
Deux observations de détail :
Sur le rappel historique. Les dates de naissance des grands acteurs (Louis XV etc.) me paraissent beaucoup moins utile que les dates de règne ou de régime (Ier République, 1792-1799, Consulat et Empire, 1799-1815, Restauration, 1814-1830).

Sur la datation du mémoire sur les surfaces développables. Il est postérieur à celui d'Euler (il a été présenté à l'Académie des sciences en 1775 et publié en 1780) et Monge lui-même déclare qu'il connaît le travail d'Euler et que c'est cette lecture qui l'a inspiré.
Merci en tout cas pour ce bel article d'histoire des mathématiques.
Cordialement,
Bruno Belhoste

Gaspard Monge

le 27 novembre 2011 à 19:24, par Étienne Ghys

Merci pour ce commentaire, qui fait chaud au cœur puisqu'il vient d'un spécialiste de Monge ! Je commence par les deux observations de détail. Oui, bien sûr, elles sont pertinentes et je vais en tenir compte.

Pour la géométrie descriptive, c'est plus compliqué... Bien sûr — c'est indiscutable — ça manque à mon texte. D'un autre côté, mon texte est déjà long, peut-être trop long, et il n'a pas vocation à être exhaustif. Mais c'est vrai, parler de Monge sans parler de géométrie descriptive, c'est une erreur. Je vais essayer de rédiger un petit paragraphe, nécessairement court, sur cette question. Par contre, je ne peux pas aborder ce commentaire :

« *c'est la géométrie descriptive qui est historiquement à l'origine du renouveau de la géométrie au début du XIXe siècle, via les cours de Monge à l'X et à l'Ecole normale, et en particulier de l'essor de la géométrie projective (via également le débat sur le principe de continuité).* »

En effet, je pense que mes lecteurs n'ont pas la moindre idée de ce que peut-être le principe de continuité et je n'ai pas l'intention de leur expliquer cela en quelques lignes (par ailleurs, un article de IdM en cours de rédaction discutera un peu de cette question). De plus, cette influence de la géométrie descriptive sur la géométrie algébrique est par définition postérieure à Monge et n'est donc pas dans mon sujet !

Je vais faire pour le mieux !

Encore merci,

Etienne

Gaspard Monge

le 28 novembre 2011 à 17:38, par Guillaume Jouve

Bonjour,

Je trouve cet article d'une clarté remarquable, notamment dans l'exposition des concepts mathématiques en jeu. Il y a certes beaucoup d'images mais elles sont bien choisies et éclairantes.
Je trouve juste une petite ambiguïté sur la formulation de la définition de l'équisécante. Ma question est sans doute naïve, mais si je comprends bien une équisécante coupe la réunion « déblai / remblai » en deux parties de même aire (et non pas le déblai seul puis le remblai seul).

Je partage la remarque de Bruno Belhoste sur le fait qu'un bref développement sur l'esprit de la géométrie descriptive enrichirait positivement l'article.

Concernant les équations aux dérivées partielles, le terme de « pionnier » est peut-être un peu fort dans la mesure où D'Alembert, Euler, Lagrange et quelques autres se sont intéressés au sujet quelques décennies avant Monge. L'approche privilégiée par Monge dans ce domaine, à l'aide de surfaces, est en revanche plus nouvelles.

Un dernier détail : je pense qu'il serait plus clair de mettre dans la parenthèse au début à côté du titre du mémoire sur les déblais et les remblais (présenté en 1776, publié en 1781).

Merci à Etienne pour ce bel article. J'ai hâte de lire les divers articles « compagnons » évoqués.

Guillaume Jouve

Gaspard Monge

le 28 novembre 2011 à 18:39, par Étienne Ghys

Secret : je tremblais en me demandant ce que penseraient les historiens de ce texte, alors je bois du petit lait ! Merci !

— équisécante : oui il peut y avoir ambiguïté. Je vais tourner la phrase différemment.

— géométrie descriptive : hier soir, j'ai ajouté un petit paragraphe, que je voulais court, et une citation en « bloc dépliant ».

— pionnier ? Je ne sais pas ? J'ai mis « l'un des quelques pionniers » et je ne pense pas que cela remette en cause le fait que D'Alembert et d'autres étaient également des pionniers ? Il y avait beaucoup de pionniers lors de la conquête de l'Ouest :-)

— Pour les dates du mémoire, OK je vais faire comme suggéré.

— Pour l'article compagnon, faut que je m'y mette... Vacances de Noël ???

Encore merci,

Etienne

Gaspard Monge

le 28 novembre 2011 à 22:44, par Marie Lhuissier

J'espère que je n'arrive pas trop tard...
J'ai lu cet article avec beaucoup d'intérêt, d'autant plus que je ne connaissais ni la vie ni la personnalité de Gaspard Monge.
Quelques remarques éparses, plus ou moins superficielles (dans l'ordre du texte) :

Rappel des évènements politiques : il y a une sorte de doublon

Section sur les sufaces développables :
J'ai lu cet article sans savoir ce qu'est une surface développable, et j'avoue que je n'ai pas très bien compris.

