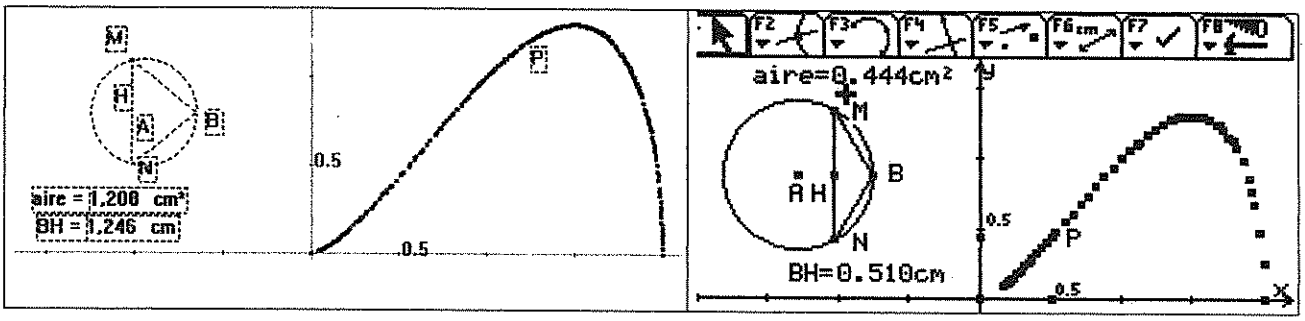
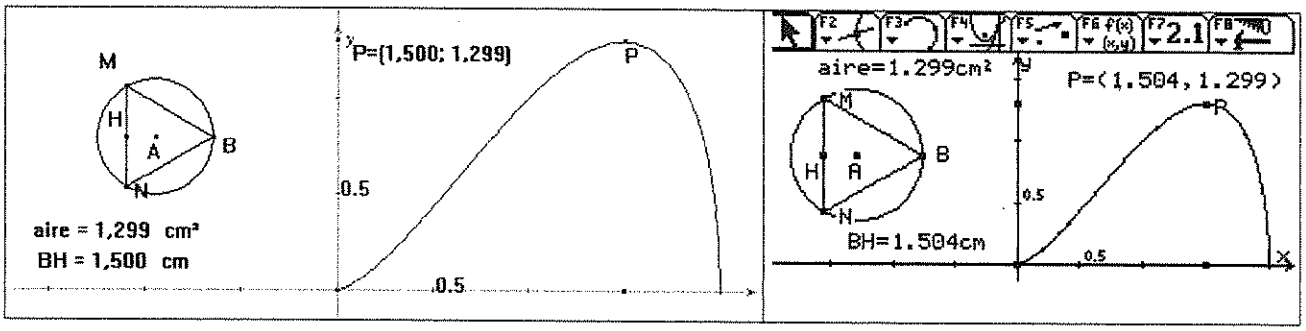
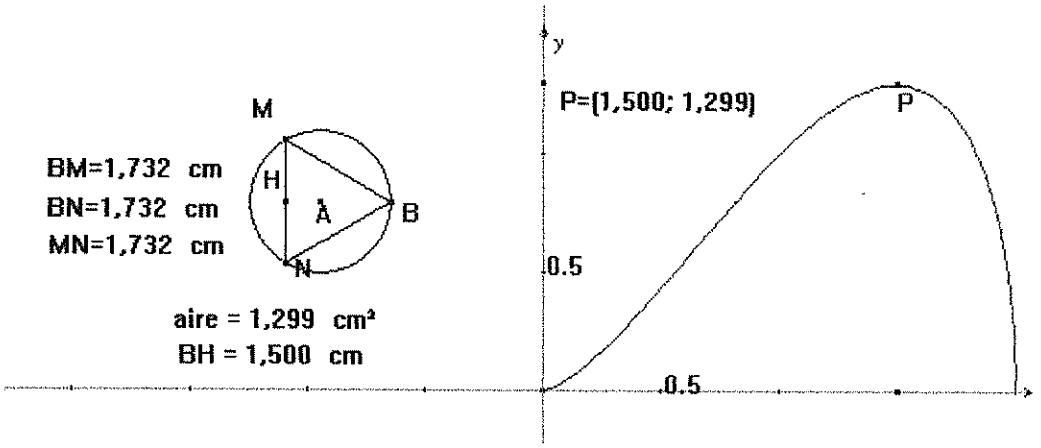


5) Pour bouger le point P sur la courbe, on déplacera le point M. Pour éliminer la trace de P, il faut désactiver **Trace**. On sélectionne à nouveau l'instruction. P clignote. On clique sur P.



Il est plus difficile sur la calculatrice d'atteindre 1,500.
On peut toutefois conjecturer que le maximum est atteint en (ou autour) de $x = 1{,}5$.

En mesurant chacun des côtés, on vérifiera que le triangle « semble » équilatéral.



On peut prolonger l'activité en devoir à la maison par exemple de la façon suivante :

1) *On pose BH = x, x varie entre 0 et 2.*
a) On se place dans le cas où $x \leq 1$. Faire une figure. En utilisant le triangle AMH, montrer que $MH = \sqrt{2x - x^2}$. En déduire l'aire du triangle AMN.

b) On se place dans le cas où $x \geq 1$. Faire une figure. Montrer que l'on a encore $MH = \sqrt{2x - x^2}$. Que peut-on en conclure pour l'aire du triangle AMN.

2) *Soit f la fonction pour x dans* [0 ; 2] *par* $f(x) = x\sqrt{2x - x^2}$ *. On veut montrer que la conjecture que l'on a pu faire à partir de Cabri est exacte, c'est-à-dire que l'aire est maximale pour* $BH = \frac{3}{2}$

a) Justifier que f est une fonction positive sur l'intervalle [0 ; 2].

b) Calculer $f\left(\frac{3}{2}\right)$.

c) On veut démontrer que pour tout x appartenant à [0 ; 2], $f(x) \leq f\left(\frac{3}{2}\right)$.
Justifier à partir des résultats précédents que cela revient à montrer que :

$$x^2(2x - x^2) \leq \frac{27}{16}$$

d) Montrer que l'inégalité précédente se ramène à : $16x^4 - 32x^3 + 27 \geq 0$.

e) Vérifier que : $16x^4 - 32x^3 + 27 = (2x - 3)^2(4x^2 + 4x + 3)$.
En déduire que la quantité $16x^4 - 32x^3 + 27$ *est bien positive pour tout x appartenant à* [0 ; 2].

f) Conclure.

3) *On a proposé une autre conjecture lors de l'exploration géométrique de la situation : quand BH est égale à* $\frac{3}{2}$, *le triangle ABM est équilatéral.*

a) Calculer MH, puis BM.

b) En déduire que la conjecture est vérifiée.

