

## **Eksempler på elevbesvarelser af gådedelen:**

Elevbesvarelser svinger ikke overraskende i kvalitet - fra meget ufuldstændige besvarelser, hvor de fx glemmer at forklare hvad gåden går ud på, eller glemmer at argumentere for gådens løsning (dvs. de bringer kun sandhedstavlerne), til meget flotte gennemtænkte og gennemarbejdede gåder. Gådedelen har generelt forekommet dem svær og mange grupper har fået støtte til at komme i gang.

En del grupper nøjes med 3 udsagn (hvilket også kan skyldes at de opfattede det som en del af rammen for gåden at den skulle minde om gåden i filmen). Men de fleste har udvidet antallet af udsagn til 4 eller 5 for at gøre gåden mere kompliceret. Også på anden måde har de søgt at komplicere gåden og derved gøre den sværere at løse: Fx ved at lade udsagnene selv indeholde en lille gåde eller ved at inddrage betingede udsagn.

Mange kobler en historie til gåden og illustrerer den kreativt, hvilket klart forøger gådens kvalitet. Langt de fleste gåder følger mønstret med et antal udsagn som kan være sandt eller falsk og en regel om hvordan udsagnene opfører sig. En enkelt gruppe har dog sprængt rammen og benyttet sig af mere generelle strategier. Gruppen har dog desværre haft svært ved at forklare deres ide skriftligt, og derved falder gådens kvalitet.

I en af klasserne blev gådedelen og debatdelen udskilt, så først arbejdede klassen med alle gåderne og derefter overværede de alle debatoplæggene (til gengæld glemte alle eleverne i denne klasse at aflevere selve gåden elektronisk). I de to andre klasser blev gådedelen fremlagt sammen med debatdelen gruppevis. Begge femgangsmåder fungerede fuldt tilfredsstillende.

Endelig skal det bemærkes at eleverne under selve fremstillingen var gode til at løse gåderne effektivt ved at inddrage modstridsprincippet: Hvis to af påstandene strider mod hinanden må den ene være sand og den anden falsk. Hvis den generelle regel fx siger at der kun kan være ét sandt udsagn følger heraf at det tredje udsagn er falsk osv. Det kan føre til en hurtig optrævling af gåden og er derfor noget man skal være opmærksom på hvis man vil gøre gåden svær. Ingen af grupperne har dog inddraget modstridsargumentet i deres egen skriftlige besvarelse af gådens løsning. Så det er først efterfølgende de er blevet opmærksomme på strategien.

Her følger så udvalgte eksempler på gåder med kommentarer:

## Portia's gåde

*På bordet foran dig står 3 bægre.*

*Dit valg du må tage, hvis du vil lykken smage.*

*Portias hjerte du vil vinde hvis du det rigtige kan finde.*

*Kun ét vil føre til glæde, de andre vil livet æde.*

*Hvis du fejler, må portias hjerte gå til en anden bejler.*



<b>Guld</b>	<b>Sølv</b>	<b>Træ</b>
<i>Hvis du vælger bægeret til min venstre side, vil du døden lide.</i>	<i>Hvis du vælger mig, vil lykken følge dig.</i>	<i>Hvis du vælger guld, vil dit liv være slut.</i>

**Kun ét bæger taler sandheden, de andre vil dig forråde.**

Det er en meget poetisk gåde, som følger det klassiske mønster med tre udsagn. I deres egen løsning er de ikke helt opmærksomme på modstridsprincippet: **Guld** og **Sølv** strider mod hinanden (idet **Sølv** står til venstre for **Guld** set fra **Gulds** position, idet **Guld** vender ud mod os!). Altså taler **Træ** falsk og dermed er det oplagt at vi skal vælge **Guld**. I stedet udtømmer de mulighederne som vist på næste side, hvor de også gengiver sandhedstavlen fra TI-Nspire: De glemmer dog at dokumentere oversættelsen af de enkelte udsagn. Udsagnene på de tre bægre kan man nok gætte:

<i>Bæger</i>	<b>Guld</b>	<b>Sølv</b>	<b>Træ</b>
<i>Udsagn</i>	not (sølv = portia)	sølv = portia	not (guld = portia)

De overser i øvrigt at der ikke er brug for nitten i deres opstilling!

