Løsning av noen oppgaver i

SINUS R1, kapittel 5 - 8

Digital pakke B

TI-Nspire
Enkel kalkulator
(Sharp EL-506, TI 30XIIB eller Casio fx-82ES)

Oppgaver og sidetall i læreboka:

5.43 c	side 168	6.10 a	side 189	7.12 a	side 216	8.11	side 266
5.52	side 173	6.12	side 191	7.41	side 231	8.31 c	side 273
5.61 d	side 175	6.13	side 191	7.53	side 238	8.33	side 275
5.64 b	side 177	6.41	side 200	7.71	side 246	8.43	side 279
5.74	side 181	6.50	side 202	7.83	side 252	8.62	side 286
5.82	side 183	6.54	side 204	7.90	side 253	8.72	side 290
						8.73	side 292
						8.93	side 306

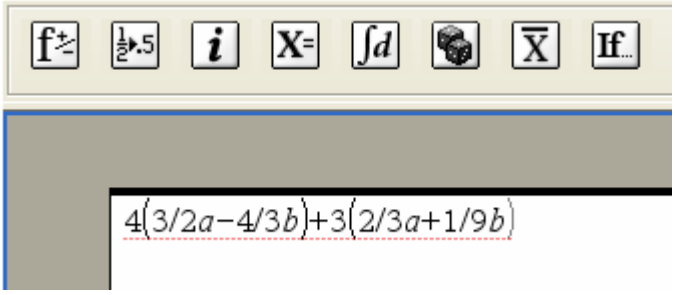
En stor takk til Anders Øverbye i *Alfasoft* for tips til løsninger av disse oppgavene med TI-Nspire.

Kapittel 5

<u>Oppgave 5.43 c) side 168. Verktøy: TI-Nspire</u>

Åpne programmet *TI-Nspire*. Klikk på arbeidsområdet og velg *Legg til kalkulator.* Den enkleste måten å regne ut svaret på, er å behandle uttrykket som et rent algebrauttrykk, uten tanke på at det er snakk om vektorer. Vi får da det samme svaret, og må selv huske på at a egentlig er $\vec{a}$ og b er $\vec{b}$.

Skriv inn uttrykket slik det står under og trykk *Entrer*.

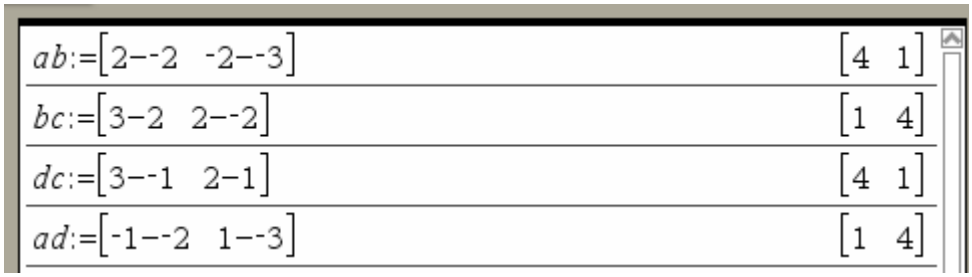


Resultatet blir: $4\cdot\left(\frac{3}{2}\cdot a-\frac{4}{3}\cdot b\right)+3\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot a+\frac{1}{9}\cdot b\right)$ $\qquad 8\cdot a-5\cdot b$

Dette betyr: $\underline{\underline{8\vec{a}-5\vec{b}}}$

<u>Oppgave 5.52 side 173. Verktøy: TI-Nspire</u>

a) Vi skriver inn koordinatene, slik figuren nedenfor viser:



b) Vi ser av oppsettet at: $\underline{\underline{\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \text{ og } \overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}}}$

c) Ut fra opplysningene i b), ser vi at lengdene av sidene er like ($\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{1^2+4^2}$)
Figuren er derfor <u>en rombe</u>.

Oppgave 5.61 d side 175. Verktøy: TI-Nspire

Her starter vi med å definere vektorene $\vec{u}$ og $\vec{v}$:

$u:=[3\ \ -1]$	$[3\ \ -1]$
$v:=[-1\ \ 2]$	$[-1\ \ 2]$
$2\cdot u+6\cdot v$	$[0\ \ 10]$

Oppgave 5.64 d side 177. Verktøy: TI-Nspire

$x:=[a\ \ b]$	$[a\ \ b]$
$\text{solve}(3\cdot x+[-1\ \ 2]=-x+[3\ \ 6],a,b)$	$a=1$ and $b=1$

$\vec{x}=\underline{\underline{[1,1]}}$

Oppgave 5.74 side 181. Verktøy: TI-Nspire

Vi definerer først vektoren $\overrightarrow{AB}$. Vi har da at $\overrightarrow{AC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

Så definerer vi vektoren $\overrightarrow{OA}$ fra origo til *A.*

$\overrightarrow{OC}$ er da lik $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}$

Da er det lett å finne koordinatene til *C*.

$ab:=[4--2\ \ 7--2]$	$[6\ \ 9]$
$ac:=\frac{2}{3}\cdot ab$	$[4\ \ 6]$
$oa:=[-2\ \ -2]$	$[-2\ \ -2]$
$oc=oa+ac$	$oc=[2\ \ 4]$

C har koordinatene <u>(2,4)</u>

Oppgave 5.82 side 183. Verktøy: TI-Nspire

Rask måte: Åpne TI-Nspire. Klikk på arbeidsområdet og velg *Legg til kalkulator.*
Først definerer vi vektorene $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ og $\overrightarrow{OD}$
Deretter bruker vi disse til å finne vektorene som definerer sidene og diagonalene i firkanten.

$oa:=[-1\ \ 1]$	$[-1\ \ 1]$
$ob:=[4\ \ -1]$	$[4\ \ -1]$
$oc:=[3\ \ 3]$	$[3\ \ 3]$
$od:=[-2\ \ 5]$	$[-2\ \ 5]$
$ab:=ob-oa$	$[5\ \ -2]$
$ad:=od-oa$	$[-1\ \ 4]$
$ac:=oc-oa$	$[4\ \ 2]$
$bd:=od-ob$	$[-6\ \ 6]$

Nå gjenstår det bare å finne lengdene på disse fire siste vektorene.
For å finne lengden av $\overrightarrow{AB}$, skriver vi sqrt(5^2+(-2)^2) og trykker Enter.

$ab:=ob-oa$	$[5\ \ -2]$
$ad:=od-oa$	$[-1\ \ 4]$
$ac:=oc-oa$	$[4\ \ 2]$
$bd:=od-ob$	$[-6\ \ 6]$
$\sqrt{5^2+(-1)^2}$	$\sqrt{26}$
$\sqrt{(-1)^2+4^2}$	$\sqrt{17}$
$\sqrt{4^2+2^2}$	$2\cdot\sqrt{5}$
$\mathrm{sqrt}((-6)^2+6^2)$	

Det siste uttrykket blir:

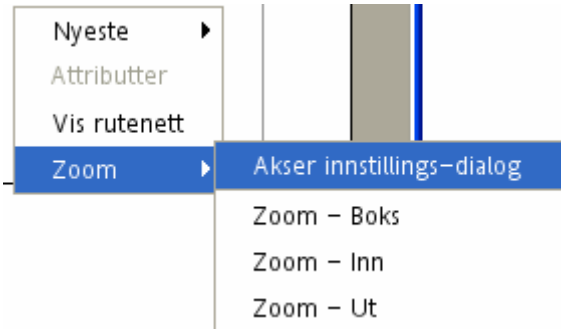
$\sqrt{(-6)^2+6^2}$	$6\cdot\sqrt{2}$

På de neste sidene ser du hvordan du kan løse denne oppgaven med en mer grafisk tilnærming.

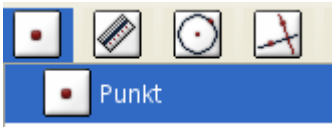
Åpne TI-Nspire. Klikk på arbeidsområdet og velg *Legg til grafer og geometri*.
Klikk på dette ikonet og velg *Vis rutenett*.