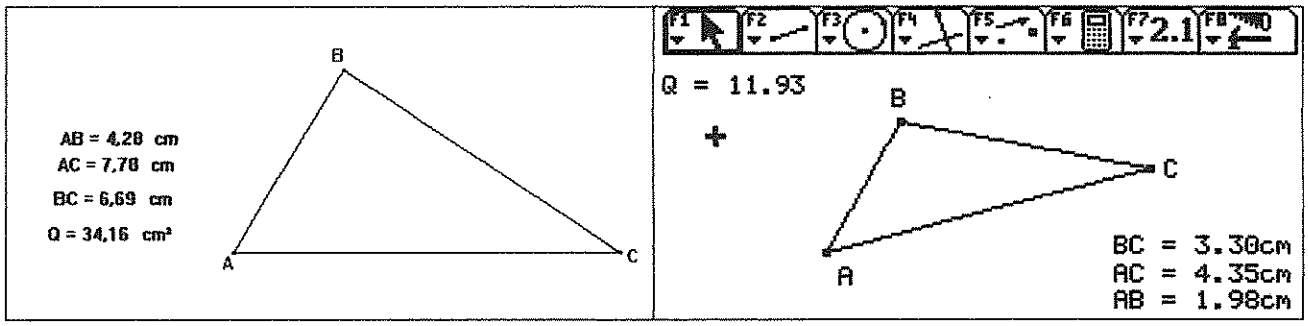
DE CABRI AU TABLEUR
UNE GÉNÉRALISATION DU THÉORÈME DE PYTHAGORE

Si ABC est un triangle en A, la propriété de Pythagore s'énonce alors : $AB^2 + AC^2 = BC^2$.
Autrement dit, la quantité $AB^2 + AC^2 - BC^2$ vaut 0.
Mais que peut-on dire de cette quantité quand le triangle n'est pas rectangle ? C'est cette question qu'entend aborder cette activité.

Première partie : construction.

Placer sur l'écran trois points A, B et C. Construire les trois segments [*AB*], [*AC*] *et* [*BC*].
Mesurer ces segments. A l'aide de l'outil ***calculatrice****, déterminer la valeur de :*

$$Q = AB^2 + AC^2 - BC^2$$



T³ ©Texas Instruments

Deuxième partie : quelques constatations expérimentales

Si l'on fait bouger uniquement le point B, les longueurs AB et BC se modifient et la quantité Q aussi. Cela peut sembler naturel, pourtant nous savons que si ABC était un triangle rectangle en A, alors en déplaçant le point B de façon à ce que la droite (AB) reste perpendiculaire à la droite (AC), les longueurs AB et BC changeraient, mais la quantité Q resterait quant à elle égale à 0.

Presque inévitablement quand on bouge le point B, l'angle $\widehat{BAC}$ change également. On peut donc se demander ce qui se passerait si l'on parvenait à maintenir l'angle $\widehat{BAC}$ constant. Aurait-on comme dans le cas de l'angle droit une quantité Q qui ne changerait pas ?

Mise en place d'un dispositif expérimental qui laisse inchangés l'angle $\widehat{BAC}$ et la longueur AC :

Construire une demi-droite d'origine A, mais ne contenant pas B.
Sélectionner l'instruction ***Redéfinir un objet****. Désigner le point B. Puis choisir l'option* ***Point sur un objet*** *et désigner la demi-droite. Le point B devient un point de cette demi-droite.*
Déplacer le point B. La quantité Q est-elle invariante ?

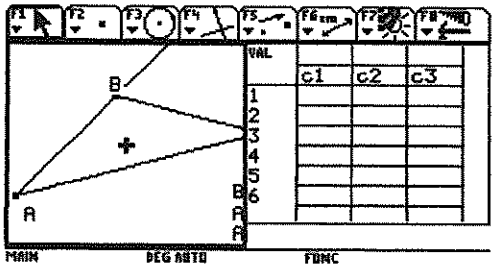
On constate sans difficulté que ce n'est pas le cas. Reste à savoir ce qui intervient dans la variation de Q. Dans la situation présente, quatre valeurs immédiatement accessibles se modifient quand B se déplace : les longueurs AB et BC les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BAC}$.
Il n'est pas possible de tester simultanément chacune de ces valeurs. Nous allons commencer par celle qui nous semble être le plus directement « concernée » par le déplacement de B : la longueur AB.
Quel lien y-a-t'il entre la variation de AB et celle de Q ? Est-ce qu'il y a un lien ?

Pour mettre en évidence l'existence d'un éventuel lien, nous allons relever un grand nombre de couples de valeurs (AB,Q) pour différentes positions de B sur la demi-droite, puis à l'aide d'un tableur dessiner le nuage de points obtenu.

Pour réaliser cette expérience, nous allons utiliser l'instruction **Animation** qui permet de déplacer automatiquement le point B le long de la demi-droite. Durant cette phase les valeurs que nous allons désigner vont se placer dans une table.
Ici les procédures entre la TI-92 et l'ordinateur sont relativement différentes et méritent donc un traitement particulier.

Relevé de valeurs sur la TI-92

Les valeurs vont être placées dans un tableau prévu à cet effet, qui se nomme **sysdata**.
On doit toujours vérifier qu'il est vide avant de commencer un nouveau relevé.



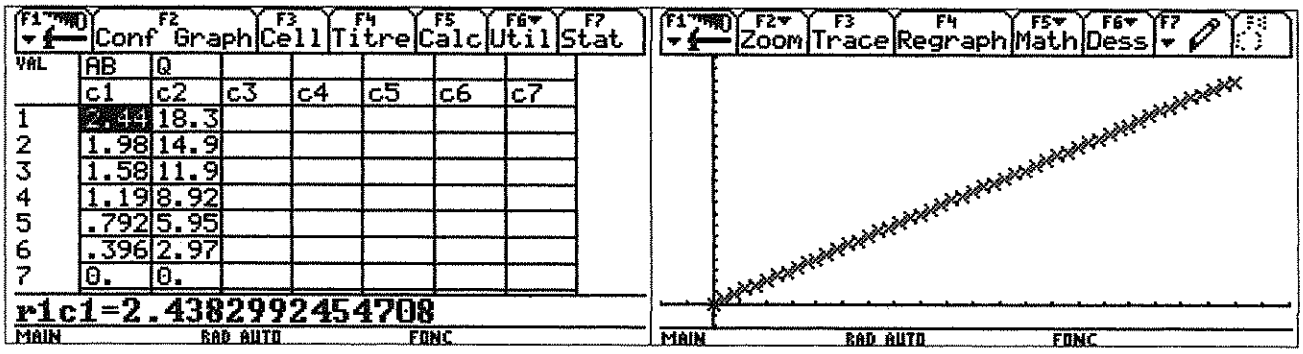
Pour cela, on sélectionne **Visionner les données**.
L'écran se partage en deux et sur la partie droite apparaît le tableau.
S'il n'est pas vide, on fait [2nd][APPS] ce qui permet de passer à la partie tableau.
Pour le vider, on appuie sur [F1][8], puis on revient à l'écran Cabri par [2nd][APPS].
Pour retrouver Cabri en plein écran, on sélectionne : **Eff Visions Données**.

