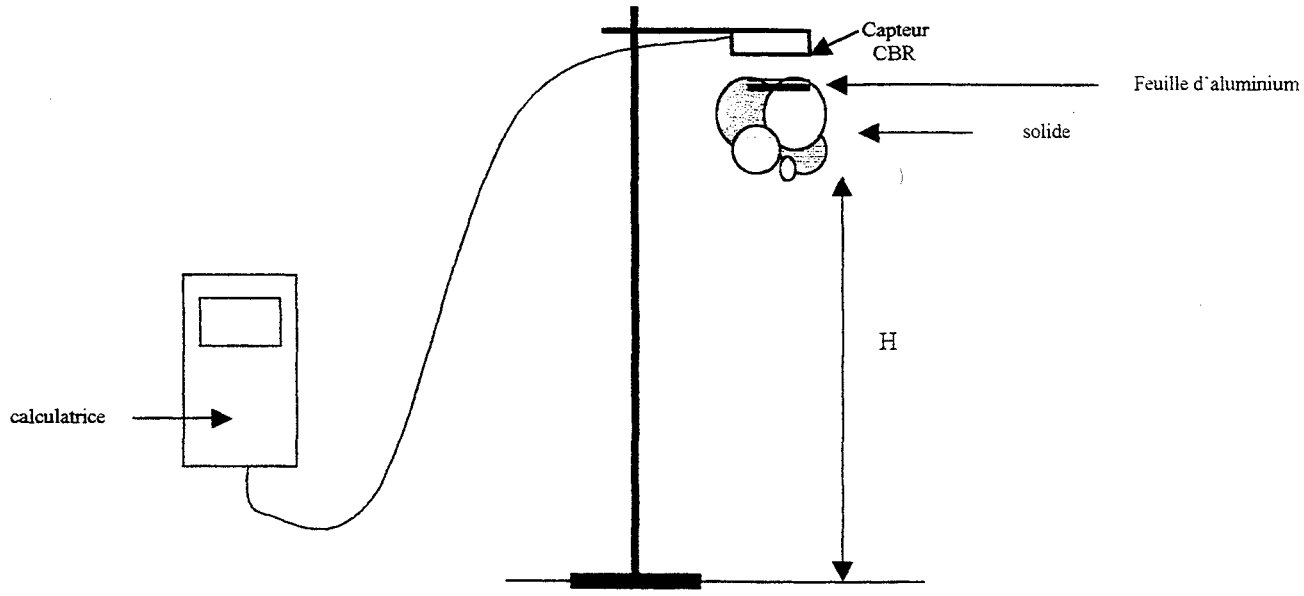
CHUTE D'UN SOLIDE DANS L'AIR ET METHODE D'EULER

A- OBJECTIFS :

- Enregistrer à l'aide d'un sonar (capteur CBR) relié à une calculatrice, le mouvement d'un solide lâché dans l'air : on obtient les graphes des positions et des vitesses du solide en fonction du temps ;
- Utiliser la méthode numérique d'Euler pour résoudre l'équation différentielle du mouvement.
- Confronter les résultats numériques et expérimentaux.

B- CHUTE D'UN SOLIDE DANS L'AIR AVEC DES FORCES DE FROTTEMENT :

1)Dispositif expérimental :



Le solide est un « œuf Kinder » qui peut être lesté par des petits cailloux. Il est fixé sous 4 ballons de baudruche ronds. Deux des ballons sont plus gonflés et placés au-dessus des deux autres : diamètre des plus gros :16 cm ; diamètre des plus petits 13 cm.
Une feuille de papier aluminium est fixée sur la partie supérieure de l'ensemble, afin de mieux réfléchir les ultra-sons émis par le sonar.

L'ensemble occupe un volume **V = 6,6 L**

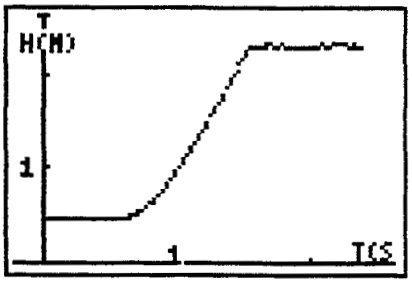
La masse des ballons vides +la masse d'air contenue dans les ballons + la masse de l'œuf, de la feuille d'aluminium et des élastiques de fixation est égale à : **m = 25 g**

Le programme enregistré dans la calculatrice :

- paramètre le sonar ou capteur CBR, pour mesurer et enregistrer les positions H du solide au cours de sa chute : 120 mesures toutes les 0,02 s
- calcule les valeurs de la vitesse instantanée prise par le solide.
- permet de tracer les courbes de la position et de la vitesse expérimentales en fonction du temps : h= f(t) et v =g(t)

2)Etude expérimentale de la chute :

On enregistre la chute de ce solide avec le programme « ***chute*** » : 120 mesures sont faites, toutes les 0.02 s.

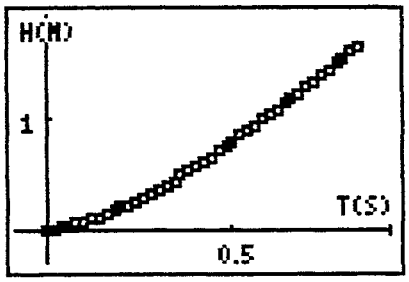


La courbe présente 3 phases :
- avant la chute : immobilité par rapport au capteur et au sol
- la chute
-après la chute

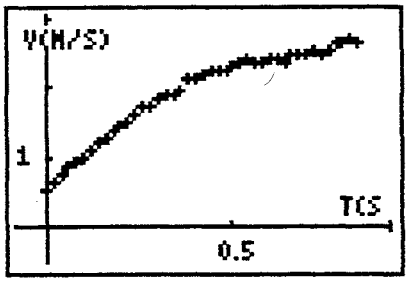
Seule la phase de chute est intéressante : nous la sélectionnons avec le programme « ***select*** »
Nous retrouvons dans les listes de la calculatrice les valeurs du temps t, de la hauteur de chute h et de la vitesse v :