Vi ser av koordinatene til punktene at vi kan la *x*-verdiene ligge mellom -3 og 5 og *y*-verdiene mellom – 2 og 6. (Vi tar med litt ekstra plass rundt.)

Høyreklikk et sted i koordinatsystemet, velg *Zoom* og deretter *Akser innstillings-dialog*. Skriv inn verdiene som vist i figuren til høyre under. Klikk *OK*.

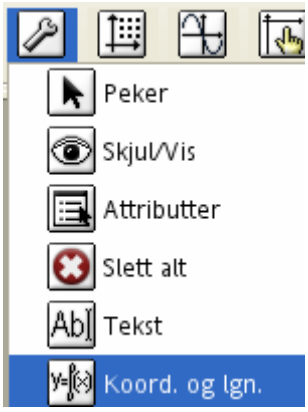


Klikk på verktøyet for å sette inn punkt.



Det er en halv mellom hver prikk i rutenettet.
Plasser punktene på de oppgitte koordinatene.

Vi kan få fram koordinatene til punktene og navnsette dem ved å bruke vektøyene *Koord. og lgn* og *Tekst*.

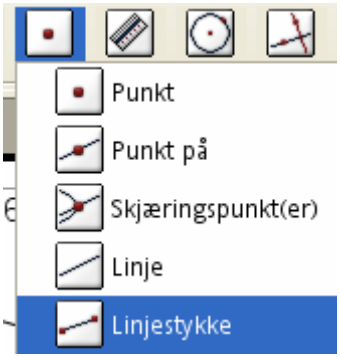


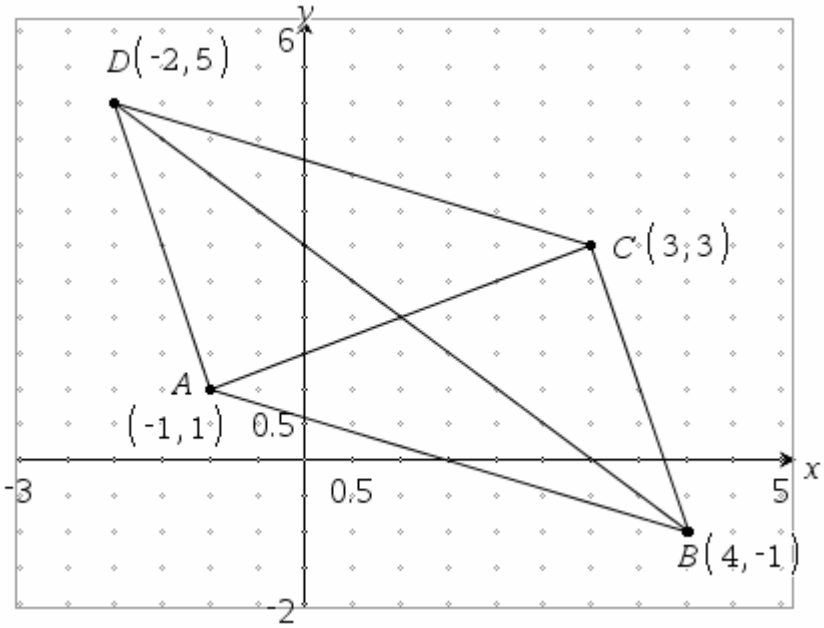
Med det første verktøyet (*Koord og lgn*) klikker du på et av punktene du har satt inn. Da kommer koordinatene fram.

Med det andre verktøyet (Tekst) fører du muspekeren over et punkt til det blinker. Da blir teksten du skriver knyttet til dette punktet.

Du kan deretter flytte navn og tekst for koordinater med pekerverktøyet.

Bruk verktøyet for linjestykker og trekk linjestykker mellom punktene, slik figuren under til høyre viser.





a) Vi skal nå finne lengdene på sidene.

Klikk da på verktøyet for å måle lengder og, klikk på hver av sidene.

Dersom vi kvadrerer lengdene, ser vi at

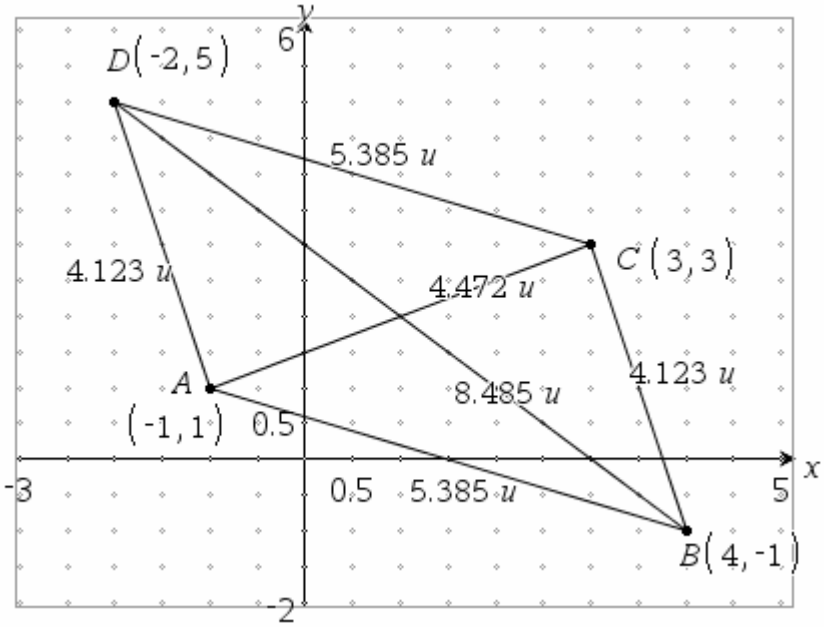
$AB = DC = \sqrt{29}$ og

$BC = AD = \sqrt{17}$

b) Gjør vi det samme med diagonalene, ser vi at

$AC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ og

$BD = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$



Kapittel 6

Oppgave 6.10 a side 189. Verktøy: TI-Nspire

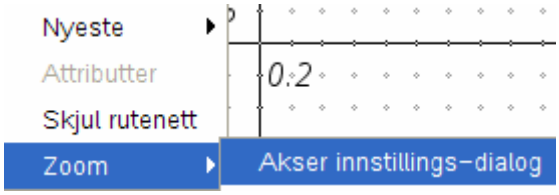
Velg *Legg til kalkulator* og skriv inn:

$$\text{solve}\left(\left[12 \quad 8\right]\cdot x=\left[15 \quad 10\right],x\right) \qquad x=\frac{5}{4}$$

Vektorene er parallelle, siden det finnes et tall *x* som kan multipliseres med den ene vektoren for å få den andre.

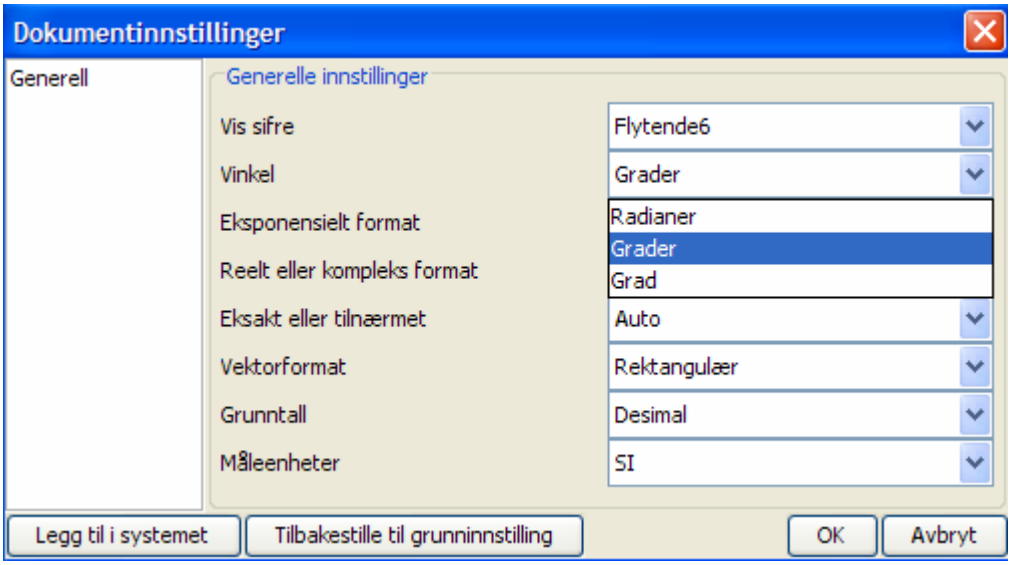
Oppgave 6.12 a side 191. Verktøy: TI-Nspire

Bruk *Legg til Grafer og Geometri.* Vis rutenettet. Høyreklikk på arbeidsflaten, velg *Zoom* og *Akser Tilpassingsdialog.*
Velg verdier slik det går fram av figuren under.