Dans le menu **Recueillir des données**, on sélectionne **Définir les entrées** et l'on désigne tour à tour AB et Q. On sélectionne ensuite **Stocker Données**. Puis on choisit **Animation**, et l'on « tire » le point B.

On interrompt l'animation en appuyant sur [ESC].

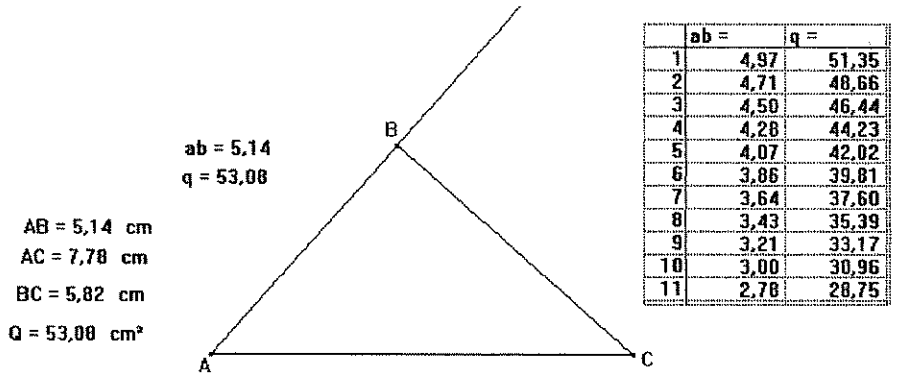
Traitement des données chiffrées sur la TI-92

En appuyant sur [APPS] puis sur **Éditeur don/mat**, **Courant**, on ouvre **sysdata**.
Le traitement statistique se fait alors normalement : on tape [F2] puis [F1], on choisit **Nuage**, puis **Croix** et l'on place **c1** en x, et **c2** en y.



Pour tracer le nuage, on ouvre l'éditeur de fonctions ([♦][Y=]). On désactive éventuellement les fonctions qui s'y trouvent. On tape sur [F2] (Zoom) et l'on choisit **ZoomDonn**.
On obtient la représentation ci-dessus.

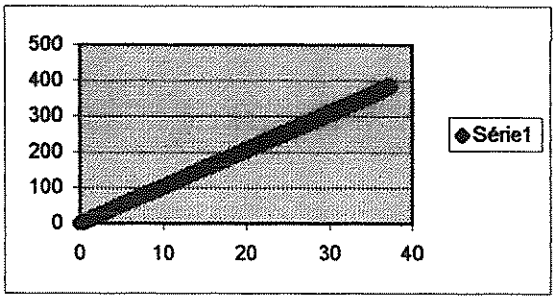
Relevé de valeurs sur Cabri et traitement des données sur Excel



	ab =	q =
1	4,97	51,35
2	4,71	48,66
3	4,50	46,44
4	4,28	44,23
5	4,07	42,02
6	3,86	39,81
7	3,64	37,60
8	3,43	35,39
9	3,21	33,17
10	3,00	30,96
11	2,78	28,75

Le traitement de l'information chiffrée sur Cabri n'est pas comme sur la calculatrice intégré au logiciel. Il est donc nécessaire de passer par un tableur comme Excel par exemple.
Se pose alors un problème qu'il faut connaître : les longueurs sont affichées en centimètre, leur carré en cm^2. Ces unités de mesure sont en fait enregistrées lors de la saisie, et transférées sous Excel, elles deviennent des chaînes de caractères sur lesquelles tout calcul est impossible.
Il faut donc commencer par éliminer ces unités perturbatrices. Pour cela, on utilise la **calculatrice**, et l'on divise AB par 1 cm et Q par 1 cm^2 (on a choisi d'afficher les résultats avec les noms ab et q).
Ceci fait on crée une **table**, et l'on tabule ab, puis q. On sélectionne **pointer**, puis on clique à nouveau sur la table. On choisit **Animation** et l'on tire le point B : la table se remplit. On interrompt le remplissage en cliquant n'importe où sur l'écran.
On copie la table dans le presse-papier, puis on la colle dans Excel*. Le traitement des données est alors classique sous Excel.

**(Il est impératif, comme dans Cabri, que le séparateur décimal choisi dans les paramètres régionaux de Windows soit la virgule et non le point).*



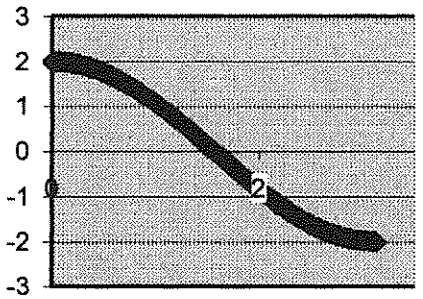
Interprétation des résultats

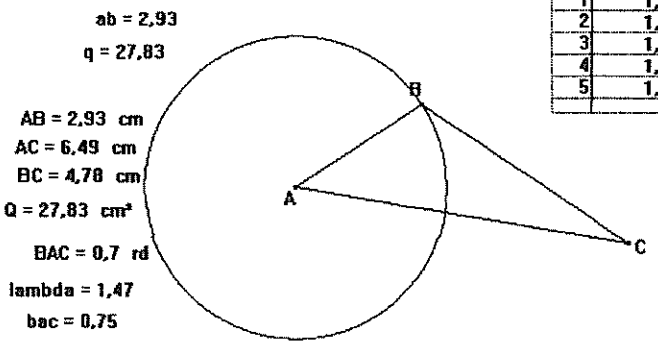
Aussi bien sur la calculatrice que sur l'ordinateur, le nuage obtenu semble correspondre à une droite. On peut faire la conjecture de cet alignement. Autrement dit, on peut supposer que Q s'écrit sous la forme Q = k AB, k étant un nombre ne dépendant pas de AB.
Il est possible de reprendre l'expérience avec AC, mais la symétrie des rôles de AB et de AC fait qu'on peut penser que l'on obtiendra un résultat identique.
En définitive, on écrira Q = λ AB × AC, λ étant un nombre ne dépendant ni de AB ni de AC.
On va donc continuer l'expérience avec λ. On pourrait tester sa dépendance avec BC, sans que AB ni AC ne varient. Cela revient à faire varier uniquement l'angle $\widehat{BAC}$. Et il semble donc plus direct d'examiner sa dépendance par rapport à la variation de l'angle $\widehat{BAC}$.