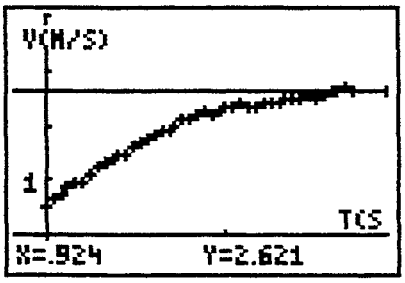
Temps t (s)		Hauteur de chute parcourue h (m)		Vitesse v (m /s)	
0.001	0.439993	0	0.581726	0.370413	2.10879
0.019996	0.459983	0.00878	0.623436	0.434519	2.16809
0.039996	0.479983	0.017561	0.668436	0.5488	2.23162
0.059996	0.499983	0.030732	0.712336	0.66315	2.21791
0.079992	0.519983	0.043904	0.757336	0.73187	2.24506
0.100001	0.539983	0.060368	0.802336	0.89136	2.305
0.120001	0.559983	0.079027	0.849536	0.93295	2.36349
0.139997	0.579973	0.097686	0.896736	0.97883	2.39676
0.159997	0.599973	0.11854	0.945026	1.0976	2.35512
0.180006	0.619973	0.14159	0.991126	1.21137	2.35092
0.200006	0.639973	0.166835	1.039426	1.28967	2.42807
0.220002	0.659973	0.193177	1.087716	1.37679	2.38267
0.240002	0.679973	0.221715	1.134916	1.42688	2.37354
0.259998	0.699973	0.250252	1.183206	1.46825	2.48317
0.279998	0.719963	0.280985	1.233696	1.62813	2.47019
0.300001	0.739963	0.315011	1.281996	1.71014	2.45944
0.320004	0.759963	0.349036	1.332486	1.7193	2.54279
0.34001	0.779963	0.38416	1.382976	1.81047	2.45121
0.360006	0.799963	0.421478	1.431266	1.90279	2.51504
0.380002	0.819963	0.459894	1.483946	1.91653	2.65259
0.400002	0.839963	0.49831	1.536636	1.96652	2.62967
0.420002		0.538921		2.09921	

Le programme permet d'afficher soit h= f(t) soit v =g(t)



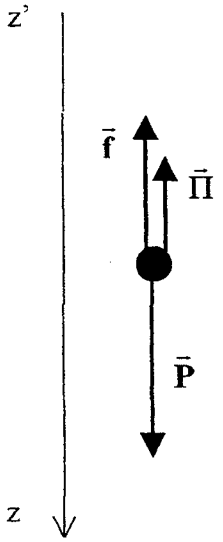
Au début, la courbe a l'allure d'une parabole très évasée, puis celle d'une droite





On constate que la vitesse à l'origine de l'enregistrement est de l'ordre de $\mathbf{v_o = 0{,}5\ m.s^{-1}}$, elle augmente puis garde une valeur à peu prés constante de l'ordre de $\mathbf{v = 2.6\ m.s^{-1}}$
Il semble donc que ce solide ait sa chute ralentie dans l'air.
L'air exerce des forces de frottement non négligeables dont il faut déterminer l'expression.

3) Etude dynamique de la chute :



Le solide, dans le référentiel lié à la terre (galiléen), est soumis à :

- son poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$
- la poussée d'Archimède $\vec{\Pi} = -\rho\,V\,\vec{g}$
- la force de frottement fluide $\vec{f}$

masse du solide m = 25 g
volume V = 6,6 L
ρ masse volumique de l'air = 1,2 $g.L^{-1}$

La 2ème loi de Newton appliquée à la bille : $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\,\vec{a}$

donne, en projetant sur l'axe z'z: $P - \Pi - f = m\,a$

soit : $m\,g - \rho\,V\,g - f = m\,a$

puis: $g - \dfrac{\rho V g}{m} - \dfrac{f}{m} = a$

En posant $A = g - \dfrac{\rho V g}{m}$, on a finalement: $A - \dfrac{f}{m} = a$

ou encore : $a = \dfrac{dv}{dt} = A - \dfrac{f}{m}$

On remarque que V, m, g et ρ sont des données connues ou déterminées expérimentalement et que l'on peut donc calculer A.

$A = 9{,}81 - \dfrac{1{,}2*6{,}6*9{,}81}{25} = \mathbf{6{,}7}$

4) première hypothèse : la force de frottement est proportionnelle à la vitesse f = kv

L'équation différentielle est alors de la forme : $\frac{dv}{dt} = A - \frac{k.v}{m}$ soit encore $\frac{dv}{dt} = A - B.v$

Détermination de B à partir de la courbe expérimentale v(t)

On trouve la valeur de B lorsque $\frac{dv}{dt} = 0\ m.s^{-2}$, d'où $B = \frac{A}{v_{lim}}$

La valeur de la vitesse v_{lim} est donnée par la courbe expérimentale $v_{lim} = 2{,}6\ m.s^{-1}$

$B = \frac{6.7}{2.6} = 2{,}6 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = 2{,}6*m = 2{,}6*0{,}025 = 0{,}065$

L'équation différentielle est égale à : $\frac{dv}{dt} = A - B.v = 6{,}7 - 2{,}6.v$

avec A = 6,7 B= 2,6 k = 0,065

Test de l'hypothèse par la méthode d'Euler :

Principe de la méthode numérique d'Euler :

Nous allons retrouver les graphes h =f(t) et v =g(t) à partir de la méthode d'Euler qui calcule successivement les coordonnées de l'accélération, de la vitesse et de la position d'un point, en fonction des coordonnées du point précédent. Ces calculs sont effectués en boucle par le programme *« eulerkv »*

$a_n = A - Bv_n$

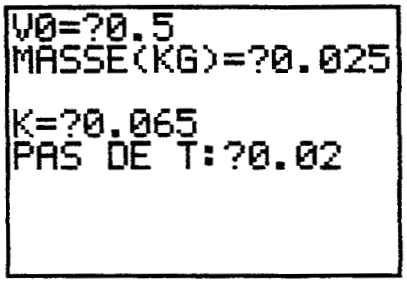
$v_{n+1} = v_n + a_n . \Delta t$

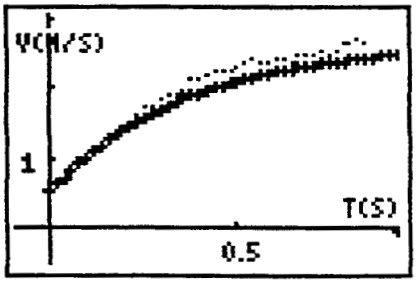
$OM_{n+1} = OM_n + v_{n+1}\ \Delta t$

Puis on trace la courbe théorique d'évolution de la vitesse du solide et on la compare à la courbe expérimentale.