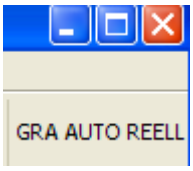


Plasser punktene (-2,3), (1,-3) og (2,-5)

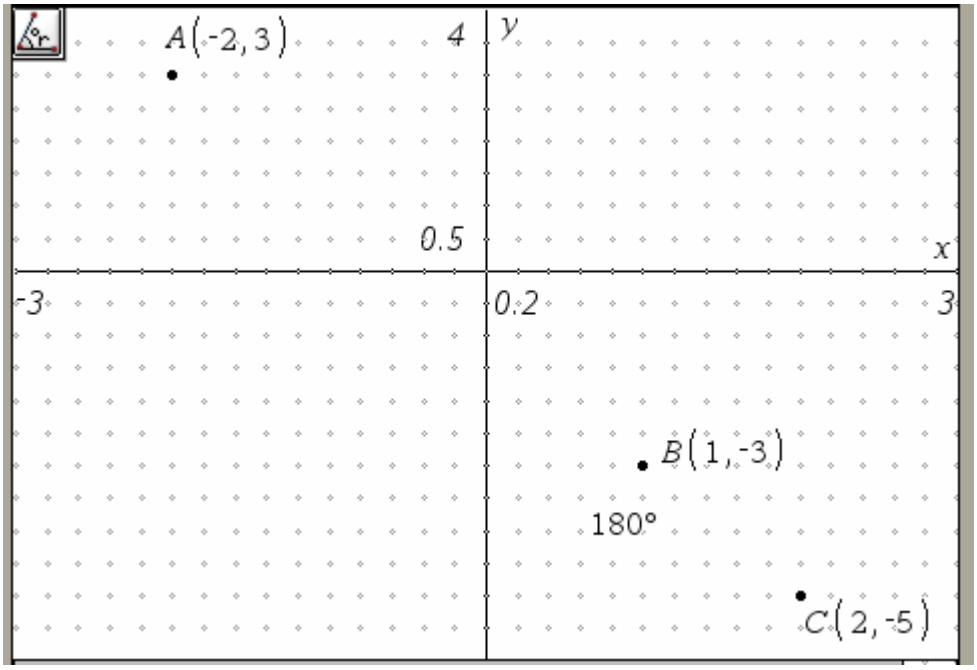
Klikk på *Fil*, velg Dokumentinnstillinger og skift vinkel fra grader til radianer.



Vi ser nå at teksten oppe i høyre hjørne på vinduet viser GRA i stedet for RAD.



Velg verktøyet for å måle vinkler og klikk på punktene i rekkefølgen *A, B, C.*

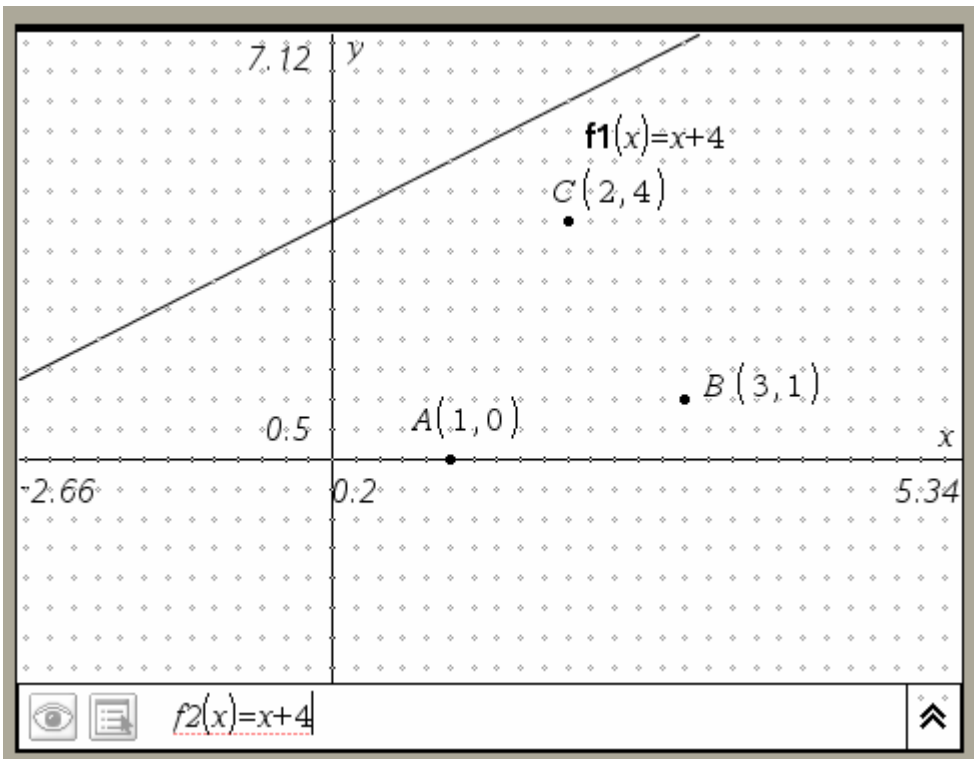


Siden vinkelen *ABC* er 180°, ligger punktene på ei bein linje.

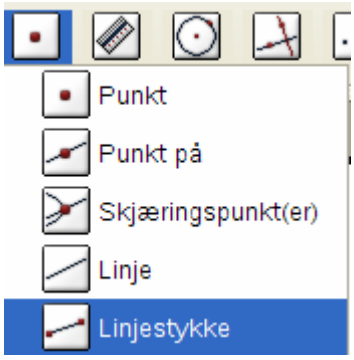
Vi kunne også ha løst oppgaven ved å sammenligne $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{BC}$

<u>Oppgave 6.13 side 191. Verktøy: TI-Nspire</u>

Plasser punktene *A* (1,0), *B* (3,1) og *C* (2,4) i koordinatsystemet på samme måte som i oppgave 6.12 a. Skriv *x*+4 i inntastingsfeltet nederst på skjermen, og klikk OK.



Trekk et linjestykke mellom *A* og *B*.



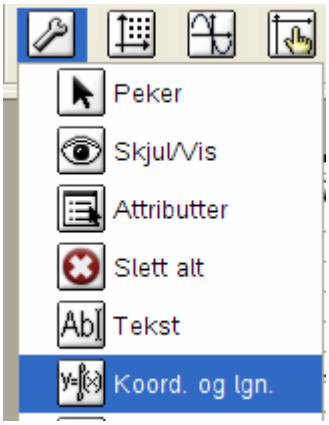
Lag ei linje gjennom *C* som er parallell med linjestykket AB.

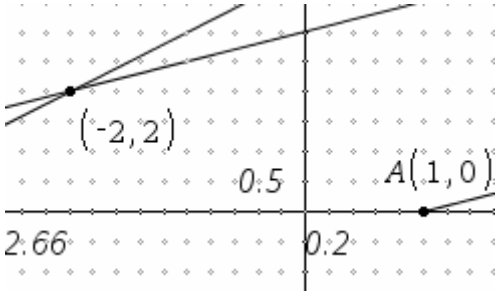
Det gjør du ved å velge verktøyet Parallell, klikke på punktet *C* og så på linjestykket *AB*.