Rôle de l'angle $\widehat{BAC}$.

On doit tout d'abord « libérer » le point B de la demi-droite. On reprend l'instruction **Redéfinir un objet**, on désigne B, et on choisit **Point**.
Puis on divise Q par le produit AB × AC, puis on fait apparaître la mesure de l'angle.
Pour conserver les longueurs AB et AC invariantes tout en faisant varier l'angle $\widehat{BAC}$, un moyen simple consiste à faire tourner le segment [AB] autour de A. Pour réaliser cela simplement, il suffit de placer B sur un cercle de centre A et de faire déplacer B sur ce cercle.
Sur la TI-92, il faut au moment de **Définir les entrées**, désélectionner AB et Q qui apparaissent toujours entourés d'un rectangle en pointillés ; et ne pas oublier de vider **sysdata**. Sur l'ordinateur, on crée simplement une nouvelle table, avec de nouvelles entrées. Il est préférable de prendre l'angle en radian (et de ne pas oublier de diviser par 1 rd).

L'expérience sur ordinateur et sa traduction sur Excel.





	bac =	lambda =
1	1,40	0,33
2	1,37	0,40
3	1,39	0,36
4	1,41	0,32
5	1,43	0,28

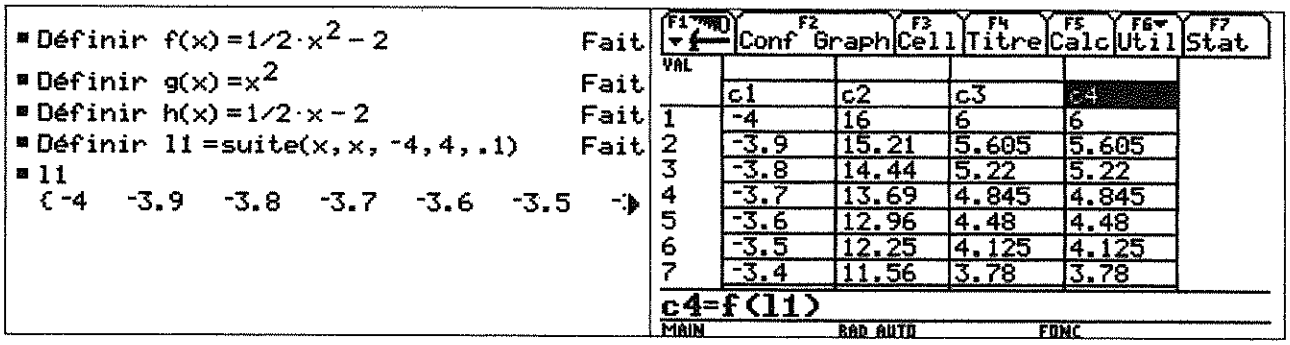
L'allure de la fonction doit rappeler quelque chose aux élèves. Le fait que la fonction semble admettre 2 et –2 comme extremums doit les conduire à proposer la fonction
$f(x) = 2\cos x$ comme solution.
Il suffit de le vérifier en prenant l'image des points de la première colonne par f.

On aboutit donc en définitive à $Q = 2\,AB\,AC\cos\widehat{BAC}$, formule qu'il reste à démontrer, mais la présence de l'angle $\widehat{BAC}$ donne une indication précieuse pour la preuve... Il suffit en effet de faire apparaître la hauteur BH, puis d'exprimer AB^2, AC^2 et BC^2 en fonction de AH, BH et CH et enfin, après avoir constaté que $AH = AB\cos\widehat{BAC}$ et que $AC = AH + HC$, de conclure.

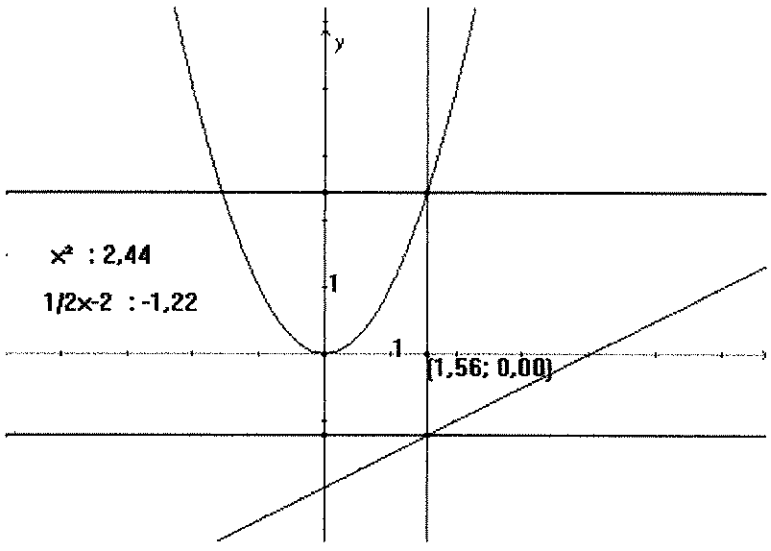
UNE APPROCHE GRAPHIQUE DE LA COMPOSITION

Comment construire, dans un repère orthonormal, la courbe représentative d'une fonction en utilisant les courbes de fonctions plus simples, ce sera l'objectif de cette activité.

Considérons la fonction $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$.



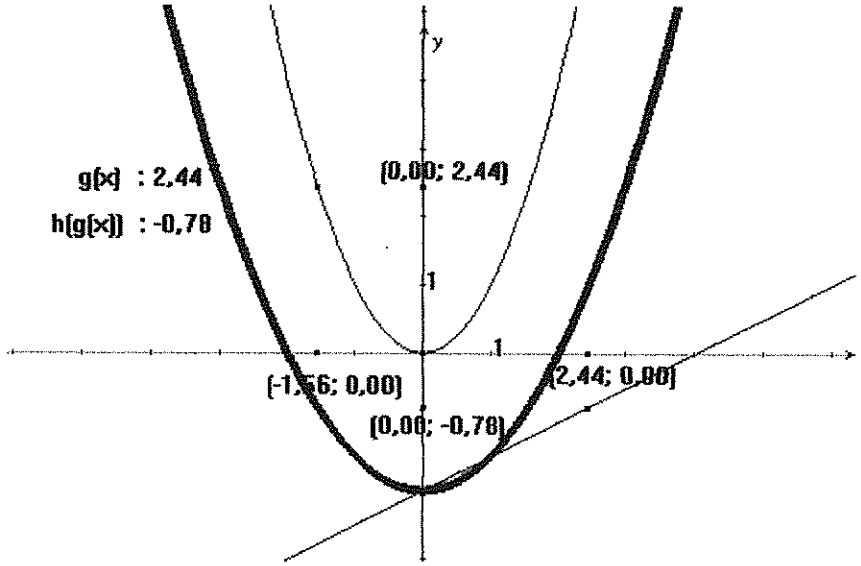
La fonction f apparaît comme la fonction g suivie de la fonction h : si l'on appelle l_1 la liste des nombres de –4 à 4 de 0,1 en 0,1, le tableau à gauche montre que si c1 contient la liste l_1, si c2 contient $g(l_1)$, si c3 contient h(c2), et si c4 contient $f(l_1)$, on constate que c3 = c4, ce qui permet de conclure.
Mais comment cela peut-il s'envisager géométriquement ?