Pour que le modèle de la force de frottement fluide soit validé il faut que la courbe expérimentale et la courbe théorique soient en bon accord.

Le programme demande les valeurs de la vitesse initiale vo, de la masse m du solide, du coefficient de frottement k et du pas Δt





Il y a une légère divergence en fin de chute : nous allons essayer une autre hypothèse.

5) deuxième hypothèse : la force de frottement est proportionnelle au carré de la vitesse $f = k'v^2$

L'équation différentielle est de la forme $\frac{dv}{dt} = A - \frac{k'v^2}{m}$, soit encore $\frac{dv}{dt} = A - Cv^2$.

On trouve la valeur de C lorsque $\frac{dv}{dt} = 0\ m.s^{-2}$, d'où $C = \frac{A}{v_{lim}^2}$

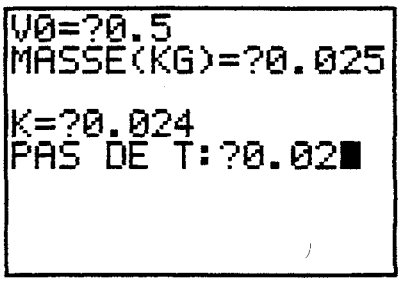
A = 6,7

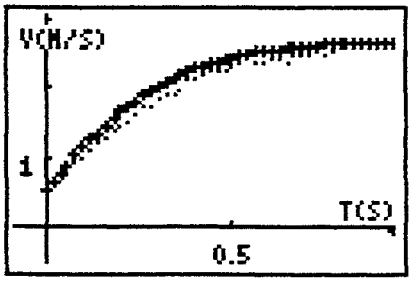
$C = \frac{A}{v_{lim}^2} = \frac{6.7}{2{,}6^2} = 0{,}99 = 1 = \frac{k'}{m} \Rightarrow k' = 1.m = 1*0{,}0235 = 0{,}024$

L'équation différentielle est égale à : $\frac{dv}{dt} = A - Cv^2 = 6{,}7 - 1.\ v^2$

Avec A =6,7 C = 1 k' = 0,024

On va à nouveau appliquer la méthode d'Euler en utilisant le programme *« eulerkvv »*



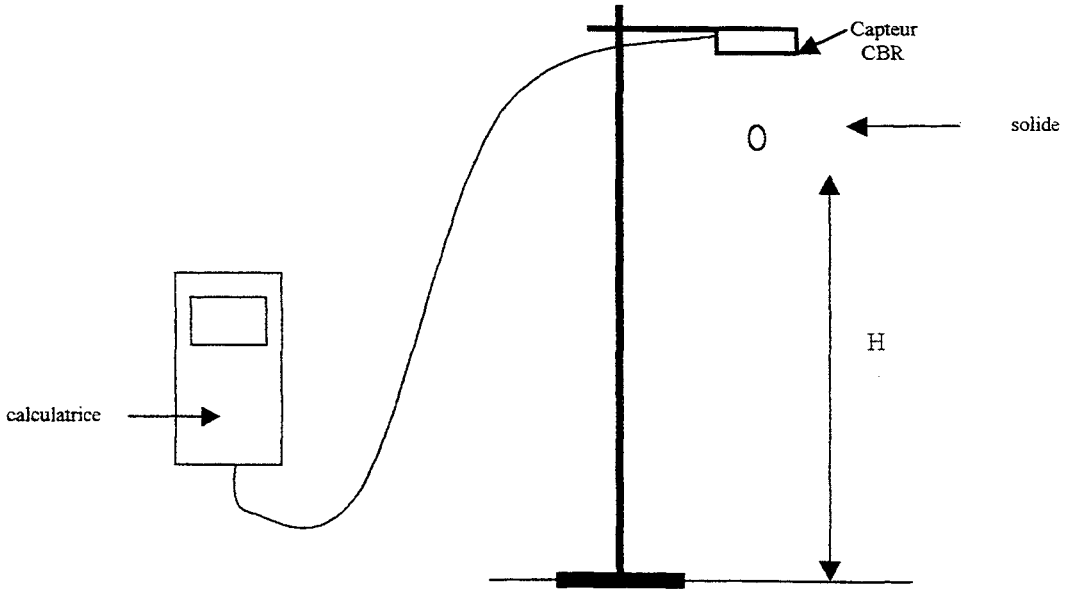


Les deux courbes coïncident mieux et donnent la même vitesse limite $v_{lim} = 2{,}6\ m.s^{-1}$

La force de frottement exercée par l'air, au cours de cette chute, est de la forme $f = k'v^2$ avec $k' = 0{,}024$

C- CHUTE D'UN SOLIDE DANS L'AIR SANS FORCE DE FROTTEMENT :

1)Dispositif expérimental :

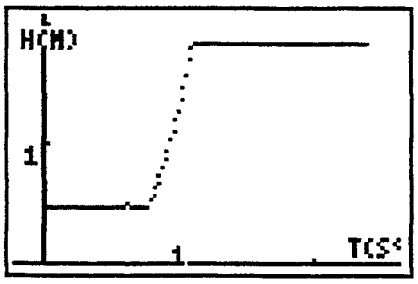


Le solide est « l'œuf Kinder » seul : sa forme cylindrique est plus aérodynamique que dans le cas précédent.
Grâce à l'ajout de petits cailloux, on ajuste sa masse à **m = 25 g**
Son volume **V = 0,03 L**
De même, le programme enregistré dans la calculatrice :

- paramètre le sonar ou capteur CBR, pour mesurer et enregistrer les positions H du solide au cours de sa chute : 120 mesures toutes les 0,02 s
- calcule les valeurs de la vitesse instantanée prise par le solide.
- permet de tracer les courbes de la position et de la vitesse expérimentales en fonction du temps : h= f(t) et v =g(t)

2)Etude expérimentale de la chute :

On enregistre la chute de ce solide avec le programme *« chute »* : 120 mesures sont faites, toutes les 0,02 s.

