

# Formelsamling til vektorregning i planen og i rummet med TI-Nspire maMAA 2008-09

## Formelsamling til vektorregning i planen med TI-Nspire

Lad være med at bruge tid på at lave vektorer med pile over:  $\vec{a}$

Disse kan i øvrigt ikke bruges til at "regne" med. Det tæller dog positivt at nævne at vektorer skrives med almindelig notation:  $\mathbf{a}$

Numrene herunder refererer til et udvalg af formler fra formelsamlingen:

(30)  $\mathbf{a} := \begin{bmatrix} a1 \\ a2 \end{bmatrix}$  skrives hurtigst vha. kantede parenteser på tastaturet  $\mathbf{a} := [a1;a2]$

(31)  $|\mathbf{a}| = \text{norm}(\mathbf{a}) = \sqrt{a1^2 + a2^2}$ , brug kommandoen  $\text{norm}(\mathbf{a})$  for at bestemme lænden af vektor  $\mathbf{a}$

(32)  $k \cdot \mathbf{a} = \begin{bmatrix} k \cdot a1 \\ k \cdot a2 \end{bmatrix}$ , TI-Nspire beregner gerne multiplikation af en vektor  $\mathbf{a}$  med  $k$

(33)  $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \begin{bmatrix} a1+b1 \\ a2+b2 \end{bmatrix}$ , TI-Nspire beregner gerne summen af to vektorer!

(34)  $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \begin{bmatrix} a1-b1 \\ a2-b2 \end{bmatrix}$ , TI-Nspire beregner også gerne differensen mellem to vektorer!

...

(36)  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \text{dotP}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = a1 \cdot b1 + a2 \cdot b2$ , brug kommandoen  $\text{dotP}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  til at bestemme skalarproduktet.

...

(37)  $\cos(v) = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|} = \frac{\text{dotP}(\mathbf{a}, \mathbf{b})}{\text{norm}(\mathbf{a}) \cdot \text{norm}(\mathbf{b})} = \frac{a1 \cdot b1 + a2 \cdot b2}{\sqrt{(a1^2 + a2^2) \cdot (b1^2 + b2^2)}} = \frac{a1 \cdot b1 + a2 \cdot b2}{\sqrt{a1^2 + a2^2} \cdot \sqrt{b1^2 + b2^2}}$ , brug

kommandoerne  $\text{norm}(\mathbf{a})$  og  $\text{dotP}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  til formel for relation for vinkel mellem to vektorer.

...

|                                                                                                     |                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| $\mathbf{a} := \begin{bmatrix} a1 \\ a2 \end{bmatrix}$                                              | $\begin{bmatrix} a1 \\ a2 \end{bmatrix}$                                     |
| $\mathbf{b} := \begin{bmatrix} b1 \\ b2 \end{bmatrix}$                                              | $\begin{bmatrix} b1 \\ b2 \end{bmatrix}$                                     |
| $\text{norm}(\mathbf{a})$                                                                           | $\sqrt{a1^2 + a2^2}$                                                         |
| $k \cdot \mathbf{a}$                                                                                | $\begin{bmatrix} k \cdot a1 \\ k \cdot a2 \end{bmatrix}$                     |
| $\mathbf{a} + \mathbf{b}$                                                                           | $\begin{bmatrix} a1+b1 \\ a2+b2 \end{bmatrix}$                               |
| $\mathbf{a} - \mathbf{b}$                                                                           | $\begin{bmatrix} a1-b1 \\ a2-b2 \end{bmatrix}$                               |
| $\text{dotP}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$                                                               | $a1 \cdot b1 + a2 \cdot b2$                                                  |
| $\frac{\text{dotP}(\mathbf{a}, \mathbf{b})}{\text{norm}(\mathbf{a}) \cdot \text{norm}(\mathbf{b})}$ | $\frac{a1 \cdot b1 + a2 \cdot b2}{\sqrt{(a1^2 + a2^2) \cdot (b1^2 + b2^2)}}$ |
|                                                                                                     |                                                                              |

5/8

(40)  $\mathbf{b}_a = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{a}|} \cdot \mathbf{a} = \frac{\text{dotP}(\mathbf{a}, \mathbf{b})}{(\text{norm}(\mathbf{a}))^2} \cdot \mathbf{a}$  brug kommandoerne  $\text{dotP}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  og  $\text{norm}(\mathbf{a})$  til bestemmelse af projektionen af  $\mathbf{b}$  vektor på  $\mathbf{a}$  vektor.