On choisit un point de l'axe des abscisses dont on fait afficher les coordonnées.
Par la **calculatrice**, on calcule le carré de l'abscisse de ce point, et l'image de cette abscisse par $x \longmapsto \frac{1}{2}x - 2$.
On construit les points de coordonnées $(x\,,\,g(x))$ et $(x\,,\,h(x))$.
Puis le **lieu** de chacun de ces points quand x varie sur l'axe des abscisses.
On obtient une parabole et une droite (choisir un nombre suffisant de points calculés pour que les lieux soient « satisfaisants »)

On cache ensuite tous les éléments de construction pour ne conserver que les deux courbes.

T³ ©Texas Instruments



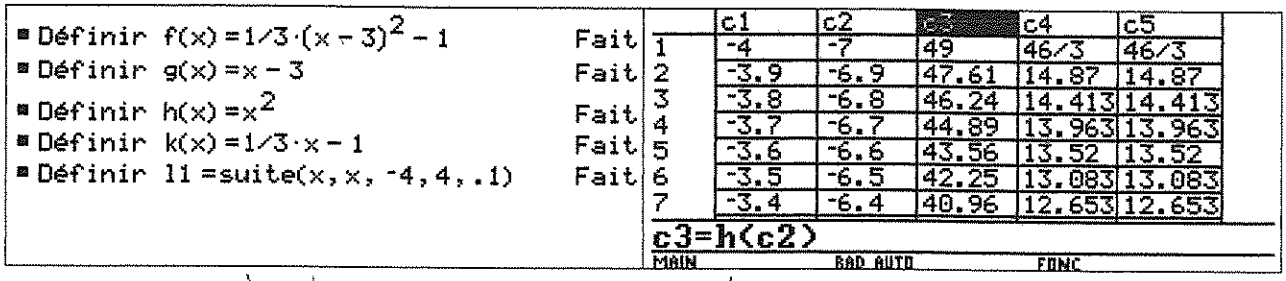
On reprend un point de l'axe des abscisses dont on fait afficher les coordonnées (ici(-1,56 ; 0,00)).
On calcule l'image de son abscisse par g (ici 2,44) et l'on reporte ce nombre sur l'axe des ordonnées. On obtient un point dont on fait afficher les coordonnées (ici (0,00 ; 2,44)).
Mais comme nous l'avons vu dans le tableau de valeurs, il nous faut maintenant déterminer l'image de $g(x)$ par h : on trouve ici –0,78. On reporte cette valeur sur l'axe des ordonnées et l'on construit le point de coordonnées $(x\ ,\ h(g(x))$. On trace le lieu des points ayant ces coordonnées quand x varie sur l'axe des abscisses. On obtient la courbe tracée en trait épais.

Plaçons maintenant également les points de coordonnées $(g(x)\ ;\ 0)$ (ici (2,44 ;0,00)). Puis les points de coordonnées $(x\ ,\ g(x))$ et $(g(x)\ ;\ h(g(x))$.

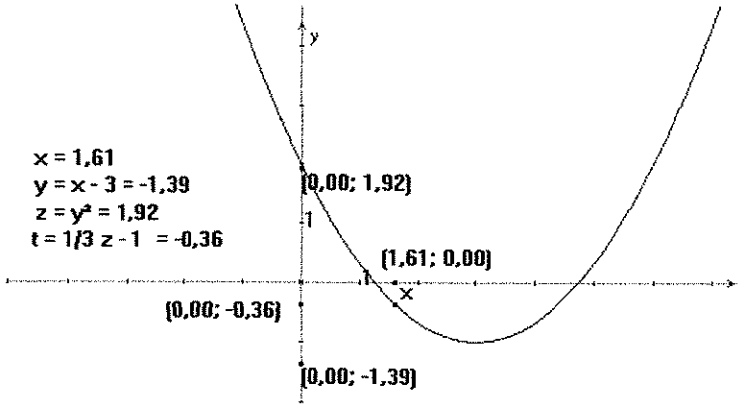
Le report de mesure nous a permis de construire la courbe représentative de la fonction f.
Pour vérifier qu'il s'agit bien de cette courbe, il suffit de calculer directement $f(x)$ par la **calculatrice**.
On obtient de cette façon des courbes complexes en appliquant graphiquement ce que nous avons vu sur les tableaux de valeurs. Sur la calculatrice ou sur l'ordinateur, nous n'avons pas besoin des courbes représentatives des fonctions g et h.
Mais en pratique, si l'on veut construire à la main la courbe de f sans avoir à calculer les images successives, on se sert des courbes pour obtenir ces images.
Il est donc nécessaire de construire le point $(g(x)\ ;\ 0)$ à partir du point $(0\ ;\ g(x))$. Ou autrement dit reporter la valeur lue sur l'axe des ordonnées sur l'axe des abscisses.
Le procédé géométrique simple consiste à prendre le symétrique par rapport à la droite $y = x$.
Cette symétrie est très visible sur l'image Cabri.

Passons à la démonstration.
1) Montrer que les points M(0 ; m) et N(m ; 0) sont symétriques par rapport à la droite d'équation $x = y$.
2) On considère un point A(a ; 0). En utilisant la courbe représentative de g, construire le point B de coordonnées (0 ; g(a)).
3) Construire alors le point C de coordonnées (g(a) ; 0).
4) En utilisant la courbe représentative de h, construire le point D(0 ; h(g(a))), puis le point E de coordonnées (a ; h(g(a))).
5) On pose g(a) = b. Calculer h(b) en fonction de b, puis en fonction de a.
Conclure.

On peut alors reprendre l'activité selon trois modalités : celle que l'on pourrait nommer « tableur », celle du tracé graphique à partir de Cabri et enfin l'incontournable mode « papier – crayon », avec une fonction un peu plus « compliquée » comme $f(x) = \frac{1}{3}(x-3)^2 - 1$.