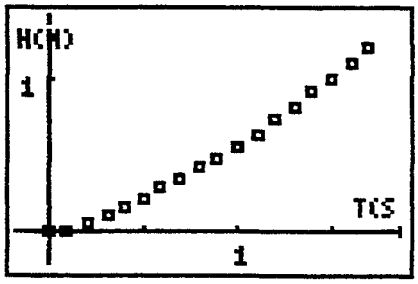


La courbe présente 3 phases :
- avant la chute : immobilité par rapport au capteur et au sol
- la chute
-après la chute

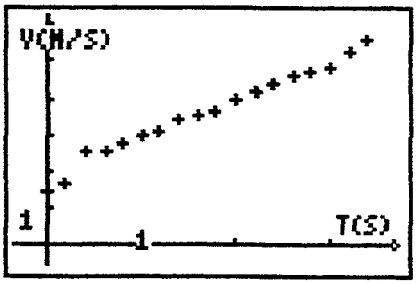
Seule la phase de chute est intéressante : nous la sélectionnons avec le programme *« select »*
Nous retrouvons dans les listes de la calculatrice les valeurs du temps t, de la hauteur de chute h et de la vitesse v :

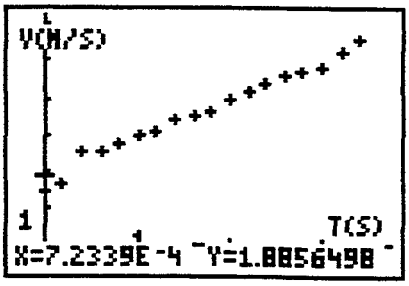
Temps t (s)		Hauteur de chute parcourue h (m)		Vitesse v (m /s)	
0	0.180014	0	0.48953	1.5041	3.65753
0.02	0.200014	0.016464	0.565262	1.65098	3.92405
0.040003	0.22001	0.063661	0.646482	2.52865	4.18051
0.060009	0.240006	0.113053	0.732092	2.54196	4.35454
0.080009	0.260002	0.165738	0.821002	2.73943	4.62909
0.100012	0.280002	0.222813	0.916492	2.97216	4.74695
0.120008	0.299992	0.284278	1.010882	3.11949	4.83927
0.140008	0.319992	0.347939	1.111862	3.35228	5.2386
0.160008	0.339992	0.418186	1.222722	3.54891	5.5375

Le programme permet d'afficher soit h= f(t) soit v =g(t)



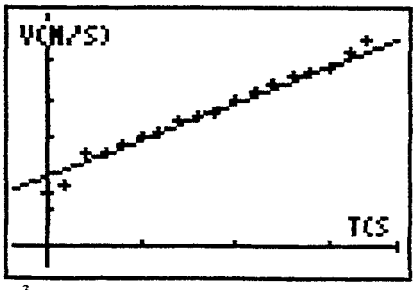
La courbe a l'allure d'une parabole.





Les points sont à peu prés alignés.
A l'aide du curseur, nous déterminons une vitesse initiale de l'ordre de 1,9 m .s^{-1}

L'expression de la vitesse au cours du temps est une fonction linéaire de la forme : $\mathbf{v = g.t + v_0}$
Comparons ce graphe à l'équation **v = 9,81.t + 1,9**



Les deux graphes coïncident pour la majorité des points.
Le coefficient directeur de la droite 9,81 correspond à la dérivée de v(t) : c'est l'accélération du mouvement, elle est constante : **a = g =9,81 m.s^{-2}**

3) Etude dynamique de la chute :

Le solide, dans le référentiel lié à la terre (galiléen), est soumis à :

- son poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$
- la poussée d'Archimède $\vec{\Pi} = -\rho\,V\,\vec{g}$
- la force de frottement fluide $\vec{f}$

masse du solide m = 25 g
volume V = 0,03 L
ρ masse volumique de l'air = 1,2 $g.L^{-1}$
$\Pi = \rho\,Vg = 1{,}2.3.10^{-5}.9{,}81 = 3{,}5.\,10^{-4}$ N
P = mg = 0,025.9,81 = 0,25 N
Π est négligeable par rapport au poids P
La 2ème loi de Newton appliquée à la bille : $\vec{P} + \vec{f} = m\,\vec{a}$

donne, en projetant sur l'axe z'z: $P - f = m\,a$

soit : $m\,g - f = m\,a$ or d'après le graphe de la vitesse a = g donc **f = 0**

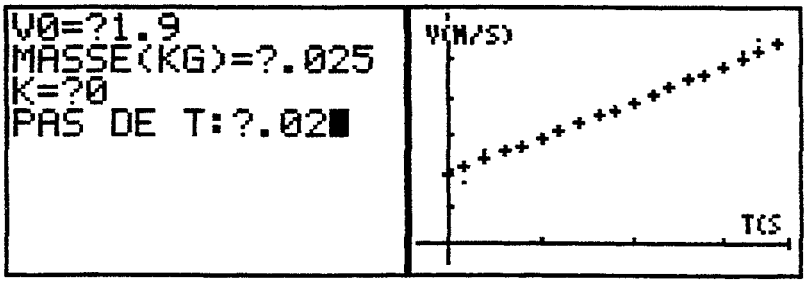
Dans ce cas la force de frottement exercée par l'air sur le solide est négligeable.