## Gennemgang af gåden

---

	A portia	B nitte	C guld	D sølv	E træ	F guldbæger	G sølvbæger	H træbæger	I rule
+						= (not (sølv=portia))	= sølv=portia	= (not (guld=portia))	= (not (sølv=træ))
1	portia	nitte	portia	nitte	nitte	true	false	false	true
2	portia	nitte	nitte	portia	nitte	false	true	true	false
3	portia	nitte	nitte	nitte	portia	true	false	true	false
4									
5									
6									

Da vi ved at der kun er ét bæger der taler sandt, må de to resterende bægre lyve.

Måden vi finder frem til at guld er det rigtige, gøres således:

Guld siger at man vil dø hvis man vælger sølv. Sølv siger at man vil leve hvis man vælger dén, og træ siger at man vil dø hvis man vælger guld.

Da der kun er én rigtig, ved vi at de to andre må lyve, så hvis det fx skulle være sølv der var det rigtige bæger ville både sølv og træ tale sandt, mens guld ville være den eneste der løj. Hvis det skulle være træ der var den rigtige, ville både træ og guld tale sand og sølv ville være den eneste der løj. Det vil sige, at der kun er en mulighed tilbage, hvilket er guld, da sølv og træ begge ville lyve, og derved opnår vi kun én rigtig og to forkerte.

Her er en variant af samme enkle gådeopstilling:

# AT3 - argumentation

Gåde

Dette skønne billede af Portia ligger i et af disse skrin

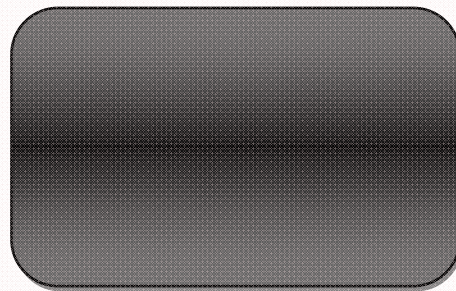
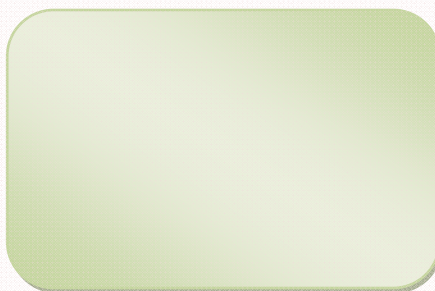
**Højst et af skrinene lyver.**



**Guld**

**Sølv**

**Bly**



**Det ligger her**

**Det ligger ikke i guld**

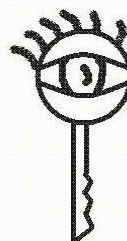
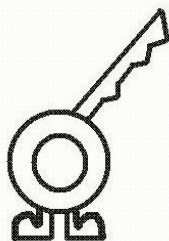
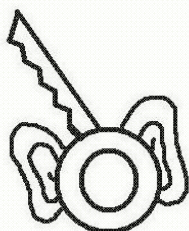
**Det ligger i sølv**

Igen strider **Guld** og **Sølv** mod hinanden, hvorfor **Bly** denne gang må tale sandt. Altså ligger portrættet i **Sølv**. Elevernes egen gennemgang af gåden følger nøje det forrige eksempel.



Da Portias far døde, lavede han en gåde til Portias bejlere. Kun dem som kunne løse gåden, kunne få Portia. Gåden går ud på at der er tre nøgler. De er fortryllet, og den ene har øre, den anden har øjne, og den tredje har fødder. Den rigtige af de tre nøgler åbner til kisten, hvori der ligger et guldhjerte, som er symbol på Portias evige troskab.

Til hver af de tre nøgler er der en besked, de lyder følgende:



Nøglen med fødder ved at nøglen med ører virker.

Udsagn 1

Nøglen med fødder siger at nøglen med øjne ikke virker.

Udsagn 2

Nøglen med øjne ved at nøglen med fødder ikke virker.