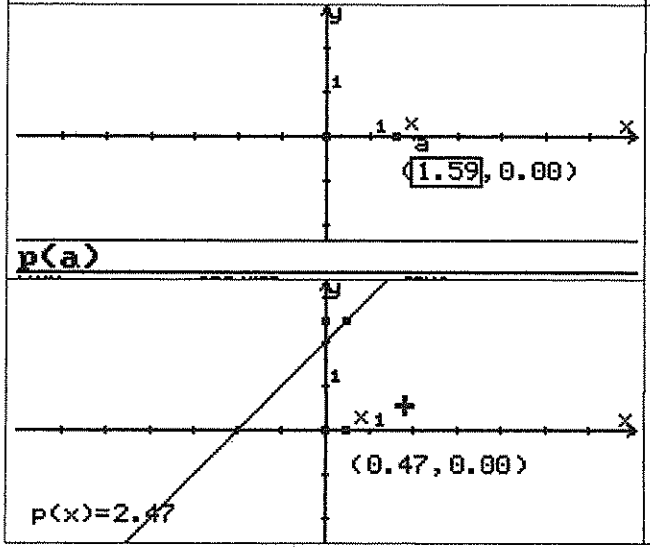
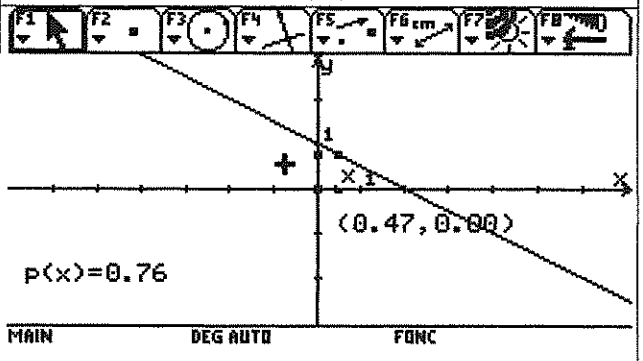
	c1	c2	c3	c4	c5
1	-4	-7	49	46/3	46/3
2	-3.9	-6.9	47.61	14.87	14.87
3	-3.8	-6.8	46.24	14.413	14.413
4	-3.7	-6.7	44.89	13.963	13.963
5	-3.6	-6.6	43.56	13.52	13.52
6	-3.5	-6.5	42.25	13.083	13.083
7	-3.4	-6.4	40.96	12.653	12.653



Le tableau et le graphique Cabri étant donnés, on peut demander aux élèves de les interpréter, de les refaire, et bien évidemment de terminer par une construction à la main...

Quelques spécificités de la calculatrice par rapport à l'ordinateur :

L'écran de la TI-92 est beaucoup plus petit, d'une définition beaucoup moins précise, que celui d'un ordinateur. De plus la calculatrice est nettement plus lente...
Pourtant nous avons déjà vu dans l'activité précédente qu'en tant qu'outil mathématique complet, la calculatrice avait dans certaines situations une meilleure adaptation que l'ordinateur.
Le traitement des fonctions ne fait pas exception. Cabri utilise les lettres a, b, ..., j comme variables possibles. Toute lettre autre que celles-ci peut donc devenir le nom d'une fonction par exemple que la calculatrice cherche dans le répertoire où l'on travaille. De plus, une fois enregistrée sous cette forme, tout changement dans la fonction sera répercutée à l'ouverture du fichier Cabri.

Première étape	Deuxième étape, on quitte Cabri . On redéfinit p
Définir p(x)=x+2 Fait	Définir p(x)=-1/2·x+1 Fait
construction dans Cabri	On ouvre à nouveau Cabri.
	
	La courbe a été automatiquement réactualisée. L'utilisation de cette propriété peut s'avérer très utile pour d'autres études.

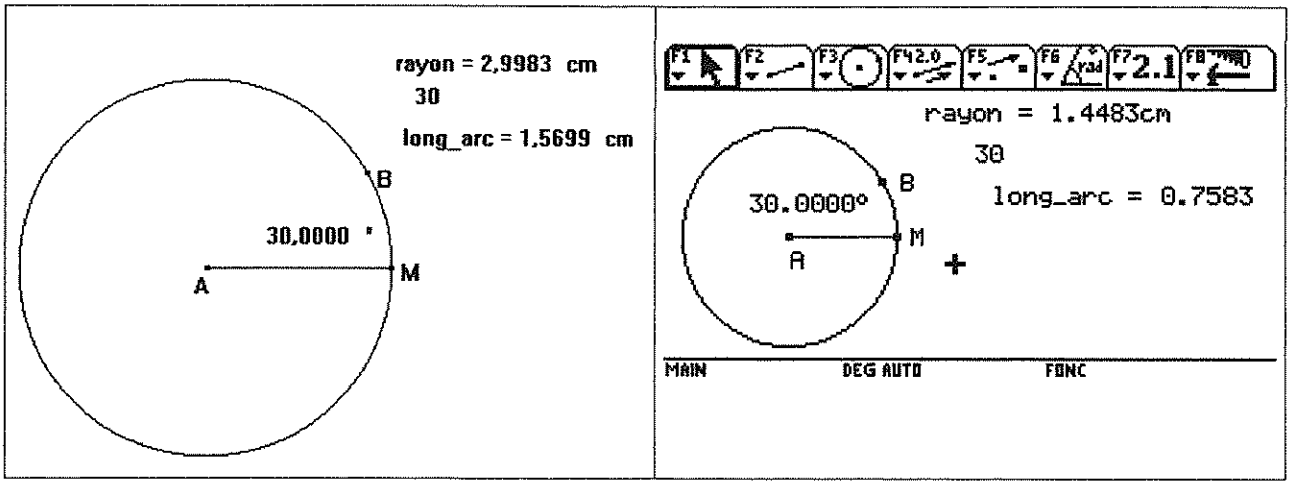
TRIGONOMETRIE AVEC CABRI

L'objectif de cette activité est de constituer une table trigonométrique « à la façon des Anciens », c'est-à-dire en mesurant les rapports trigonométriques dans un triangle rectangle pour des angles donnés.
La première difficulté est de construire un angle en degré d'une valeur α donnée. Cabri ne permet pas directement cette opération.
Par contre il donne la possibilité de construire sur un cercle un arc de longueur donnée. On utilise donc la proportionnalité entre longueur et angle.

Pour rendre les résultats plus convaincants, on choisira une précision de 4 chiffres au moins après la virgule.

Préparation de l'activité :

On construit un cercle quelconque de centre A, dont on mesure le rayon. Soit M un point de ce cercle. Avec l'instruction **Nombre**, on fait apparaître par exemple 30 sur l'écran : ce sera la mesure en degré de l'angle.
En utilisant la **Calculatrice**, on calcule la quantité : a * pi * b/180, où a est le rayon du cercle et b le nombre correspondant à la mesure de l'arc. Appelons long_arc ce nombre.
L'instruction **report de mesure** permet alors de construire un arc sur le cercle de longueur long_arc.
On désigne tour à tour (l'ordre est important) : long_arc, le cercle et le point M. Un point que l'on nommera B apparaît sur le cercle (le report se faisant dans le sens trigonométrique).
On peut alors mesurer la valeur de l'angle $\widehat{MAB}$: on trouve bien la même valeur que le nombre donné au départ.