4) Comparaison avec la méthode numérique d'Euler :

Nous allons retrouver les graphes h =f(t) et v =g(t) à partir de la méthode d'Euler qui calcule successivement les coordonnées de l'accélération, de la vitesse et de la position d'un point, en fonction des coordonnées du point précédent. Ces calculs sont effectués en boucle par le programme *« eulerkv »*

$$a_n = A - Bv_n$$
$$v_{n+1} = v_n + a_n\,.\,\Delta t$$
$$OM_{n+1} = OM_n + v_{n+1}\,\Delta t$$

On trace la courbe théorique d'évolution de la vitesse du solide et on la compare à la courbe expérimentale. Pour que le modèle soit validé il faut que la courbe expérimentale et la courbe théorique soient en bon accord.
Le programme demande les valeurs de la vitesse initiale v_o, de la masse m du solide, du coefficient de frottement k et du pas Δt.
Dans le cas présent $a_n = g$ et k = 0



Les deux graphes coïncident : ceci confirme que la force de frottement est négligeable

La poussée d'Archimède et la force de frottement sont négligeables, le solide n'est soumis qu'à son poids.
Nous avons un mouvement de chute libre d'équations $v = g\,t + v_o = 9{,}81.t + 1{,}9$
$H = ½\,gt^2 + v_o\,t + h_o = ½\,9{,}81\,t^2 + 1{,}9t + 0$

programme « chute »

```
PlotsOff
FnOff
AxesOn
{1,Ø}→L1
Send(L1)
{1,11,2,1}→L1
Send(L1)
{3,.Ø2,12Ø,1,Ø,Ø,Ø,Ø,1,1}→L1
Send(L1)
ClrHome
Disp "APPUYER SUR"
Disp "[TRIGGER]"
Disp "PUIS LACHER"
Disp "L'OBJET"
ClrList L5,L6,ιL7
Get(L6)
Get(ιL7)
Get(L5)
Plot1(Scatter,L5,L6,·)
1→Xscl
1→Yscl
ZoomStat
Text(1,1,"H(M)")
Text(57,73,"T(S)")
Pause
ClrHome
Disp "T EN L5"
Disp "H EN L6"
Disp "V EN ιL7"
Pause
Stop
```

Il faut placer le CBR tourné vers le sol, à environ 2 mètres de haut.
L'objet est tenu sous le CBR à 40 cm.
Lancer le programme, attendre le cliquetis émis par le CBR, appuyer sur la touche **TRIGGER** du CBR et lâcher presque simultanément l'objet.
Attendre que le graphe s'affiche sur l'écran de la calculatrice. S'il est correct, sortir du programme par appui sur les touches : **2nd QUIT** de la calculatrice.
Pour recommencer une saisie, relancer le programme par appui sur la touche : **ENTER** de la calculatrice.
Le programme effectue 120 mesures espacées de 0,02 s. La durée de la saisie est donc de 2,4 s
Les valeurs du temps sont stockées dans la liste L5 de la calculatrice ;
Les mesures de la position h du solide par rapport au capteur CBR, sont stockées dans la liste L6 et les mesures de la vitesse v, du solide, sont stockées dans la liste L7 de la calculatrice.
Elles pourront être consultées par les touches :**STAT 1 :edit** de la calculatrice.

Lorsque l'enregistrement est correct, il faut sortir du programme « **chute** » et ouvrir le programme « **select** » qui permettra de sélectionner la portion correspondant à la chute proprement dite.

Programme « **select** »

```
ClrHome
ClrDraw
FnOff
PlotsOff
AxesOn
Plot1(Scatter,L5,L6,·)
ZoomStat
Text(1,1,"BORNE INFERIEURE? ")
Input
X→A
Vertical A
Text(1,1,"BORNE SUPERIEURE? ")
Input
X→B
Vertical B
dim(L5)→N
1→C
ClrList ⌊T,⌊H,⌊V
Text(1,1,"ANALYSE...          ")
For(I,1,N,1)
If L5(I)≥A and L5(I)≤B
Then
L5(I)→⌊T(C)
L6(I)→⌊H(C)
⌊L7(I)→⌊V(C)
C+1→C
End
End
⌊T-⌊T(1)→⌊T
⌊H-⌊H(1)→⌊H
ClrHome
Disp "MESURES:"
Disp "TEMPS(s) :⌊T"
Disp "POSITION(M) :⌊H"
Disp "VITESSE(M/s):⌊V"
Disp "     [ENTER]"
Pause
Lbl Ø
Menu("AFFICHER
GRAPHE","H=F(T))",1,"V=F(T)
",2,"FIN",3)
Lbl 1
PlotsOff
Plot1(Scatter,⌊T,⌊H,▫)
ZoomStat
Text(1,1,"H(M)")
Text(57,73,"T(s)")
Pause
Goto Ø
Lbl 2
PlotsOff
Plot2(Scatter,⌊T,⌊V,+)
ZoomStat
Text(1,1,"V(M/s)")
Text(57,73,"T(s)")
Pause
Goto Ø
Lbl 3
Stop
```

Sélectionner et lancer le programme « select »
Le graphe obtenu avec le programme « chute » s'affiche.
Un message vous invite à choisir les bornes inférieure et supérieure encadrant la partie concernant la chute du solide : il suffit de déplacer le curseur avec les flèches de direction et valider la position par la touche : **ENTER**.

La partie du graphe sélectionnée s'affiche sur l'écran de la calculatrice.

Les valeurs correspondantes du temps, de la hauteur de chute et de la vitesse sont respectivement stockées dans les listes T, H et V de la calculatrice.

Un menu, permet d'afficher soit le graphe h =f(t) soit V =g(t)

Après être sorti du programme, on peut réafficher le graphe v =g(t) et à l'aide du curseur déterminer la vitesse initiale et la vitesse limite.
On peut tracer la tangente horizontale à la courbe par : **2nd DRAW 3 :Horizontal** et déplacer la droite horizontale à l'aide des flèches de direction.