Udsagn 3

**Der er kun et sandt udsagn og nøglen med øjne er altid falsk.**

Her er også en meget kreativ udformning af gåden. Til gengæld er det et eksempel på en dårlig regel, idet vi får direkte oplyst at **nøglen med øjne** altid er falsk. Det er dårlig opgaveskik og tyder på at de har haft svært ved at formulere en regel, der førte til gådens løsning. Faktisk falder gåden nu helt sammen, idet vi på forhånd ved at det sidste udsagn er falsk, hvilket vel må betyde at **nøglen med fødder virker**, og så er resten reelt set overflødig (bortset fra at det skal være konsistent med den samlede regel). Til gengæld er deres egen gennemgang af løsning grundig og veldokumenteret (om end altså lidt omstændelig) – for overskuelighedens skyld har vi flyttet deres figur:

Vi løser gåden i TI-Nspire, ved hjælp af sandhedstabeller. At det er en nitte, vil sige at nøglen ikke passer til kisten med guldhjertet i. At det derimod er guld, vil sige at nøglen passer til kisten, og dermed også guldhjertet. Nedenunder er et skærmbillede af vores sandhedstavle:

Kolonne C, D og E er de tre nøgler, med de tre kombinationer, der er for om det er en nitte, eller nøglen til guldhjertet.

De tre første udsagn, udsagn1, udsagn2 og udsagn3, er de tre udsagn som der står under nøglerne. skrevet i matematik som:

*Udsagn1; = nøgleøre = guld*

*Udsagn2; = nøgleøjne = nitte*

*Udsagn3; = nøglefødder = nitte*

	A nitte	B guld	C nøgleøre	D nøglefødder	E nøgleøjne	F udsagn1	G udsagn2	H udsagn3	I udsagn4	J løsnng
						=nøgleøre	=nøgleøjne	=nøglefødder	=(not udsagn3)	=udsagn1
1	nitte	guld	nitte	nitte	guld	false	false	true	false	false
2	nitte	guld	nitte	guld	nitte	false	true	false	true	true
3	nitte	guld	guld	nitte	nitte	true	true	true	false	false
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										

J løsnng: =udsagn1 and not udsagn2 and not udsagn3 and udsagn4 or not udsagn1 and udsagn2 and not udsagn3 and udsagn4

Er udsagn1 for eksempel sandt, vil det svare til at nøglen med ører er lig med guld, altså at det er den der passer til kisten med guldhjertet.

Derved får vi de tre forskellige universer. Det sidste udsagn, udsagn4, er reglen om at nøglen med øjne altid taler falskt. I matematik er det skrevet som:

*Udsagn4; = not udsagn3*

Vi har skrevet at det er udsagn tre som ikke passer, da det er det udsagn nøglen med øjne kommer med.

Den allersidste kolonne, kolonne J, er løsningen, hvor vi kan se hvilket af de tre universer der er sandt, og derved hvilken af nøglerne der er den rigtige.

Det er gjort ved at opskrive de tre universer, hvor at alle fire udsagn indgår i hvert univers. I alle tre universer er udsagn4 skrevet sandt. Derimod skiftes de tre resterende udsagn til at være sandt. Dvs. at to af udsagnene er falske, mens et er sandt. De tre universer deles af "or", og imellem de enkelte udsagn er der "and" hvis udsagnet er sandt i dette univers, og "and not" hvis udsagnet i dette univers er falskt:

*løsning: =udsagn1 and not udsagn2 and not udsagn3 and udsagn4 or not udsagn1 and udsagn2 and not udsagn3 and udsagn4 or not udsagn1 and not udsagn2 and udsagn3 and udsagn4*

Tilbage har vi nu et enkelt univers, hvor alle reglerne er gældende, og derfor er det dette univers der er det sande. Universet er univers 2, hvor nøglen med fødder, er den rette til kisten. De andre to nøgler er nitter. Dette er løsningen på vores gåde.



Vi kigger til sidst kort på gåder med 5 udsagn:

### 2 udsagn er sande.

- 1: mønten ligger i min lomme.
- 2: mønten ligger ikke her.
- 3: mønten ligger i nummer 2
- 4: mønten ligger ikke i nummer 2
- 5: mønten ligger ikke i nummer 1

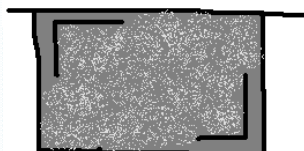
Det er ikke helt klart hvad gåden går ud på, men formentlig skal man finde mønten. Selv om der er fem udsagn involverer udsagnene kun **1** og **2**! Igen fører et modstridsargument direkte til løsningen: Udsagnene **1** og **5** strider mod hinanden, ligesom udsagnene **3** og **4** strider mod hinanden. Altså taler udsagn **2** falsk, da vi jo allerede har fundet to sande udsagn. Men det betyder jo netop at mønten ligger i nummer **2**'s lomme.