« Euler se demande quelles sont les surfaces qu'on peut recouvrir par du papier sans faire de plis »
— > qu'on peut recouvrir localement par des petits bouts de papier ? ou globalement, par une seule portion (connexe) du plan ? [ex : le cône ou le cylindre se recouvrent « en une fois », mais j'ai l'impression que ce n'est pas le cas de la surface hélicoïdale présentée dans la vidéo]
« On qualifie aujourd'hui ces surfaces de développables puisqu'on peut les développer sur un plan. »
— > « développer sur un plan » ne m'évoquant rien, cette phrase ne m'éclaire pas vraiment
Qu'est-ce que « développer » ou « expliquer » une surface sur un plan ? La projeter sur un plan de façon « assez rigide » ? La cartographier de manière « satisfaisante » ?
L'exemple du mouchoir (objection de Lebesgue) m'a un peu gênée : 1. En quoi est-ce évident qu'un mouchoir est une surface développable ? Est-ce la même chose de recouvrir par du papier ou par du tissu ? Il me semble que non : un mouchoir peut être tordue en une surface sans pli que l'on n'arrivera jamais à obtenir avec du papier. 2. En quoi exhiber un mouchoir revient-il à proposer d'étudier des surfaces non régulières ? Un mouchoir (à moins que vous ayez réussi à plier le tissu, ce qui n'est pas facile) est une surface régulière, non ?
A la fin de la section sur les surfaces développables, vous dites que Monge et Euler ont trouvé toutes les sufaces régulières développables (mais qu'ils n'ont pas examiné le cas des surfaces non régulières). Puis, dans la section suivante, vous parlez de la tôle ondulée, et de surfaces régulières, développables, et non réglées. Donc il manquait finalement à Euler et à Monge un peu plus qu'une hypothèse de régularité, non ?
Remarque : Wikipédia ne m'aide pas beaucoup, puisqu'une surface développable y est

définie comme une surface réglée vérifiant certaines propriétés…

Le dernier paragraphe de la section « Le mémoire sur les déblais et les remblais » m’a paru très obscur. Bon, c’est normal, c’est une invitation à lire l’autre article…

Dans la conclusion : troisième point
« Comme disait Taton, « Monge est le premier mathématicien moderne dont l’activité professorale fut aussi riche en résultats que son œuvre écrite ». »
J’aurais aimé que vous expliquiez en quoi ce fait constitue pour vous une leçon. L’enseignement moderne peut-il profiter de l’exemple de Monge ?

Et enfin : je n’ai pas trouvé les crédits images…

Malgré toutes ces remarques, sachez que je vous lis toujours avec le même plaisir.

Marie

Gaspard Monge

le 29 novembre 2011 à 00:07, par Étienne Ghys

Un grand merci également. Ces commentaires montrent que je dois reprendre quelques explications. La difficulté pour moi sera d’expliquer mieux sans allonger trop le texte. Je vais essayer.

Je reprends les commentaires un à un :

— *« Rappel des évènements politiques : il y a une sorte de doublon ».*

Oui j’ai remarqué ça aujourd’hui et c’est déjà corrigé.

— *« qu’on peut recouvrir localement par des petits bouts de papier ? »*

Bien vu ! en effet toute la discussion est locale et j’aurais dû le dire. Euler et les autres ne pensaient à ces questions que localement. Je vais expliquer ça.

— *« développer sur un plan » ne m’évoquant rien, cette phrase ne m’éclaire pas vraiment*
Qu’est-ce que « développer »

Eh bien, mon dictionnaire français me donne une définition qui va bien avec ce que je veux dire : voir http://www.cnrtl.fr/definition/développer Par exemple, je lis « Étendre, étaler (ce qui est enveloppé, roulé ou plié). Développer un rouleau de tissu, un parchemin. » Peut-être que je mettrais en note en bas de page une explication pour dire cela, que développer, c’est en quelque sorte le contraire de envelopper. Je ferai pour le mieux.

— ou « expliquer » une surface sur un plan ? La projeter sur un plan de façon « assez rigide » ? La cartographier de manière « satisfaisante » ?

Je peux bien sûr donner une définition mathématique : une surface S est développable s'il existe une application f : S —> R^2 qui est une isométrie : pour toute courbe tracée dans S, la longueur de c est égale à celle de f(c). Peut-être en bas de pages ? Je ferai pour le mieux également.

— 1. En quoi est-ce évident qu'un mouchoir est une surface développable ? Est-ce la même chose de recouvrir par du papier ou par du tissu ? Il me semble que non : un mouchoir peut être tordue en une surface sans pli que l'on n'arrivera jamais à obtenir avec du papier.