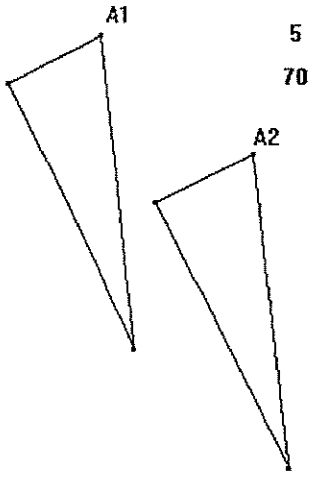


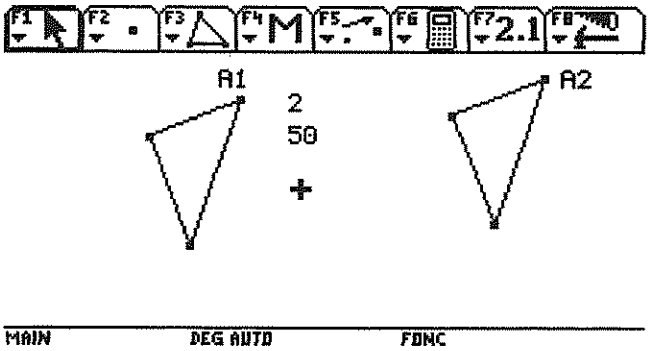
Pour ramener l'étude à des choses plus connues, on peut alors construire le point C du segment [AM] tel que le triangle ABC soit rectangle en C, puis après avoir caché tous les objets inutiles, construire tous les côtés du triangle ABC.

Si l'activité est vue comme un imagiciel :

Il s'agit dans ce cas de montrer aux élèves une situation géométrique sans qu'ils manipulent eux-mêmes le logiciel Cabri. Par exemple en utilisant la rétroprojection.
On peut donc souhaiter de pouvoir disposer d'un triangle rectangle dont on aurait préciser une mesure et un angle. La longueur choisie pourrait être celle de l'hypoténuse.

La construction est alors exactement la même que précédemment, si ce n'est que le cercle n'est plus quelconque, son rayon sera égal à la longueur de l'hypoténuse et on devra la donner par **Nombre**.
Il y a donc trois données de base : le point A, la longueur de l'hypoténuse et la valeur de l'angle.
On construit le point M à l'aide de **report de mesure**, puis le cercle. En reprenant ce qui précède on construit le point B et enfin le point C, et le triangle ABC.
Il ne reste plus qu'à automatiser tout cela à l'aide d'une **macro** dont les **objets initiaux** seront les trois données de base et dont l'**objet final** est le triangle ABC.
On utilise cette macro à partir d'un point et de deux nombres (attention à l'ordre).





Deux couples de triangles construits par la macro avec les objets initiaux (A1,hypoténuse (5 ou 2), angle (70 ou 50)). L'angle $\widehat{A_1}$ vaut 70° ou 50° (comme $\widehat{A_2}$).

Bien entendu on n'est pas obligé de nommer le premier point par la lettre A.

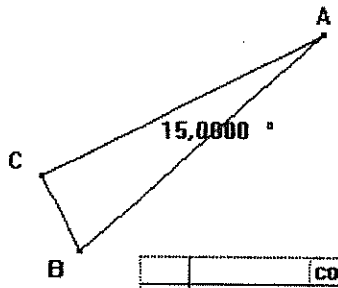
Utilisation en classe :

On peut utiliser Cabri pour tabuler les lignes trigonométriques dans un triangle rectangle.

Pour simplifier il est conseillé de commencer par afficher les mesures des trois côtés du triangle (même celle de l'hypoténuse, bien qu'elle corresponde à la valeur de base utilisée par la macro : en effet la version ordinateur tient compte des unités de longueur, mais considère le nombre donné comme un nombre pur avec lequel on a pu construire le point M en fonction de l'unité choisie dans les préférences ; toute utilisation ultérieure de ce nombre en fera un nombre sans unité ce qui pose des problèmes dans le calcul des rapports trigonométriques).

Désignons par ABC le triangle rectangle en C obtenu par la macro. On calcule alors les rapports AC/AB et BC/AB que l'on désigne par cosinus pour le premier et sinus pour le second.
On ramène la valeur de l'angle $\widehat{A}$ à 1°. On crée une table où l'on tabule l'angle, le cosinus et le sinus.
On procède ensuite à une animation dans laquelle l'objet animé est **le nombre correspondant à l'angle**. Si l'on a écrit tout simplement 1, l'animation se fera de 1 en 1 : 1, 2, 3...
Si l'on écrit 1,0 alors l'animation se fait sur la décimale de 0,1 en 0,1.
On stoppe l'animation à 90° (attention rien n'interdit au logiciel de continuer).
La table peut être ensuite exportée vers Excel et être analysée.
L'intérêt pédagogique est ici multiple.
Tout d'abord, la constitution de la table par un simple relevé géométrique enlève le côté mystérieux des touches sin et cos des calculatrices. Même si l'élève peut imaginer que le calcul ne se fait pas de cette façon dans la machine, il se rend compte qu'il existe une méthode intelligible pour trouver un cosinus ou un sinus, méthode dont on peut penser qu'elle fut utilisée longtemps.

Une table de nombres fournit aussi un point de vue que les élèves ne sont plus habitués à avoir du fait des calculatrices. On peut tracer le nuage de points qui conduira à la courbe, mais plus encore examiner certaines propriétés sur des angles particuliers ou sur les angles complémentaires, propriétés dont on demandera la démonstration (par exemple cos(60°) = 0,5 ou cos(45°) = sin(45°), ou bien encore sin(x°) = cos(90° – x°)…).
Enfin la table met en évidence la raison d'être historique des rapports trigonométriques : la correspondance bijective des colonnes montre comment on passe d'un côté à l'autre en fonction de ce que l'on connaît et de ce que l'on cherche…



5 15

AC = 4,8296 cm
BC = 1,2941 cm
AB = 5,0000 cm
cosinus A = AC/AB = 0,9659
sinus A = BC/AB = 0,2588

		cosinus A	sinus A =
1	1	0,9998	0,0175
2	2	0,9994	0,0349
3	3	0,9986	0,0523
4	4	0,9976	0,0698
5	5	0,9962	0,0872
6	6	0,9945	0,1045
7	7	0,9925	0,1219
8	8	0,9903	0,1392