### Gåde for Portia

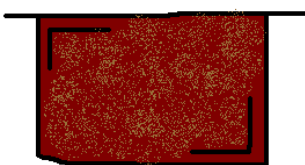
Portias bejlere skal finde den kiste, hvor billedet af Portia ligger.  
Kun en af kisterne taler sandt.



Guld: Stik hovedet dybere jordlag,  
men her vil du dog ikke finde skatten.



Sølv: Ej heller i kisten af samme materiale  
Christiansborgs tag er lavet af, eller i  
kisten af det letteste metal findes skatten.



Kobber: Kig grundigt på kisten af argentum (AG)  
Her vil du finde skatten.



Jern: Ej heller i denne kasse skal du lede, hvis det er sandt at An-  
ders Fogh Rasmussen er den 2. statsminister i dette årtusinde.



Ler: i kisten af samme materiale som det mest vandholdige  
stof, er hvor du finder skatten.

Gåden anvender elegant gåder i gåder princippet og betingede udsagn. Og nej, det er ikke en gåde fra den naturvidenskabelige klasse ☺.

## Gåde

For meget længe siden boede der en meget smuk ung kvinde ved navn Portia, på et stort guddommeligt slot. Historien siger at tusindvis af bejlere hver dag kom til slottet for at vinde Portias hjerte, og dermed også hendes rigdom. Alt hvad der var hendes, ville også blive bejlerens hvis han blot kunne udvælge den rigtige æske, blandt 5 andre, hvori en skat befandt sig. Man fik én eneste ledetråd for at finde den rigtige æske, men en indskrift på hver æske hjalp også bejlerne videre. Der gik dog mange år med bejlere der strømmede ud og ind ad slottet, men stadig ingen havde formået at åbne den rigtige æske. Portia ventede og ventede, men stadig ingen kunne finde den rigtige æske. Da Portia var ved at blive gammel, og ikke havde nogle at efterlade sin formue til, besluttede hun sig for at gemme de 5 æsker og en lille seddel med ledetråden. Mange år efter at Portia var død, fandt man æskerne og den lille seddel, gemt i hendes kælder. Prøv nu om i kan løse gåden ☺

**Regel (Ledetråd):** Der er én af æskerne der taler sandt, - hverken flere eller færre!

Rød	Gul	Grøn	Blå	Lilla
Æsken til højre for gul indeholder skatten	Jeg indeholder skatten	Rød indeholder skatten	Ingen af æskerne ved siden af mig indeholder skatten	Æsken mellem gul og blå indeholder skatten

Vi kan ikke bruge modstridsargumentet, men **Rød** og **Lilla** siger det samme, nemlig at **Grøn** indeholder skatten, dvs. de må begge være falske. **Gul** er tilsvarende falsk, fordi ellers ville både **Gul** og **Blå** være sande. **Grøn** er falsk af samme grund! Det er altså **Blå**, der er sand. Skatten ligger derfor hverken i **Grøn** eller **Lilla**, ligesom den ikke kan ligge i **Rød**, da **Grøn** er falsk og den kan ikke ligge i **Gul**, da **Gul** er falsk. Altså ligger skatten i **Blå**. Gåden er rimeligt raffineret skruet sammen.

Elevernes egen løsning er også fin: Hver af de fem mulige placeringer af skatten gennemgås og de påviser hvordan kun den blå placering er konsistent med reglen. Til gengæld begår de en fejl i sandhedstabellen, idet de formaliserer reglen således:

**rødtext** xor **gultext** xor **grøntxt** xor **blåtxt** xor **lillatxt**

Det er desværre ikke det samme som at netop ét af udsagnene taler sandt. Det betyder faktisk kun at et ulige antal udsagn taler sandt. De kunne derfor være uheldige at netop tre af udsagnene kunne tale sandt eller at alle fem udsagn kunne tale sandt. Men af udsagnene **Rød**, **Gul** og **Grøn** kan højst ét være sandt, så den sidste mulighed er udelukket. Og da **Blå** og **Lilla** ikke kan være sande samtidigt, kan der heller ikke være tre sande udsagn!