Il suffit ensuite d'activer les programmes « eulerv » ou « eulervv » pour trouver l'expression de la force de frottement exercée par l'air sur le solide :
« eulerv » pour une force f= kv
« eulervv » pour une force $f = k'v^2$

Programme « euler v »

ClrHome FnOff PlotsOff Degree Fix 2 ClrDraw ClrList L1,L2,L3,L4 Ø→Xmin Ø→Ymin Lbl 3 Input "G=?",G Input "θ=?",θ Input "XØ=?",P Input "YØ=?",Q Input "VØ=?",V Vcos(θ)→C Vsin(θ)→D Input "MASSE(KG)=?",M Input "VOLUME(L)=?",W Disp "MAS.VOL FLUIDE" Input "(G/L)=?",R Input "K=?",K Input "PAS DE T:?",T Ø→S 1→I	**La force de frottement est supposée être du type f =kv** Le programme demande les valeurs des paramètres qui caractérisent la chute : Valeur de g (9,81 ou 10) Angle de tir Á (90 °) Les positions initiales x_o et y_o du solide (0) La valeur de la vitesse initiale v_0 (évaluée sur le graphe expérimental) La masse du solide en kg Le volume du solide en L La masse volumique du fluide dans lequel se fait la chute en g/L La valeur du coefficient de frottement k Le pas Δt permettant d'effectuer les calculs de la vitesse et de la position du solide.
Plot2(Scatter,ιT,ιV,·) *ZoomStat*	Ces deux lignes doivent être supprimées si on veut utiliser ce programme pour faire seulement des simulations.
Lbl 1 Pt-On(S,V,3) S→L1(I) P→L2(I) Q→L3(I) V→L4(I)	Ici, elles permettent de rappeler les mesures expérimentales v =g(t), afin de les comparer aux valeurs calculées par la méthode d'Euler
S+T→S I+1→I C-(KCT/M)→C D+G(1-RW$_E$-3/M)T-(KDT/M)→D P+CT→P Q+DT→Q √(C² +D²)→V	Les calculs des coordonnées de la vitesse et de la position sont effectués en boucle, et le graphe v=g(t) se trace en superposition du graphe expérimental : Graphe valeurs calculées par Euler : forme + Graphe valeurs expérimentales : .
If S<Xmax Goto 1 Pause ClrHome Menu("SUITE:","GARDER PARAM",2,"CHANGER PARAM",3) Lbl 2	On peut relancer changer les paramètres et relancer les calculs grâce à un menu .
Disp "NOTER LES LISTES" Disp "T(s) EN L1 " Disp "X(M) EN L2" Disp "Y(M) EN L3" Disp "V(M/s) EN L4" Pause Stop	Les valeurs correspondantes du temps t, de l'abscisse x, de l'ordonnée y et de la vitesse du point sont stockées respectivement dans les listes L1 L2 L3 L4 de la calculatrice

Programme « eulervv»

```
ClrHome
FnOff
PlotsOff
Degree
Fix 2
ClrDraw
ClrList L1,L2,L3,L4
Ø→Xmin
Ø→Ymin
Lbl 3
Input "G=?",G
Input "θ=?",θ
Input "XØ=?",P
Input "YØ=?",Q
Input "VØ=?",V
Vcos(θ)→C
Vsin(θ)→D
Input "MASSE(KG)=?",M
Input "VOLUME(L)=?",W
Disp "MAS.VOL FLUIDE"
Input "(G/L)=?",R
Input "K=?",K
Input "PAS DE T:?",T
Ø→S
1→I
Plot2(Scatter,LT,LV,·)
ZoomStat
Lbl 1
Pt-On(S,V,3)
S→L1(I)
P→L2(I)
Q→L3(I)
V→L4(I)
S+T→S
I+1→I
C-(KVCT/M)→C
D+G(1-RWE-3/M)T-(KVDT/M)→D
P+CT→P
Q+DT→Q
√(C²+D²)→V
If S<Xmax
Goto 1
Pause
ClrHome
Menu("SUITE:","GARDER
PARAM",2,"CHANGER PARAM",3)
Lbl 2
Disp "NOTER LES LISTES"
Disp "T(s) EN L1 "
Disp "X(M) EN L2"
Disp "Y(M) EN L3"
Disp "V(M/s) EN L4"
Pause
Stop
```

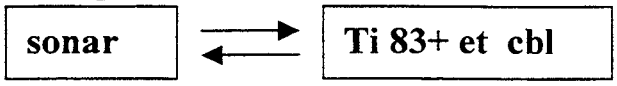
Mêmes caractéristiques que le programme **« eulerv»**

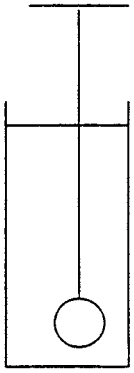
Seul le terme suplémentaire v apparait dans les calculs des coordonnées de v

Chute verticale d'une bille lâchée sans élan dans un fluide .

1)Mouvement observé par un sonar connecté à une calculatrice Ti.
2)Recherche du modèle de comportement trouvé par programmation sur tableur ou sur calculatrice appliquant la résolution des équations différentielles du mouvement par la méthode numérique d'Euler.
3) Etude expérimentale plus précise de la chute d'un solide freiné par un fluide avec un capteur de tension comme capteur de distance déclenché par seuil.