Bruk pekerverktøyet og drag i enden av linja til den krysser grafen til $y = x + 4$.

Velg verktøyet *Skjæringspunkt(er)* og klikk på de to linjene.

Velg verktøyet *Koordinater og ligninger* og klikk på skjæringspunktet.





Klikk der du vil ha plassert teksten med koordinatene.
Vi ser at punktet *D* har koordinatene <u>(-2,2)</u>

<u>Oppgave 6.41 side 200. Verktøy: TI-Nspire</u>

Åpne et nytt dokument i TI-Nspire. Velg *Legg til kalkulator*.
Definer vektorene, slik det går fram av figuren under.

Skriv dotP(ac,bd) og trykk *Enter*.

$ac:=[2--1 \quad 3--1]$	$[3 \quad 4]$
$bd:=[-3-1 \quad 4-1]$	$[-4 \quad 3]$
$\mathrm{dotP}(ac,bd)$	0

Vi ser at skalarproduktet (prikkproduktet) blir 0. $\underline{\underline{\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BD}}}$

Oppgave 6.50 side 202. Verktøy: TI-Nspire

Åpne et nytt dokument. Velg *Legg til Kalkulator.*

a)
Definer $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{BC}$ slik figuren under viser.
Skriv *dotP(ab,ac)* og trykk *Enter*.

$ab:=[4--2 \quad -1-1]$	$[6 \quad -2]$
$bc:=[5-4 \quad 5--1]$	$[1 \quad 6]$
$\mathrm{dotP}(ab,bc)$	-6

Da skalarproduktet ikke er 0, er ikke $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$

b)
Definer $\overrightarrow{AC} = [5--2, 5-1] = [7,4]$
Punktet D har koordinatene (a,0) $\Rightarrow \overrightarrow{DC} = [5-a, 5-0] = [5-a, 5]$

Skriv:
$\mathrm{solve}((5-a)\cdot 7+5\cdot 4=0,a)$ $\qquad a=\frac{55}{7}$

Punktet D har koordinatene $\underline{\underline{\left(\frac{55}{7},0\right)}}$

c)
Punktet E har koordinatene (0,b) $\Rightarrow \overrightarrow{EC} = [5-0, 5-b] = [5, 5-b]$

Skriv:
$\mathrm{solve}(5\cdot 7+(5-b)\cdot 4=0,b)$ $\qquad b=\frac{55}{4}$

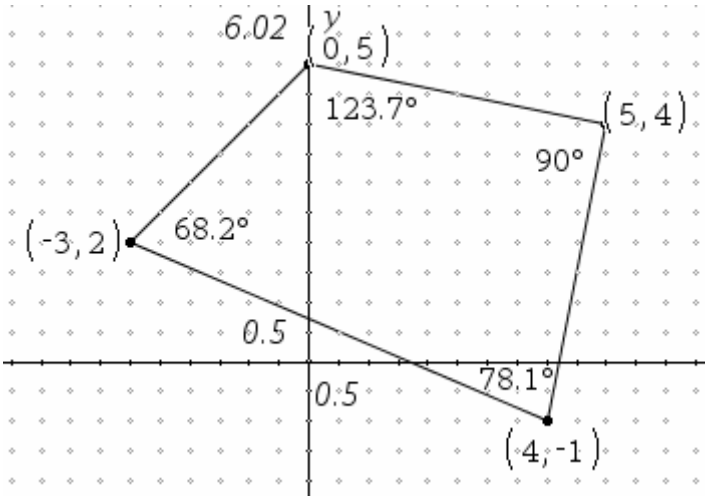
Punktet E har koordinatene: $\underline{\underline{\left(0,\frac{55}{4}\right)}}$

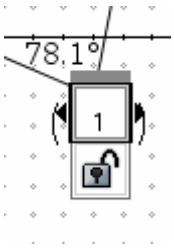
Oppgave 6.54 side 204. Verktøy: TI-Nspire

Åpne et nytt dokument. Velg *Legg til Grafer og geometri.*
Plasser punktene: A(-3,2), B(4,-1), C(5,4) og D(0,5)

Klikk på *Fil* og *Dokumentinnstillinger* og forandre vinkelmålet fra *radianer* til *grader.*

Mål vinklene i firkanten med dette verktøyet:





Juster antallet desimaler i vinkelmålet ved å høyreklikke på en målt vinkel, klikke på *Attributter* og justere ned antallet desimaler til 1 ved hjelp av piltastene på siden av sifferet.

Kapittel 7

<u>Oppgave 7.12 a side 216. Verktøy: TI-Nspire</u>

Åpne et nytt dokument og velg *Legg til Kalkulator*.

Definer f(*x*) ved å skrive: $\mathbf{f}(x):=(2x^3-6x^2+4x)/(x^2-3x+2)$ og trykk *Enter*.

Klikk på verktøyet for å skrive inn grenser.

Fyll inn f(*x*), *x* og *1*

$$\lim_{x\to 1}(\mathbf{f}(x))$$

$$f(x):=\frac{2\cdot x^3-6\cdot x^2+4\cdot x}{x^2-3\cdot x+2} \qquad \textit{Ferdig}$$

$$\lim_{x\to 1}(f(x)) \qquad 2$$

Oppgave 7.41 side 231. Verktøy: TI-Nspire

Åpne et nytt dokument. Velg *Sett inn kalkulator*.

Klikk på *Sidelayout* og velg en vertikal sidedeling.

.I det nye vinduet velger du *Sett inn Grafer og geometri*.

Klikk på Kalkulatorvinduet og definer *f*(*x*):= (3x^2-3)/(x^2-4)

a) For å finne nullpunktene til funksjonen, løser vi likningen 3*x*^2-3 = 0

$$f(x):=\frac{3\cdot x^2-3}{x^2-4} \qquad \textit{Ferdig}$$

$$\text{solve}\left(3\cdot x^2-3=0,x\right)$$

$$x=-1 \text{ or } x=1$$

b) For å finne de vertikale asymptotene, løser vi likningen *x*^2-4 = 0

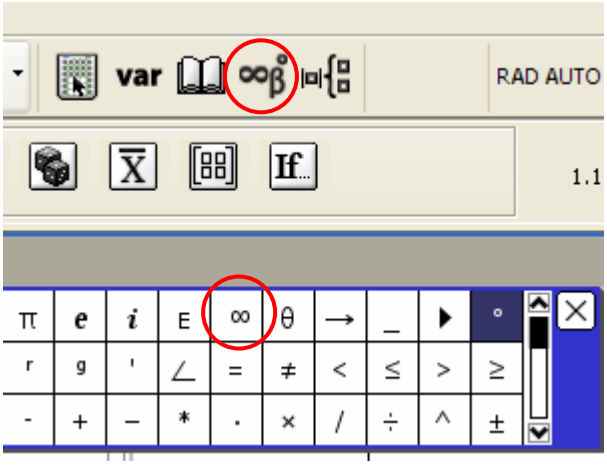
$$\text{solve}\left(x^2-4=0,x\right)$$

$$x=-2 \text{ or } x=2$$

Vi kunne selvsagt ha regnet ut både a) og b) ved hoderegning, men det er ikke poenget her.

c) For å finne den horisontale asymptoten, finner vi grenseverdien for *f*(*x*), når *x* går mot uendelig. Vi bruker verktøyet *Grense* som i oppgave 7.12.

For å få inn tegnet for uendelig, bruker vi symbolkatalogen.