C'est une question de physique ! C'est pas moi qui le dit, c'est Lebesgue… Sérieusement, ce serait peut-être plus clair avec une feuille de papier chiffonnée. Je vais ajouter quelque chose pour expliquer tout ça.

— Un mouchoir (à moins que vous ayez réussi à plier le tissu, ce qui n'est pas facile) est une surface régulière, non ?

Ben, si on regarde bien un mouchoir, qui ne sort pas du fer à repasser, il est plein de points singuliers, de fronces et autres. Pas régulier tout ça !!! OK je parlerai plutôt de la feuille chiffonnée. Bien vu.

— Puis, dans la section suivante, vous parlez de la tôle ondulée, et de surfaces régulières, développables, et non réglées.
Donc il manquait finalement à Euler et à Monge un peu plus qu'une hypothèse de régularité, non ?

Alors, je n'ai pas été clair en effet. Pour Monge et Euler, les hypothèses implicites qu'ils utilisent est l'analyticité : à l'époque toutes les fonctions sont analytiques. les exemples de Lebesgue sont C0 et ceux de Nash sont C1. Va falloir que je dise ces choses sans entrer trop dans les détails.

— Le dernier paragraphe de la section « Le mémoire sur les déblais et les remblais » m'a paru très obscur. Bon, c'est normal, c'est une invitation à lire l'autre article…

En effet, là je dégage en touches…

— « Comme disait Taton, « Monge est le premier mathématicien moderne dont l'activité professorale fut aussi riche en résultats que son œuvre écrite ». »
J'aurais aimé que vous expliquiez en quoi ce fait constitue pour vous une leçon. L'enseignement moderne peut-il profiter de l'exemple de Monge ?

Alors, je vais expliciter l'implicite ! Je vais dire un peu plus ce qu'il y a derrière cette phrase, même si je serai le premier visé... Ce qui est visé, ce sont les chercheurs CNRS, supposés meilleurs que leurs collègues enseignants chercheurs et qui n'enseignent pas. Ce qui est visé, c'est le fait que dans l'Université d'aujourd'hui, si un mathématicien est très bon, on lui procure des décharges d'enseignement etc... J'essaierai de dire cela de manière claire et non polémique. Mais je suis d'accord que sous la forme actuelle, seuls les pros pouvaient comprendre la critique du système universitaire actuel.

— Crédits images ? Eh bien, en effet, je constate qu'ils n'apparaissent pas dans l'espace de relecture ! Pourtant ils sont présents lorsque je clique sur « prévisualiser ».

Un grand merci pour cette lecture ! les autres relecteurs, peut-être parce qu'ils sont historiens, savaient déjà ce qu'est une surface développable. Les surfaces développables étaient au programme quand j'étais en maths sups si je me souviens bien. C'est bien de me rappeler que ce n'est pas si simple !

Je ferai ces modifs dans le texte demain, ou plus précisément aujourd'hui : il est minuit !

Merci

Etienne

Gaspard Monge

le 29 novembre 2011 à 14:36, par Étienne Ghys

Voilà, j'ai fait quelques modifications. J'espère qu'elles sont satisfaisantes ?

Etienne

Gaspard Monge

le 29 novembre 2011 à 16:38, par Marie Lhuissier

Les modifications éclairent tout à fait les points qui m'avaient paru obscurs.

Une chose me chiffonne encore (mais je pinaille peut-être un peu) : quand vous parlez de la régularité des surfaces, vous utilisez le mot « régularité » comme une notion intuitive -une surface peut être plus ou moins régulière- sauf qu'à un moment vous définissez : « des

surfaces qui ne sont pas régulières, c'est-à-dire qui n'ont pas de plan tangent. » On comprend mal alors comment une surface peut être plus ou moins régulière...
Vous pourriez peut-être réécrire la phrase de manière à ce que ça ne ressemble pas à une définition.

Sinon, bravo encore pour ce bel article, et merci pour les modifications.

Marie

Gaspard Monge

le 29 novembre 2011 à 19:31, par Étienne Ghys

C'est là encore une bonne remarque. Le public auquel je cherche à m'adresser ne comprend pas le mot régularité et il ne sais pas que les matheux y mettent un sens ... qui dépend du matheux... L'échelle C1, C2, ... C\infty était complètement étrangère à Monge, bien sûr, mais même aujourdhui, on s'amuse beaucoup entre C1 et C2 (j'ai moi-même joué à ce jeu), qu'il s'agisse de Hölder, de Sobolev et tutti quanti... Je vais réfléchir : soit j'éjecte ce mot du texte, soit je le laisse mais avec une mise en garde.

Merci encore pour ce précieux commentaire..

Etienne

Gaspard Monge

le 30 novembre 2011 à 17:43, par Étienne Ghys

Voilà, j'ai essayé de clarifier (un peu) ce que le mot régularité signifie...

Etienne

Gaspard Monge

le 30 novembre 2011 à 21:51, par Marie Lhuissier

Ca me convient parfaitement !

Marie