(41)  $|\mathbf{b}_a| = \frac{|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}|}{|\mathbf{a}|} = \frac{\text{abs}(\text{dotP}(\mathbf{a}, \mathbf{b}))}{\text{norm}(\mathbf{a})}$  brug kommandoerne  $\text{dotP}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ ,  $\text{norm}(\mathbf{a})$  og  $\text{abs}()$  til bestemmelse af længde af projektionen af  $\mathbf{b}$  vektor på  $\mathbf{a}$  vektor.

...

(43)  $\det(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \det \begin{pmatrix} a1 & b1 \\ a2 & b2 \end{pmatrix} = a1 \cdot b2 - a2 \cdot b1$  opskriv den kvadratiske matrice for de to vektorer for at bestemme determinanten.

...

(46)  $\mathbf{A} = |\det(\mathbf{a}, \mathbf{b})| = \text{abs} \left( \det \begin{pmatrix} a1 & b1 \\ a2 & b2 \end{pmatrix} \right)$  brug kommandoen  $\text{abs}()$  for at bestemme den absolutte værdi af determinanten der giver arealet af det parallelogram der udspringes af vektorerne.

|                                                                                                            |                                                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\mathbf{b}_a := \frac{\text{dotP}(\mathbf{a}, \mathbf{b})}{(\text{norm}(\mathbf{a}))^2} \cdot \mathbf{a}$ | $\frac{a1 \cdot (a1 \cdot b1 + a2 \cdot b2)}{a1^2 + a2^2} \cdot \begin{bmatrix} a1 \\ a2 \end{bmatrix}$ |
| $ \mathbf{b}_a  := \frac{ \text{dotP}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) }{\text{norm}(\mathbf{a})}$                  | $\frac{ a1 \cdot b1 + a2 \cdot b2 }{\sqrt{a1^2 + a2^2}}$                                                |
| $\begin{bmatrix} a1 & b1 \\ a2 & b2 \end{bmatrix}$                                                         | $\begin{bmatrix} a1 & b1 \\ a2 & b2 \end{bmatrix}$                                                      |
| $\det \begin{pmatrix} a1 & b1 \\ a2 & b2 \end{pmatrix}$                                                    | $a1 \cdot b2 - a2 \cdot b1$                                                                             |
|                                                                                                            |                                                                                                         |

4/99

**Formelsamling til vektorregning i planen og i rummet med TI-Nspire**  
maMAA 2008-09

### Formelsamling til vektorregning i rummet med TI-Nspire

Lad være med at bruge tid på at lave vektorer med pile over i noteapplikationen: a

Disse kan i øvrigt ikke bruges til at "regne" med.

Det tæller dog positivt at nævne at vektorer skrives med almindelig notation:  $\mathbf{a}$

Numrene herunder refererer til et udvalg af formler fra formelsamlingen:

(30)  $\mathbf{a} := \begin{bmatrix} a1 \\ a2 \\ a3 \end{bmatrix}$  skrives hurtigst vha. kantede parenteser på tastaturet  $\mathbf{a} := [a1;a2;a3]$

(31)  $\|\mathbf{a}\| = \text{norm}(\mathbf{a}) = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ , brug kommandoen `norm(a)` for at bestemme lænden af vektor  $\mathbf{a}$

(32)  $k \cdot \mathbf{a} = \begin{bmatrix} k a_1 \\ k a_2 \\ k a_3 \end{bmatrix}$ , TI-Nspire beregner gerne multiplikation af en vektor  $\mathbf{a}$  med  $k$

(33)  $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{bmatrix}$ , TI-Nspire beregner gerne summer af to vektorer!

(34)  $\mathbf{a}-\mathbf{b} = \begin{bmatrix} a1-b1 \\ a2-b2 \\ a3-b3 \end{bmatrix}$ , TI-Nspire beregner også gerne differensen mellem to vektorer!

...

(36)  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \text{dotp}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$ , brug kommandoen  $\text{dotp}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  til at bestemme skalarproduktet

...

|                                                     |                                                                        |
|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| $a := \begin{bmatrix} a1 \\ a2 \\ a3 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} a1 \\ a2 \\ a3 \end{bmatrix}$                         |
| $b := \begin{bmatrix} b1 \\ b2 \\ b3 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} b1 \\ b2 \\ b3 \end{bmatrix}$                         |
| $\text{norm}(a)$                                    | $\sqrt{a1^2+a2^2+a3^2}$                                                |
| $k \cdot a$                                         | $\begin{bmatrix} k \cdot a1 \\ k \cdot a2 \\ k \cdot a3 \end{bmatrix}$ |
| $a+b$                                               | $\begin{bmatrix} a1+b1 \\ a2+b2 \\ a3+b3 \end{bmatrix}$                |
| $a-b$                                               | $\begin{bmatrix} a1-b1 \\ a2-b2 \\ a3-b3 \end{bmatrix}$                |
| $\text{dotP}(a,b)$                                  | $a1 \cdot b1 + a2 \cdot b2 + a3 \cdot b3$                              |
|                                                     |                                                                        |