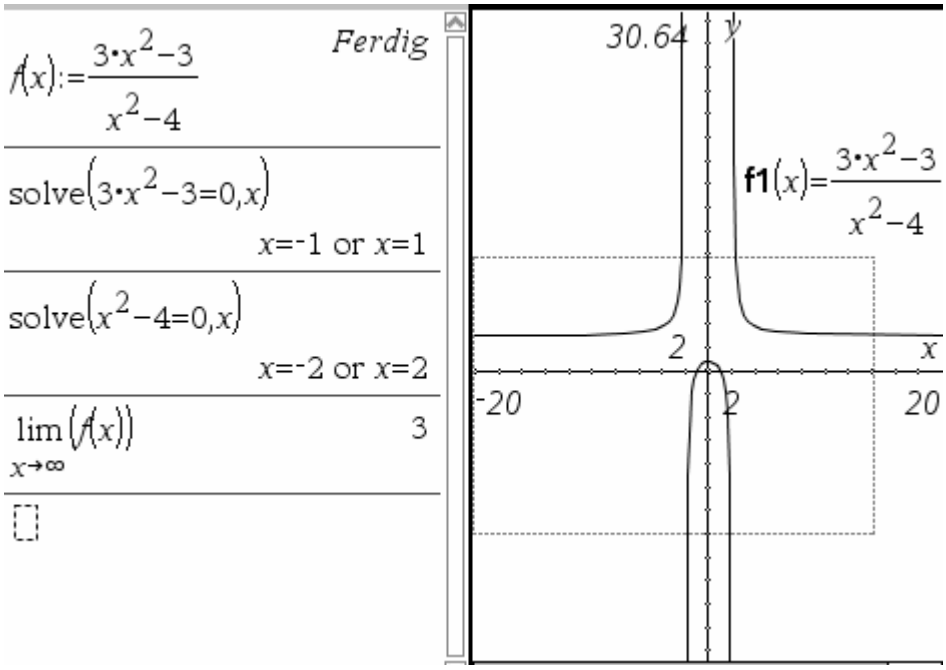


$$\lim_{x\to\infty}\left(f(x)\right)$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(f(x)\right) \qquad 3$$

Den horisontale asymptoten er *y* = 3

d) Klikk i grafvinduet. Skriv inn funksjonsuttrykket i inntastingsfeltet nederst på skjermen og trykk *Enter*.

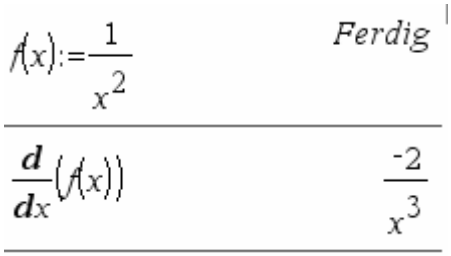


<u>Oppgave 7.53 side 238. Verktøy: TI-Nspire</u>

Åpne et nytt dokument og del det i to vertikalt, slik som i oppgave 7.41

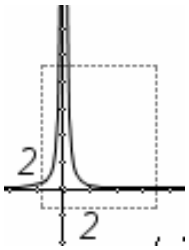
Klikk i Kalkulator-vinduet og definer $f(x)$:=1/x^2

a) Finn $f'(x)$ ved å bruke dette verktøyet for å finne den deriverte.



b) Gjør det samme for å finne $f'(1)$, men bytt nå ut x med 1.
Vi ser at vekstfarten er 0, når x = 1.

c) og d) Klikk på grafvinduet og plott grafen. Velg verktøyet *Zoom Box*.

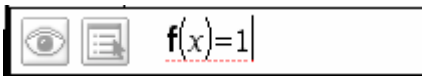


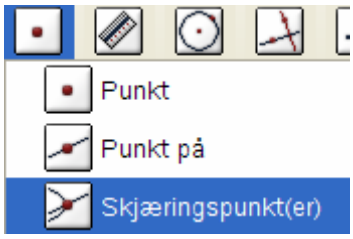
Ta et utsnitt omtrent slik figuren her viser.

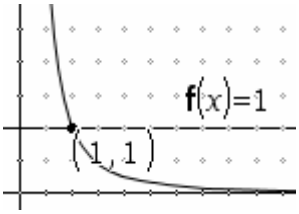
Vi skal nå definere et punkt på grafen. Punktet skal ha koordinatene (1,*f*(1))
For å finne *f*(1), skriver vi bare *f*(1) i beregningsvinduet.

Vi kan selvsagt også regne ut i hodet at *f*(1) = 1. Koordinatene til punktet er altså (1,1)

For å få plassert punktet (1,1) nøyaktig, kan vi skrive *f*(*x*)=1 i grafvinduet, og finne skjæringspunktet mellom denne vannrette linja og grafen til *f*(*x*)







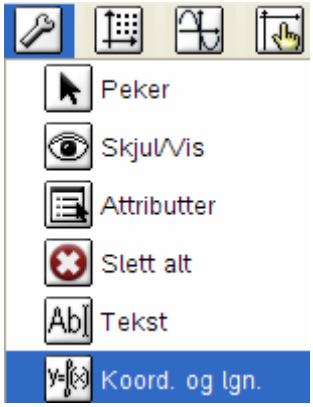
Bruk vektøyet *Skjæringspunkt(er).*

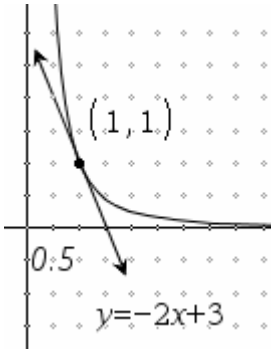
Høyreklikk på den vannrette linja og skjul denne.

Velg så vektøyet *Tangent* og lag en tangent i punktet (1,1).

Pass på å treffe akkurat på punktet (1,1). Dette kan være litt problematisk.

Velg verktøyet *Koord. og lgn.* og klikk på tangenten du har tegnet. Klikk en gang til, der du vil ha plassert teksten som viser likningen for tangenten.
Da ser vi at likningen for tangenten er $y = -2x + 3$





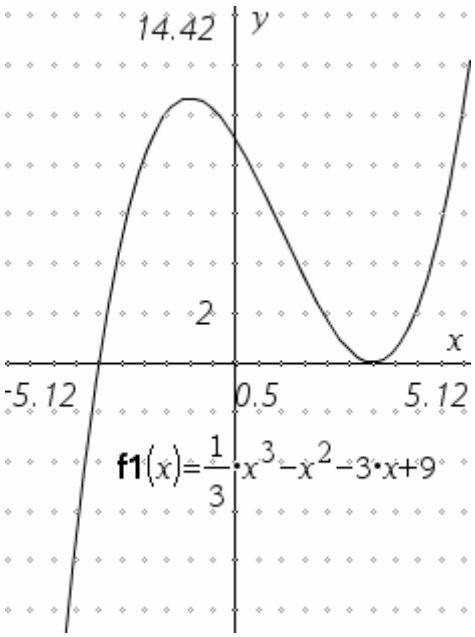
Oppgave 7.71 side 246. Verktøy: TI-Nspire

Åpne et nytt dokument og del det i to vertikalt, slik som i oppgave 7.41

a) Her bruker vi mye av den samme fremgangsmåten som i oppgave 7.53. Figuren nedenfor viser trinnene som må til for å finne topp- og bunnpunkt:

$f(x):=\frac{1}{3}\cdot x^3-x^2-3\cdot x+9$	*Ferdig*
$\frac{d}{dx}(f(x))$	$x^2-2\cdot x-3$
$\text{solve}(x^2-2\cdot x-3=0,x)$	$x=-1$ or $x=3$
$f(-1)$	$\frac{32}{3}$
$f(3)$	0

Kombinert med grafen ser vi at vi får et toppunkt i $\underline{\underline{\left(-1,\frac{32}{3}\right)}}$ og et bunnpunkt i $\underline{\underline{(3,0)}}$



b) Klikk i grafvinduet og skriv inn:

f(*x*):=1/3 *x*^2 – *x*^2 – 3*x* + 9.