1)Expérience de chute verticale de la bille avec frottements dans l'eau. Observée par CBR , CBL2 et calculatrice

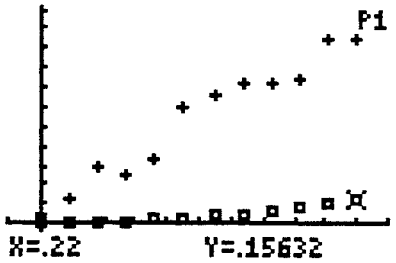




Montage et mesures préliminaires
La bille est munie d'une longue tige rigide et d' un disque plat et léger repérable par le sonar situé au dessus à plus de 0.5m.
Les frottements de l'eau sont importants sur la bille d'aluminium immergée et agissent tout au long de sa chute .
La poussée d'Archimède est déduite de la différence du poids réel et du poids apparent
Voici les indications d'une balance électronique à laquelle on a suspendu l'ensemble :
M = 85.7g dans l'air et M' =62.7g si il y a immersion.
Préparation de l'expérience et acquisition des mesures sous DATAMATE.
Dans SETUP (option1) choisir le capteur de mouvement connecté sur la borne DIG
Et confirmer ce choix.
Dans MODE , choisir l'option 2 TIME-GRAPH avec 30 mesures de distance à effectuer toutes les 20 ms, pendant 0.6 seconde et confirmer ce choix.
Choisir l'option 2 START et attendre l'avertissement sonore
avant de lâcher le solide sans élan.
Après l'acquisition, vérifier l'aspect du graphe obtenu d = f(t).
Si il convient choisir l'option 3 GRAPHE et SELECT REGION.
On sélectionne, ainsi, uniquement les mesures de position en fonction du temps qui concernent la chute.
Quitter le logiciel d'acquisition par l'option 6.

Calcul numérique des vitesses.

Dans STAT EDIT, recopier la liste des distances L4 en L2.
Le calcul des vitesses par dérivé numérique simple est prévue en L5 ; il est bien meilleur, si il s'effectue par dérivée symétrique des positions , ici situées en L2 par rapport au temps situé en L1 .
Appeler et exécuter le programme :DERIVNUM.
Ce dernier calcule en L3 les vitesses et répète une fois la valeur initiale et la valeur finale pour ne pas modifier le nombre des données figurant dans les listes.
Voici le graphe des vitesses et des positions calculées en fonction du temps .



La vitesse finale proche de 1.25 m/s est atteinte rapidement en moins de 0.22s.
Dans le tableur on modifie l'origine des temps et des positions pour connaître la hauteur de chute dans l'eau en fonction du temps pris depuis le départ sans élan du solide.

L1	L2	L3 1
0	.00111	.06248
.02	.0025	.17353
.04	.00805	.37483
.06	.01749	.3332
.08	.02138	.43038
.1	.03471	.7705
.12	.0522	.8677

L1(1)=0

L1	L2	L3 1
.12	.0522	.8677
.14	.06941	.95098
.16	.09024	.93708
.18	.1069	.9718
.2	.12911	1.2356
.22	.15632	1.2356
	------	------

L1(13) =

Voici le tableau des différentes dates (L1), positions(L2), et vitesses trouvées (L3).

2)Interprétation avec résolution numérique par la méthode d'EULER.

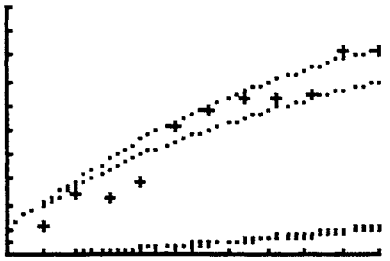
DES LOGICIELS DE SIMULATIONS POUR ANALYSER L'EFFET DES FORCES SUR LES MOUVEMENTS SUR CALCULATRICE GRAPHIQUE.

Introduction et Principe de base de tous les logiciels proposés
Des logiciels de simulation de phénomènes physiques , relatifs à un contexte expérimental précis de la mécanique classique, prévoient correctement leur évolution à plus long terme, si on connaît les conditions initiales de lancement et les paramètres influents de l'expérimentation observée.
Ces logiciels se ressemblent tous et sont simples à comprendre et à écrire .

Ils résolvent , par la méthode numérique d'EULER d'ordre 1, les équations différentielles issues des lois de Newton .
Un solide de masse m, vu dans un repère galiléen , soumis à une somme vectorielle F de forces connues, durant des intervalles de temps brefs, vérifie toujours l'équation vectorielle relative au mouvement de son centre de gravité G :.
Δv (G) / Δt = F/m .
Tout programme est interactif et demande , en entrée :
les conditions initiales (position et vitesse) , les paramètres du système : (masse et force…etc) et la fenêtre de représentation graphique de l'évolution cherchée.
Le cœur du programme affiche et calcule, pas à pas, les étapes de l'évolution prévisible du système , dans une boucle informatique répétitive, qui s'arrête à une date finale choisie : tmax .
l'organigramme de la boucle est en général le suivant :
Tant que t < tmax
Afficher la nième position à la date t(n) , et éventuellement la vitesse v(n) , puis calculer numériquement l'étape ultérieure :
$v(n+1) = v(n) + F\,\Delta t / m$
$x(n+1) = x(n) + v(n+1)\,\Delta t$
$t(n+1) = t(n) + \Delta t$
Dans le cas d'un mouvement plan on projette ces relations vectorielles sur les axes deux axes du repère cartésien : Ox et Oy ; ceci double le nombre de relations à écrire.
Le choix d'un intervalle de temps Δt court, favorise la précision des calculs , mais allonge ceux ci .

Simulation du mouvement de chute vertical d'un solide lâché ,dans l'eau ,sans élan.
Objectif : rechercher la vitesse limite le long de la trajectoire descendante?
Le solide lâché sans élan n'est soumis qu'à son poids et à la force de frottements de l'eau et La poussée d'Archimède ,égale au poids du fluide déplacé.
a) Hypothèse nécessaire sur les frottements à faible vitesse.
Si l' écoulement est non turbulent, La force passive de frottement de direction opposée à la vitesse est proportionnelle à cette vitesse . f = kv.
Elle augmente donc avec la vitesse, mais se stabilise ensuite, lorsqu'elle est égale au poids apparent P'. Le mouvement devient, alors, rectiligne et uniforme, la somme vectorielle des forces étant nulle.
Utiliser le programme PRGM CHUTEKVV basé sur la relation :
$\Delta v / \Delta t = (P' - kv)/m = Ao - Kv$ avec Δt petit et K = k /m.
$\Delta v / \Delta t < 0$ est impossible, sinon les frottements passifs, l'emporteraient sur le poids..
Objectif :voir , au bout de combien de mètres de chute et à quelle date, un solide a atteint sa vitesse limite ?

