

Varför bör matematiklärare överväga att använda teknologi med CAS-funktioner (Computer Algebra System)?

Forskningsreferat 10

Sammanställd för Texas Instruments av Center for Technology in Learning, SRI International,
7 december 2007

Varför bör matematiklärare överväga att använda teknologi med symbolhanterande-funktioner (CAS/Computer Algebra System)?

Forskningsreferat 10

CAS ger lärare möjlighet att betona "Hur, Varför och Vad händer om?"

I matematikundervisningen på mellan- och högstadiet bör tonvikten flyttas från beräkning av specifika tal till att använda matematik symboliskt för analys, bevisföring eller problemlösning. Den symboliska användningen av matematik handlar inte bara om "hur" ett visst algebraiskt steg skall utföras. Den bör även handla om "varför" och "Vad händer om?".

Med CAS kan elever utföra matematiska operationer på symboliska uttryck för att utforska dessa frågor. En lärare kan exempelvis instruera en CAS-räknare att "subtrahera x" från varje sida av ekvationen " $x + 10 = 3x - 20$ ", vilket ger " $10 = 2x - 20$ ". Läraren kan sedan fokusera på *varför* detta är ett viktigt steg att utföra i lösningen av likheten, i stället för *hur* steget skall utföras. (Naturligtvis är både "hur" och "varför" viktiga aspekter och läraren kan besluta att inte använda CAS-funktioner vid fokusering på "hur".)

På liknande sätt kan läraren skapa nya funktioner som relaterar till parabeln $f(x) = x^2$ genom att "lägga till 5" eller "lägga till x". Alla tre funktionerna kan sedan ritas för en diskussion om hur addition av ett tal eller ett "x" förändrar grafen för en parabel. Läraren fokuserar på "vad händer om?" och inte på mekaniken bakom grafitrning.

Nedan beskrivs tre huvudpunkter för lämplig användning av CAS och därefter följer en sammanfattning av befintlig utvärderande forskning.

1. Använd förbättrad effektivitet för att fokusera på matematiska koncept

CAS utför manipulationer snabbt och noggrant. Elever kan erhålla både exakta och ungefärliga resultat utan att oroa sig för tråkiga mellansteg eller fel. Forskare menar att lärare kan använda den förbättrade effektiviteten som CAS ger för att fokusera på begreppsmässig utveckling, problemlösning och undersökningar med realistiska problem (Heid, 1988; Hillel, 1993). De menar också att svaga elever kan ha stor nytta av noggrannheten och snabbheten hos CAS. I stället för att fastna i rutinmässiga procedurer kan elever arbeta med en mer komplex uppgift, t.ex. att söka sambanden mellan ett algebraiskt uttryck och en graf (Kuzler, 2000).

Forskare (t.ex. Heid, 1988; Porzio, 1999; Kaput, 1996) har också funnit att CAS stöder elevers utforskning av problem och koncept genom manipulering av algebraiska uttryck i multipla representationsformer (t.ex. numeriskt, grafiskt och symboliskt). En lärare kan hjälpa elever att göra matematik logisk och lära sig strategier för att utveckla "algebraisk insikt" genom att fokusera mer på tolkning och reflexion än att bara utföra olika procedursteg (Arnold, 2004; Pierce & Stacey, 2007).

2. Anpassa läroplanen efter enskilda elevers behov

Med CAS har lärare större flexibilitet i utformningen av läroplanen. De kan lära ut koncept och applikationer före algebraiska operationer, ett arbetssätt som traditionellt inte har varit möjligt (Heid et al., 1988). Med hänvisning till CAS hävdade Day (1993) entusiastiskt att "kraften och flexibiliteten hos teknologi kan bidra till att ändra fokuseringen på algebra i skolan från att elever blir mediokra manipulatorer till att de blir fulländade analytiker" (sidan 30). Lärare kan utnyttja dessa möjligheter för att anpassa läroplanen efter enskilda elevers behov.

3. Betona pedagogiskt meningsfulla uppgifter

Som för alla studieverktyg visar forskning att blotta närvaron av CAS inte garanterar bättre inläring. Vid granskning av empiriska studier publicerade fram till 1995 fann Mayes (1997, citerad i Hoyles & Noss, 2006) mindre positiva resultat i fall där CAS primärt användes för att öka effektiviteten och hastigheten vid implementering av traditionella strategier för problemlösning. Medan forskare fortsätter att debattera detaljer om var och hur mycket CAS skall användas (Bohm et al, 2004) är de eniga om betydelsen av lärare som ombud för integration och förändring. För att exempelvis undvika ytlig, improduktiv användning av CAS måste lärare ge elever uppgifter som har tydliga och giltiga pedagogiska och funktionella fördelar med CAS (Pierce & Stacey, 2004; Ruthven, 2002).

Vissa matematikverktyg kan mata in symboliska uttryck, men ger endast tal eller grafer som resultat. CAS-teknologi ger emellertid även symboliska matematiska uttryck som resultat. Forskare rekommenderar lärare att använda CAS-funktioner för att fokusera på koncept, anpassa läroplanen efter elevers behov och framhäva meningsfulla matematiska uppgifter. Även om vi inväntar bevis baserade på tillförlitlig forskning rapporterar studier över hela världen genomgående fördelar när lärare integrerar CAS med fokus på inläring av matematiska koncept.