Trykk *Enter* og dra i aksene til grafen vises slik du ønsker. Hold nede *Shift* om du vil justere en av aksene i gangen.

c) Her går du fram på samme måte som forklart i oppgave 7.53.

d) For å finne den andre tangenten med stigningstall 5, setter vi den deriverte lik 5 og løser likningen:

$\text{solve}(x^2-2\cdot x-3=5,x)$

$x=-2$ or $x=4$

Vi ser da at den andre tangenten med stigningstall 5 tangerer grafen til *f*(*x*) når *x* = 4. Vi lar TI-Nspire regne ut *f*(4):

$f(4)$ $\frac{7}{3}$

Vi kan da la TI-NSpire ordne likningen $y-\frac{7}{3}=5(x-4)$ og får:

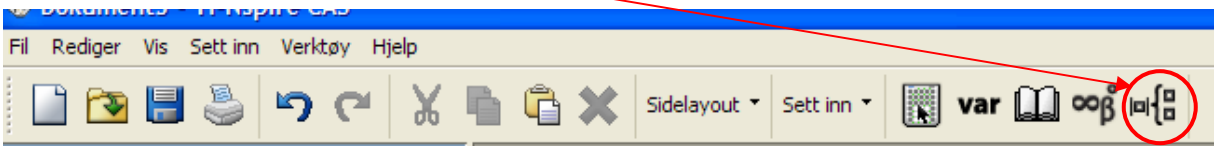
$\text{solve}\left(y-\frac{7}{3}=5\cdot(x-4),y\right)$

$y=\frac{15\cdot x-53}{3}$

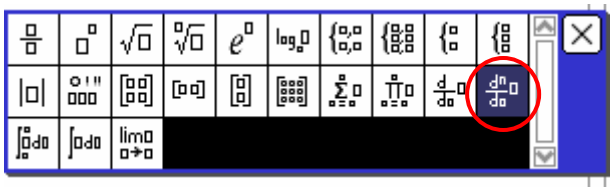
Oppgave 7.90 c side 253. Verktøy: TI-Nspire

Åpne et nytt dokument og sett inn kalkulator.

Klikk på dette verktøyet:



Velg denne sjablonen for derivasjon: Her kan vi i tur og orden skrive inn den første-, andre-, tredje- og fjerdederiverte.



I eksempelet nedenfor er det vist hvordan den fjerdederiverte skrives inn:

$f(x):=2\cdot x^4-3\cdot x^3+2\cdot x^2-3\cdot x+2$ *Ferdig*

$\frac{d^{\square}}{d\square}(\square)$

$\frac{d^4}{dx^4}(f(x))$ 48

Tar vi med alle etter tur, får vi dette resultatet:

$f(x):=2\cdot x^4-3\cdot x^3+2\cdot x^2-3\cdot x+2$ *Ferdig*

$\frac{d}{dx}(f(x))$ $8\cdot x^3-9\cdot x^2+4\cdot x-3$

$\frac{d^2}{dx^2}(f(x))$ $24\cdot x^2-18\cdot x+4$

$\frac{d^3}{dx^3}(f(x))$ $48\cdot x-18$

$\frac{d^4}{dx^4}(f(x))$ 48

Kapittel 8

Oppgave 8.11 side 266. Verktøy: TI-Nspire

Åpne et nytt dokument og velg *Legg til Kalkulator*.

Definer funksjonene s(t), v(t) og a(t), slik figuren under viser.

	$s(t):=-.02\cdot t^3+.6\cdot t^2+15\cdot t$	*Ferdig*
a)	$v(t):=\frac{d}{dt}(s(t))$	*Ferdig*
	$a(t):=\frac{d^2}{dt^2}(s(t))$	*Ferdig*
	$v(t)$	$-.06\cdot t^2+1.2\cdot t+15$
	$a(t)$	$1.2-.12\cdot t$
b)	$v(0)$	15.
c)	$v(10)$	21.
d)	$a(5)$	.6

Som vi ser er det svært enkelt å bruke TI-NSpire til å finne disse svarene.

Oppgave 8.31 side 273. Verktøy: TI-Nspire

Åpne et nytt dokument og velg *Legg til Kalkulator* (eller fortsett på et åpent dokument.)

Den raskeste måten å løse denne oppgaven på er å bruke sjablonen for derivasjon, slik det ble vist i oppgave 8.11, og å gjøre som i figuren under:

$\frac{d}{dx}\left(3\cdot x+2+\ln\left(x^2+x\right)\right)$	$\frac{2\cdot x+1}{x\cdot(x+1)}+3$

Oppgave 8.33 side 275. Verktøy: TI-Nspire

Åpne et nytt dokument og velg *Legg til Kalkulator* (eller fortsett på et åpent dokument.)

Definer først G(*x*), velg så verktøyet *Omregne til desimal* og trykk *Enter*

$g(x):=100+60\cdot\ln(x+1)$	*Ferdig*
$(g(5))\blacktriangleright$Decimal	207.506

a) Vi ser av utregningen at det er ca 208 gauper om 5 år.

V finner nå den deriverte av funksjonen og setter inn 5 i den deriverte:

$h(x):=\frac{d}{dx}(g(x))$	*Ferdig*
$h(x)$	$\frac{60}{x+1}$
$h(5)$	10

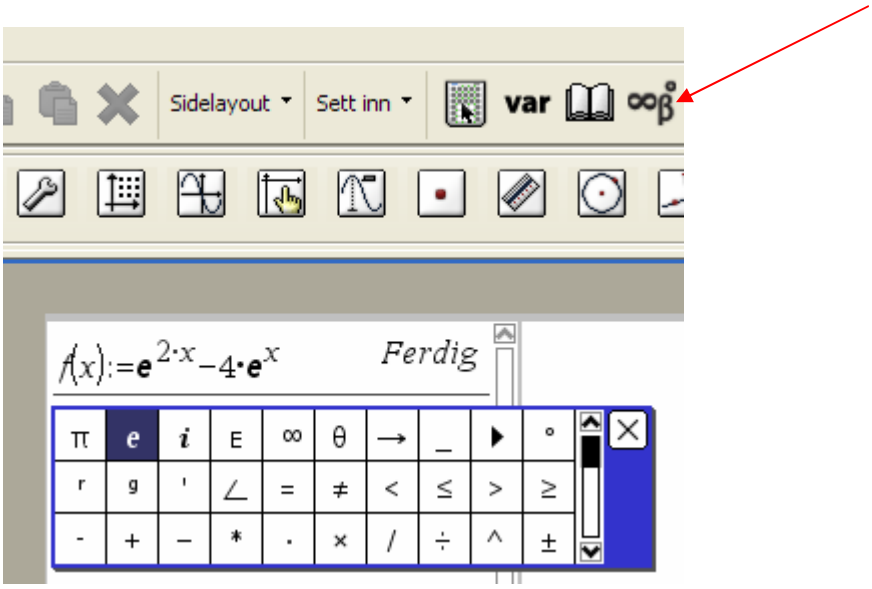
b) Vi ser av utregningen at gaupebestanden vil øke med ca 10 dyr i året etter 5 år.

<u>Oppgave 8.43 side 279. Verktøy: TI-Nspire</u>

Åpne et nytt dokument og del det i to vertikalt, slik som i oppgave 7.41

Klikk i Kalkulator-vinduet og definer $f(x):= e^{2x}- 4e^{x}$

OBS: Husk å hente *e* fra variabelmenyen som du finner her:



a) Skriv: Solve($f(x)$=0,x) og trykk *Enter.*

$f(x):=e^{2\cdot x}-4\cdot e^{x}$	*Ferdig*
solve$(f(x)=0,x)$	$x=2\cdot\ln(2)$

b) Sett $f'(x) = 0$ og trykk *Enter.* La så TI-Nspire regne ut y-verdien:

$$\text{solve}\left(\frac{d}{dx}(f(x))=0,x\right) \qquad x=\ln(2)$$

$$f(\ln(2)) \qquad -4$$

Bunnpunktet er: <u>($ln(2)$, -4)</u>

c) Bruk sjablonen, sett $f''(x) = 0$ og trykk *Enter*. La så TI-Nspire regne ut y-verdien:

$$\text{solve}\left(\frac{d^2}{dx^2}(f(x))=0,x\right) \qquad x=0$$

$$f(0) \qquad -3$$

Vendepunktet er <u>(0, -3)</u>

d) For å finne likningen for tangenten, må vi først finne stigningstallet for vendetangenten. La TI-NSpire regne ut $f'(0)$:

$$g(x):=\frac{d}{dx}(f(x)) \qquad \textit{Ferdig}$$

$$g(0) \qquad -2$$

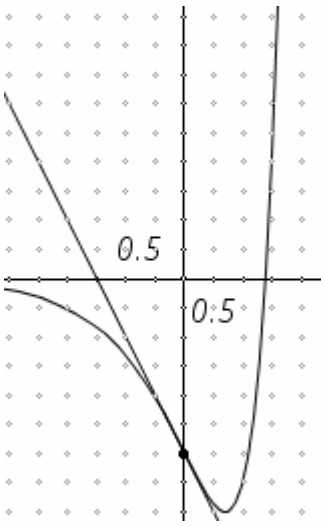
Nå har vi nok til å sette opp likningen for vendetangenten, og la TI-Nspire ordne denne for oss.