a) première hypothèse possible à la base du modèle :
Les frottements fluides sont sans turbulence et proportionnels à la vitesse .
La vitesse limite est atteinte si l'accélération devient nulle, lorsque le poids apparent et la force de frottement se compensent : P' = m'g= mg' = hv = 0.614N.
Pour une vitesse limite prévisible de 1.5 m/s,h = 0.4 le rapport : h/m = K = 4.77.
L'accélération à tout instant est a = 7.16 – Kv.
La résolution numérique, par la méthode d'EULER, de cette équation est programmable sur tableur ou dans un programme informatique adapté et utilisé ici : CHUTEKVV



Cette solution n'est pas complètement satisfaisante au départ, car la vitesse prévue par le modèle croît plus lentement que dans l'expérience. (courbe en pointillé plus basse que les croix)

<u>b)Autre Hypothèse possible à la base du modèle :</u>

<u>Les frottements turbulents sont proportionnels au carré de la vitesse ?</u>

La vitesse limite correspond à l'équation $m'g = mg' = hv^2$.

Donc $h/m = g'/v^2 = H = 3.18$. pour une vitesse limite supposée égale à 1.5m/s

L'accélération à tout instant est $a = 7.16 - Hv^2$.

Il faut modifier en conséquence la programmation des cellules du tableur ou la ligne de calcul de l'accélération dans le programme informatique CHUTEKVV.

Ce modèle convient mieux et la vitesse limite est plus vite atteinte

(Courbe en pointillée située au dessus des croix)

<u>c)Autre hypothèse plus réaliste :</u>

Elle mélange les deux propositions précédentes et utilisera l'équation de l'accélération ;

$a = 7.16 - K'v - H' v^2$.

Il faut alors choisir K' et H', à moins qu'un logiciel plus performant , comme Regressi , ne le fasse.

<u>3)Etude très précise de la chute d'un solide freiné par l'eau avec un capteur de tension utilisé en capteur de position relié au CBL et à une calculatrice TI ou à d'autres interfaces et ordinateurs.</u>

Intérêt de ce de dispositif : obtenir facilement dix fois plus de mesures et déclencher l'acquisition par seuil au moment voulu.

Ce dispositif peut être observé avec d'autres dispositif EXAO , sous Regressi par exemple. Ce logiciel calculera lui même les modélisations numériques avec recherche des coefficients K et H les mieux adaptés.

<u>a)Montage.</u>

Une éprouvette, remplie d'une solution bleue très diluée de sulfate de cuivre, comporte deux électrodes de cuivre en forme d'anneau ; l'une est en haut de la colonne liquide , et l'autre est au bas .

Le solide est constitué d'un support plastique plus large que l'éprouvette, d' une tige rigide isolée de cuivre portant à sa base conductrice une demi sphère freinée par les frottements dans l'eau.

<u>b)Acquisition des mesures avec le logiciel PHYSIQUE et CBL et calculatrice TI.</u>

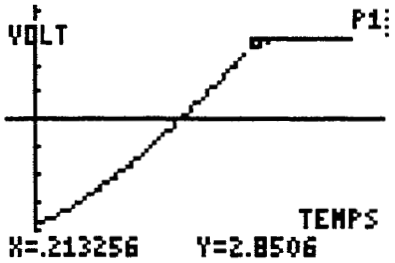
Choisir les options suivantes : SONDES ,une, tension et brancher le capteur dans la voie CH1

Vérification de la bonne marche du montage

La tension dans le liquide situé entre les électrodes évolue de –4V à l'électrode du haut à +4V pour l'électrode du bas .

Lors d'une chute sans élan , le solide tombe de 0.2m avant d'être stoppé par son support élargi.

la tension enregistrée ,entre la tige et la masse 0 du circuit prise entre les deux piles, évolue alors entre –3.79V lorsque la sphère est en haut et 2.85V lorsqu'elle est en bas.
L'ensemble tomberait en 0.22s environ si on fait une expérience.
Choisir l'option MESURES et VISUALISER pour vérifier l'évolution de cette tension en déplaçant la tige à la main. Quitter la visualisation.
Choisir l'option TRIGGER pour déterminer le début de l'acquisition par un seuil montant à partir de –3.8V.
Choisir l'option MESURES et GRAPHE TEMPS pour définir 100 mesures séparées de 3ms chacune.
Confirmer les données précédentes et la préparation du CBL.
Lâcher l'objet en chute sans élan et laisser faire l'enregistrement.
Afficher le graphe U = f(t).
Si il convient , choisi l'option 3 ANALYSE et SELECTION REGION pour éliminer les mesures correspondant à l'arrêt définitif du solide.



c)Recherche de la loi linéaire du capteur de position : x= f(U)
On recherche la loi affine de ce capteur x = f(U) = aU en sachant qu'un déplacement maximum d= 0,2m correspond à une variation de tension totale de 6.64V.
Le coefficient a = d/U = 0.2/6.64 = 0.0301m/V .
La position à t = 0.03s correspond à U = -3.79V et donc à x = -3.79*0.0301 = -0.114m avant l'origine x=0 du repère x prise lorsque U = 0, pour avoir une loi linéaire.
La position finale à U = 2.85V, correspond alors à x = 2.85*0.0301 = 0.0857m.
c)Affichage des positions dans le tableur en L2 :
L2 = L2*0.0301.
Calcul des vitesses par DERIVNUM en L3, qui calcule la dérivé symétrique pour toutes les positions et répète le premier calcul et le dernier, pour compléter la liste.
d)Graphe expérimental des vitesses et des positions :

La vitesse limite est atteinte à 1.3m/s.
La vitesse initiale est de 0.4m/s au déclenchement des mesures à x = -0.114m.
Vérifier , avec une balance, que la poussée d'Archimède est faible : un douzième du poids de l'objet de masse 49g. L'accélération initiale est donc 9m/s/s.