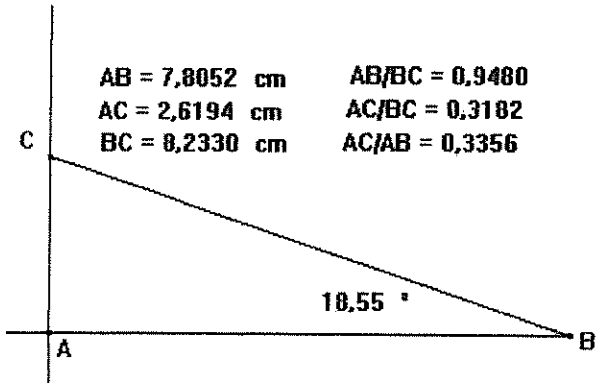
29	0,8746	0,4848
30	0,866	0,5
31	0,8572	0,515
32	0,848	0,5299
33	0,8387	0,5446
34	0,829	0,5592
35	0,8192	0,5736
36	0,809	0,5878
37	0,7986	0,6018
38	0,788	0,6157
39	0,7771	0,6293
40	0,766	0,6428
41	0,7547	0,6561
42	0,7431	0,6691
43	0,7314	0,682
44	0,7193	0,6947
45	0,7071	0,7071
46	0,6947	0,7193

La table donne la possibilité de visualiser quelques propriétés remarquables.

La calculatrice permet exactement la même chose.

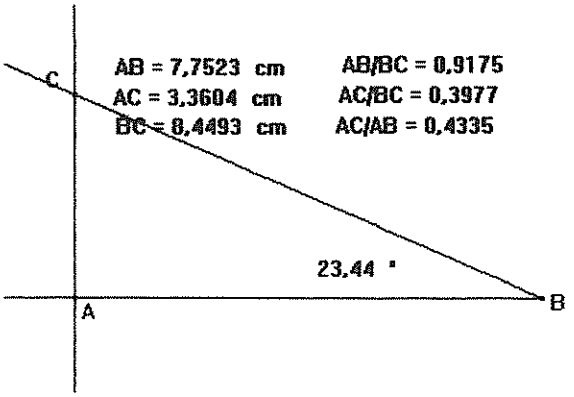
<u>En amont, visualiser l'invariance des rapports trigonométriques :</u>

Cette activité peut être complétée en amont par un retour sur la notion de rapport trigonométrique.



On construit une demi-droite d'origine B. Soit un point A de cette demi-droite. Et C un point de la perpendiculaire à cette demi-droite passant par B. Le triangle ABC est rectangle en A.
On fait afficher les longueurs AB, AC et BC et l'on calcule les rapports AB/BC, AC/BC et AC/AB qui sont les rapports possibles entre les trois longueurs (avec leurs inverses), ainsi que l'angle $\widehat{B}$.
Quand on déplace A, ou C toutes les longueurs sauf une et les trois rapports changent. L'angle également.

Il est inévitable que le changement de position du point A par exemple modifie au moins AB, mais peut-on imaginer un procédé qui laisse les angles invariants.
Pour cela il suffit d'assujettir C à se déplacer sur une demi-droite d'origine B.

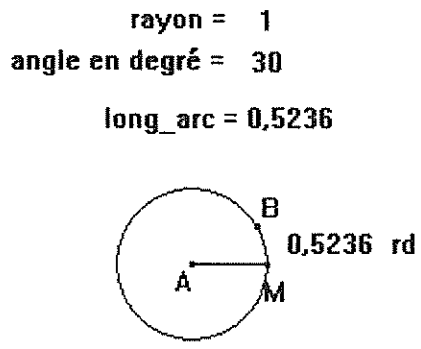


On construit une demi-droite d'origine B.
En utilisant l'instruction **redéfinir un objet**, on montre C et l'on indique qu'il doit être un **point sur deux objets** : cette demi-droite et la perpendiculaire précédente.
Dès lors seul A peut se déplacer ; les trois longueurs changent mais ni l'angle ni aucun des rapports.

En déplaçant la demi-droite [BC), C se déplace aussi, les rapports et l'angle changent, mais pour une position donnée de la demi-droite [BC), les rapports ne se modifient pas : ils sont donc uniquement fonction de la valeur de l'angle $\widehat{B}$.

<u>En aval, introduction du radian :</u>

Au début de l'activité, nous avons pu construire un angle d'un nombre de degrés fixé en utilisant l'arc correspondant. Reprenons cette démarche avec un cercle de rayon 1 (voir pour cela la macro).



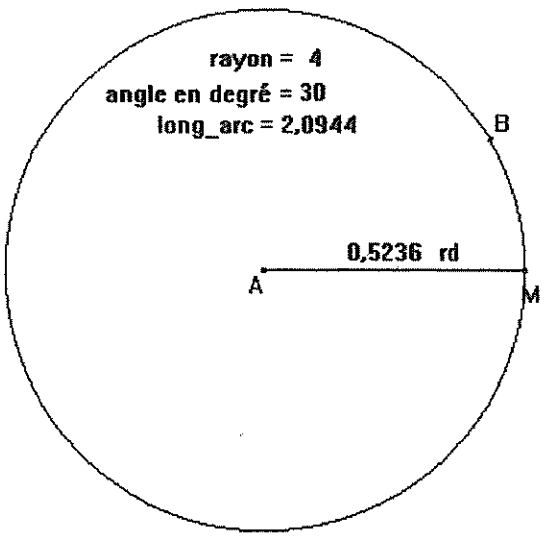
On peut présenter le problème comme celui de la construction d'un secteur angulaire d'une valeur donnée sur un cercle (ici 30°).
La procédure a été décrite plus haut.
On procède à une première vérification de la validité de la démarche en faisant afficher l'angle $\widehat{MAB}$ en degré, puis on fait constater aux élèves que Cabri permet aussi l'affichage dans une unité « inconnue » : rd (radian).
Il suffit alors d'essayer … Spectaculaire ! Non !
(il faut d'abord effacer la mesure en degré).
Il ne reste plus qu'à faire varier 30 pour se convaincre qu'il ne s'agit pas d'un hasard.

On peut alors se demander quel est le rôle de 1 ? Que se passerait-il pour un autre rayon ? Par exemple pour 4 ?

Inutile de tout recommencer. Il suffit de transformer 1 en 4, ou en d'autres valeurs.

L'angle reste bien sûr fixe, mais la longueur change. De quelle façon ?
Quelques relevés à la main ou sur un tableur finiront par convaincre de la proportionnalité.

Pour un rayon fixé, on peut faire varier l'angle : un tableur permet alors de tracer le nuage de points obtenus et de visualiser la dépendance entre la longueur de l'arc et l'angle comme linéaire.



T³ ©Texas Instruments