$$\text{solve}(y--3=-2\cdot(x-0),y)$$

$$y=-2\cdot x-3$$

Likningen for vendetangenten er altså: <u>$y = -2x - 3$</u>

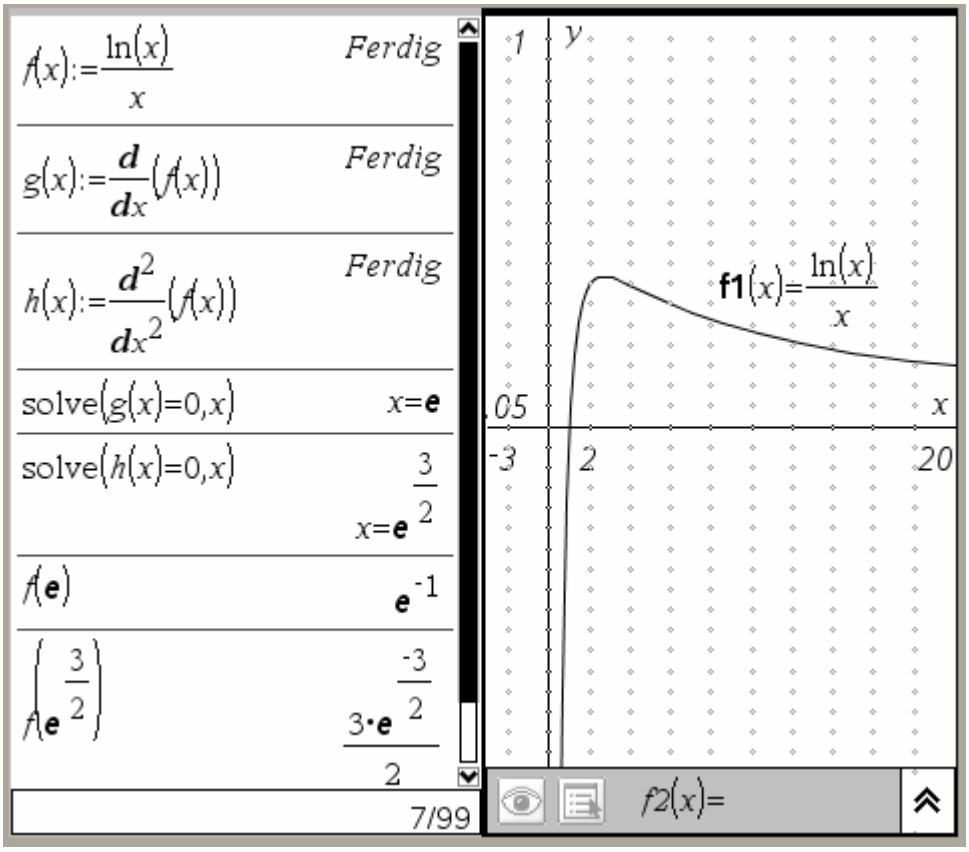
e) Gå til grafvinduet og skriv inn funksjonene $f1(x) = f(x)$ og $f2(x)=-2x - 3$



Oppgave 8.62 side 286. Verktøy: TI-Nspire

Åpne et nytt dokument og del det i to vertikalt, slik som i oppgave 7.41

Klikk i Kalkulator-vinduet og definer $f(x)$:= ln(x)/x.
Så definerer vi g(x) = f '(x) og h(x) = f ''(x)



a) Vi ser av utregningene på venstre side at vi har toppunkt i $\underline{\underline{\left(e, \frac{1}{e}\right)}}$

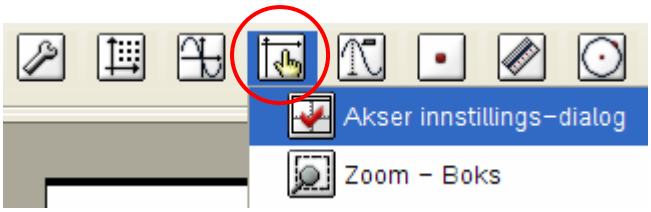
b) Vi ser av utregningene at vendepunktet er i $\underline{\underline{\left(e^{\frac{3}{2}}, \frac{3}{2e^{\frac{3}{2}}}\right)}} = \underline{\underline{\left(\sqrt{e^3}, \frac{3}{2\sqrt{e^3}}\right)}}$

c) Se grafen over til høyre.

Oppgave 8.72 side 290. Verktøy: TI-Nspire

Åpne et nytt dokument og velg *Legg til grafer og geometri.*

Klikk på zoom-verktøyet, velg *Akser innstillings-dialog.*

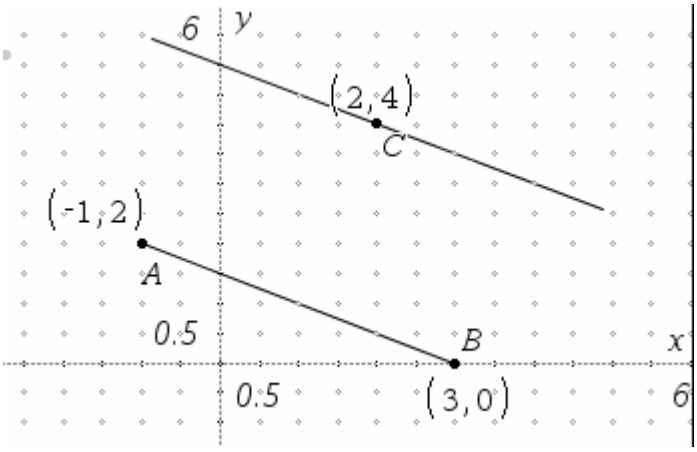


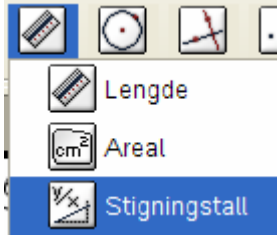
Velg verdier for *x* og *y* slik figuren viser.
Klikk OK.

Velg punkt-verktøyet og sett inn punktene
A (-1,2), *B* (3,0) og *C* (2,4)

Trekk et linjestykke mellom *A* og *B*.

Velg parallell-verktøyet, klikk på punktet C og deretter på linjestykket *AB.*





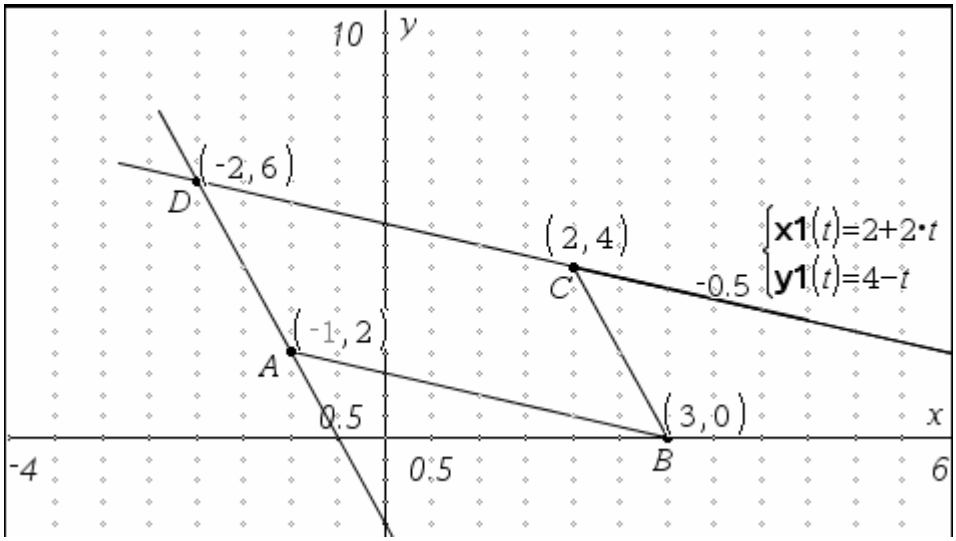
Velg verktøyet for å måle stigningstallet og klikk på linja gjennom *C*.

a) Da linja har stigningstallet $-\frac{1}{2}$ og går gjennom punktet (2,4) blir

parameterfremstillingen for linja *l*: $\begin{array}{l} x = 2 + 2t \\ \underline{\underline{y = 4 - t}} \end{array}$

b) Trekk et linjestykke mellom *B* og *C* og lag ei linje gjennom *A*, som er parallell med linjestykket *AB*.