$$(64) \quad \cos(v) = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|} = \frac{\text{dotF}(\mathbf{a}, \mathbf{b})}{\text{norm}(\mathbf{a}) \cdot \text{norm}(\mathbf{b})} = \frac{a1 \cdot b1 + a2 \cdot b2 + a3 \cdot b3}{\sqrt{(a1^2 + a2^2 + a3^2) \cdot (b1^2 + b2^2 + b3^2)}} \\ = \frac{a1 \cdot b1 + a2 \cdot b2}{\sqrt{a1^2 + a2^2 + a3^2} \cdot \sqrt{b1^2 + b2^2 + b3^2}}, \text{ brug kommandoerne norm}(\mathbf{a}) \text{ og}$$

$\text{dotp}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  til formel for relation for vinkel mellem to vektorer.

• • •

$$(66) \quad \mathbf{ba} = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{a}|} \cdot \mathbf{a} = \frac{\text{dotP}(\mathbf{a}, \mathbf{b})}{(\text{norm}(\mathbf{a}))^2} \cdot \mathbf{a} \text{ brug kommandoerne dotP}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \text{ og norm}(\mathbf{a}) \text{ til}$$

bestemmelse af projektionen af **b** vektor på **a** vektor.

(67)  $\|\mathbf{a}\| = \frac{|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}|}{\|\mathbf{a}\|} = \frac{\text{abs}(\text{dotP}(\mathbf{a}, \mathbf{b}))}{\text{norm}(\mathbf{a})}$  brug kommandoerne `dotp(a,b)`, `norm(a)` og

$\text{abs}(\cdot)$  til bestemmelse af længde af projektionen af **b** vektor på **a** vektor.

• • •

(43)  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \text{crossP}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \begin{bmatrix} a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_3 \\ a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \end{bmatrix}$  brug kommandoen `crossP(a,b)` for at

bestemme krydsproduktet af to vektorer

• • •

(46)  $\mathbf{A} = |\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = \text{abs}(\text{crossP}(\mathbf{a}, \mathbf{b}))$  brug kommandoen `abs( )` for at bestemme den absolutte værdi af krydsproduktet der giver arealet af det parallelogram der udspændes af de to vektorer

|                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|---------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $ba := \frac{ \text{dotP}(a,b) }{\text{norm}(a)}$                   | $\frac{a1 \cdot b1 + a2 \cdot b2}{\sqrt{a1^2 + a2^2}}$                                                                                                                                                                                                           |
| $\begin{bmatrix} a1 & b1 \\ a2 & b2 \end{bmatrix}$                  | $\begin{bmatrix} a1 & b1 \\ a2 & b2 \end{bmatrix}$                                                                                                                                                                                                               |
| $\det\left(\begin{bmatrix} a1 & b1 \\ a2 & b2 \end{bmatrix}\right)$ | $a1 \cdot b2 - a2 \cdot b1$                                                                                                                                                                                                                                      |
| $\frac{\text{dotP}(a,b)}{\text{norm}(a) \cdot \text{norm}(b)}$      | $\frac{a1 \cdot b1 + a2 \cdot b2 + a3 \cdot b3}{\sqrt{(a1^2 + a2^2 + a3^2) \cdot (b1^2 + b2^2 + b3^2)}}$                                                                                                                                                         |
| $ba := \frac{\text{dotP}(a,b)}{(\text{norm}(a))^2} \cdot a$         | $\begin{bmatrix} a1 \cdot (a1 \cdot b1 + a2 \cdot b2 + a3 \cdot b3) \\ a1^2 + a2^2 + a3^2 \\ (a1 \cdot b1 + a2 \cdot b2 + a3 \cdot b3) \cdot a2 \\ a1^2 + a2^2 + a3^2 \\ (a1 \cdot b1 + a2 \cdot b2 + a3 \cdot b3) \cdot a3 \\ a1^2 + a2^2 + a3^2 \end{bmatrix}$ |
| $\text{crossP}(a,b)$                                                | $\begin{bmatrix} a2 \cdot b3 - a3 \cdot b2 \\ a3 \cdot b1 - a1 \cdot b3 \\ a1 \cdot b2 - a2 \cdot b1 \end{bmatrix}$                                                                                                                                              |
| $ \text{crossP}(a,b) $                                              | $\begin{bmatrix} a2 \cdot b3 - a3 \cdot b2 \\ a1 \cdot b3 - a3 \cdot b1 \\ a1 \cdot b2 - a2 \cdot b1 \end{bmatrix}$                                                                                                                                              |
| $\begin{bmatrix} \end{bmatrix}$                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                  |