Forskning påvisar förbättringar i elevers resultat och motivation

Sedan slutet på 1980-talet har forskare över hela världen genomgående rapporterat förbättrade studieresultat i klassrum som har integrerat CAS på ett lämpligt sätt. Även om inte alla studier uppvisar en stark design eller ett stort studieunderlag är dock beläggen som har ackumulerats under 20 år värda att notera.

Tidiga klassrumsexperiment med CAS visade att elever som använde CAS, och erhöll konceptororienterad undervisning, uppnådde signifikant bättre begreppsmässig förståelse och kunskap än elever i traditionellt färdighetsorienterad undervisning, utan att uppoffra inläringen av räknefärdigheter (Heid, 1992; Heid, 1988; Palmiter, 1991).

Senare studier har i allmänhet bekräftat denna trend. En stor studie med hundratals collegeelever visade att när lärare använde CAS-teknologi, med en lämplig undervisande tonvikt (dvs. om att göra matematik logisk i gruppdiskussioner), lärde sig eleverna att resonera om symboliska uttryck (Keller & Russell, 1997). Eleverna som undervisades med CAS lyckades bättre än eleverna utan CAS på tre nivåer: grundläggande räkning, mer avancerad räkning och komplexa symboliska problem. Liknande resultat rapporterades för elever på högstadiet (16-19 år) i Finland som undervisades i konceptet om derivata med och utan CAS (Repo, 1994).

Forskning har också undersökt elevers motivation. Genom effektiv användning kan CAS göra matematik mer intressant och meningsfull för elever. En studie med grekiska affärsstuderanden visade att elever som använde CAS var mer intresserade, deltog aktivt och lade ned mer tid på att förbereda sig för lektioner än deras klasskamrater som inte använde CAS (Vlachos & Kehagias, 2000). En 3-årig studie av CAS med elever i klass 11 och 12 i Tyskland fann en måttlig entusiasm för matematik och en övergripande positiv attityd gentemot CAS (Schmidt och Moldenhauer, 2002).

Referenser:

- Arnold, S. (2004). Classroom computer algebra: Some issues and approaches. *Australian Mathematics Teacher*, 60(2), 17-21.
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 7(3), 275-291.
- Ball, L. and Stacey, K. (2005). Teaching strategies for developing judicious technology use. In W. J. Masalski & P. C. Elliott (eds.), *Technology-Supported Mathematics Learning Environments* (2005 National Council of Teachers of Mathematics Yearbook, pp. 3-15). Reston, VA: NCTM.
- Day, R. (1993). Algebra and technology. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 12(1), 29-36.
- Drijvers, P., and O.A. van Herwaarden (2001). Instrumentation of ICT-tools: the case of algebra in a computer algebra environment, *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 7(4), 255-75.
- Heid, M. K. (1988). Resequencing skills and concepts in applied calculus using the computer as a tool. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 3-25.
- Hillel, J. (1993). Computer algebra systems as cognitive technologies: Implications for the practice of mathematics education. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology* (pp. 18-47). Berlin: Springer-Verlag.
- Hoyles and Noss (2006) What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education? In A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick and F.K.S. Leung (eds). *Second International Handbook of Research in Mathematics Education* (pp. 323- 349). Dordrecht: Kluwer.
- Kaput, J. (1996). Algebra and technology: New semiotic continuities and referential connectivity. In F. Hitt, T. Rojano, & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the PME-NA XXI Annual Meeting*, Cuernavaca, Mexico.
- Keller, B. A., and Russell, C. A. (1997). Effects of the TI-92 on calculus students solving symbolic problems. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 4(1), 77-98.
- Kuzler, B. (2000). The algebraic calculator as a pedagogical tool for teaching mathematics. *International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*.7(1), 5-23.
- Lagrange, J. B. (1999). Complex calculators in the classroom: Theoretical and practical reflections on teaching pre-calculus. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 4, 51-81.
- Mayes, R. (1997). Current state of research into CAS in mathematics education. In Berry, J., Kronfellner, M., Kutzler, Monaghan, J. *The State of Computer Algebra in Mathematics Education* (pp 171-189). Chartwell-Bratt, Bromley.
- Palmiter, J. R. (1991). Effects of computer algebra systems on concept and skill acquisition in calculus. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(2), 151-156.
- Pierce, R. and Stacey, K. (2007) Developing algebraic insight. *Mathematics Teaching* 203, 12-16.
- Pierce, R. and Stacey, K. (2004). A framework for monitoring progress and planning teaching towards effective use of computer algebra systems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 59-93.
- Porzio, D. (1999). Effects of differing emphases in the use of multiple representations and technology on students' understanding of calculus concepts. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 21(3), 1-29.
- Repo, S. (1994). Understanding and reflective abstraction: Learning the concept of derivative in a computer environment. *International DERIVE Journal*, 1(1), 97-113.