## Portias gåde

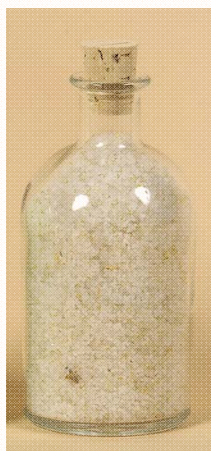
For at vinde Portias ægteskab, skal bejleren løse følgende gåde. Hvis gåden løses rigtigt vil bejleren finde en guldring i flasken. Der er kun én flaske der lyver. Deri ligger ringen.

<b>A</b> siger:	Enten lyver <b>B</b> eller også lyver <b>C</b> .
<b>B</b> siger:	Ringen ligger i <b>C</b> .
<b>C</b> siger:	<b>B</b> lyver!
<b>D</b> siger:	Hvis <b>E</b> taler sandt gør jeg også.
<b>E</b> siger:	Hvis jeg taler sandt, så lyver <b>C</b> .

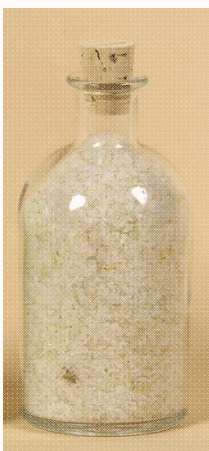
**A**



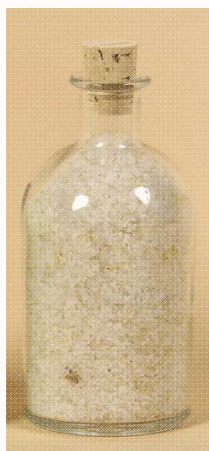
**B**



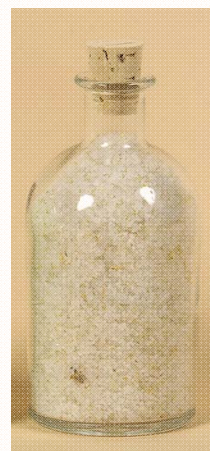
**C**



**D**



**E**



Her trækkes på alle former for sammensatte logiske udsagn. Vi kan ikke direkte bruge modstridsargumentet, men vi kan se at flaskerne **B** og **C** er i indbyrdes konflikt: De kan ikke begge være sande, for hvis **B** er sand ligger ringen i **C**, som så må lyve i følge den overordnede regel om at ringen ligger i den flaske, der lyver. Vi ved derfor at **A**, **D** og **E** taler sandt! Men så følger det af **E** at **C** lyver, dvs. rent faktisk taler **B** sandt. Altså ligger ringen i **C**. Også denne gåde er altså rimeligt raffineret skruet sammen.

I elevernes egen løsning af gåden gås der meget grundigt til værks og de begår da også nogle logiske fejl undervejs.

I deres systematiske gennemgang af hvem der er den mulige løgner undersøger de fx også muligheden for at **D** er løgneren:

<b>Hvis D lyver:</b>		
<b>A siger:</b>	Enten lyver <b>B</b> eller også lyver <b>C</b>	Sandt – enten lyver <b>B</b> eller <b>C</b>
<b>B siger:</b>	Ringene ligger i <b>C</b> .	Sandt – så ligger ringene i <b>C</b>
<b>C siger:</b>	<b>B</b> lyver!	Sandt – Så skulle <b>B</b> lyve, men det gør den ikke. Her går det galt.
<b>D siger:</b>	Hvis <b>E</b> taler sandt gør jeg også.	Falsk – <b>E</b> og <b>D</b> taler falsk.
<b>E siger:</b>	Hvis jeg taler sandt, så lyver <b>C</b> .	Sandt – Hvis <b>E</b> taler sandt, må <b>D</b> tale falsk. Her går det galt.

Her bemærker de at **D** siger: 'Hvis **E** taler sandt gør jeg det også' og det er falsk. Altså slutter de at **E** og **D** begge taler falsk. Men implikationen kan kun være falsk, hvis præmissen er sand og konklusionen er falsk, dvs. hvis **E** er sand og **D** er falsk. Konklusionen er altså at **E** er sand idet vi jo allerede ved at **D** er falsk ifølge antagelsen. Der er altså ikke den påstående modstrid til sidst! Så det er ikke her antagelsen fører til en modstrid.