Bruk så verktøyet *Skjæringspunkt* og finn koordinatene til dette punktet.

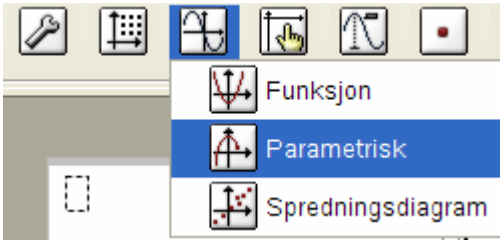


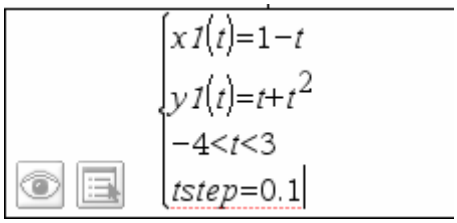
Koordinatene til *D* er <u>(-2,6)</u>

<u>Oppgave 8.73 side 293. Verktøy: TI-Nspire</u>

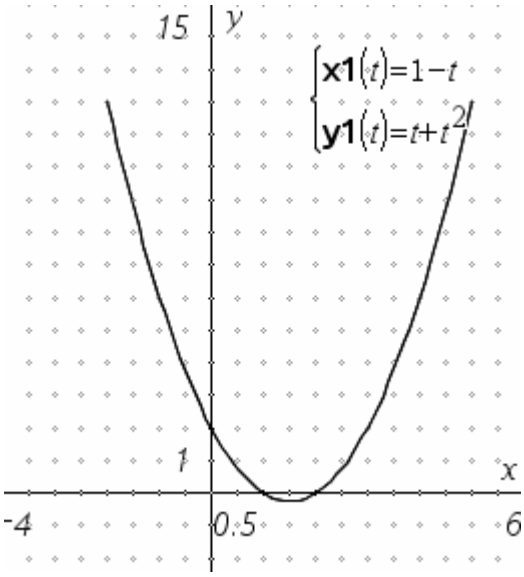
Åpne et nytt dokument og del det i to vertikalt.

Klikk i geometrivinduet og velg verktøyet for parametriske fremstillinger.





b) Skriv inn uttrykket fra oppgaven slik det er vist i figuren over.
Velg innstillinger langs aksene slik det er vist i figurene under.



c) Nå kan vi klikke i kalkulatorvinduet og la TI-Nspire regne ut skjæringspunktene for oss.

$$\text{solve}(t+t^2=0,t) \qquad t=-1 \text{ or } t=0$$

$$\text{solve}(1-t=0,t) \qquad t=1$$

Kombinert med parameterfremstilingen $\begin{cases} \mathbf{x1}(t)=1-t \\ \mathbf{y1}(t)=t+t^2 \end{cases}$ finner vi at

skjæringspunktet med *y*-aksen er <u>(0,2)</u> og skjæringspunktene med *x*-aksen er <u>(1,0) og (2,0)</u>

<u>Oppgave 8.93 side 306. Verktøy: TI-Nspire</u>

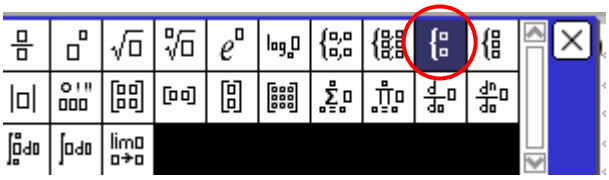
Åpne et nytt dokument og del det i to vertikalt.

Vi kan ikke skrive en vektorfunksjon inn direkte, men kan uttrykke det samme som en parameterframstilling:

$$\begin{cases} x1(t)=15t \\ y1(t)=-5t^2+39/2t+2 \\ 0<t<4 \ tstep=0.1 \end{cases}$$

Still inn vinduet slik figuren til høyre viser:

Gå til kalkulatorvinduet og bruk denne sjablonen til å definere *r*(*t*):



$$r(t):=\begin{cases} x=15\cdot t \\ y=-5\cdot t^2+\frac{39}{2}\cdot t+2 \end{cases} \qquad \textit{Ferdig}$$

$$v(t):=\begin{cases} x=15 \\ y=-10\cdot t+\frac{39}{2} \end{cases} \qquad \textit{Ferdig}$$

$$a(t):=\begin{cases} x=0 \\ y=-10 \end{cases} \qquad \textit{Ferdig}$$

Vi kan bruke TI-Nspire til å derivere *r*(*t*), men her gjør vi det manuelt, da dette er enkle derivasjoner. Vi definerer da fartsvektoren *v*(*t*) og akselerasjonsvektoren *a*(*t*).

Nå skal vi finne $v(3)$ og skriver inn akkurat det.

Vi finner lengden av vektoren $\left[15, \frac{-21}{2}\right]$ ved å skrive **sqrt**(15^2+(-21/2)^2)

Da får vi de eksakte lengden. Skal vi avrunde svaret, må vi bruke kommandoen **round**, slik at det blir: **round**(**sqrt**(15^2+(-21/2)^2))

Vi kan også kopiere og lime det eksakte svaret inn i en parentes bak kommandoen **round**.

$v(3)$	$\left\{x=15, y=\frac{-21}{2}\right\}$
$\sqrt{15^2+\left(\frac{-21}{2}\right)^2}$	$\frac{3\cdot\sqrt{149}}{2}$
$\text{round}\left(\frac{3\cdot\sqrt{149}}{2}\right)$	18.3098

a) Fartsvektoren etter 3 sekund er $\underline{\underline{\left[15, \frac{-21}{2}\right]}}$.

Farten er da <u>18,3 m/s</u>

For å finne akselerasjonsvektoren og akselerasjonen går du fram på tilsvarende måte som i oppgave a).

$a(3)$	$\{x=0, y=-10\}$
$\sqrt{0^2+(-10)^2}$	10

b) Vi ser at akselerasjonsvektoren etter 3 sekund er: $\underline{\underline{[0, -10]}}$

Absoluttverdien av akselerasjonen er da <u>10 m/s^2</u>

Dette resultatet er ikke så overraskende, siden det her er snakk om en tilnærmet verdi for tyngdeakselerasjonen.

Vi må nå finne ut hva t er, når ballen når bakken ($y = 0$). Vi lar da TI-Nspire løse likningen $y = 0$:

$\text{solve}\left(-5\cdot t^2+\frac{39}{2}\cdot t+2=0, t\right)$
$t=\frac{-1}{10}$ or $t=4$

Vi kan ikke operere med negativ t-verdi her, så løsningen $t = 4$ viser at steinen når bakken etter 4 sekund.

Vi kan da regne ut fartsvektoren og farten etter 4 sekund. Det gjør vi på samme måte som i oppgave a.

$v(4)$	$\left\{x=15, y=\frac{-41}{2}\right\}$
$\sqrt{15^2+\left(\frac{-41}{2}\right)^2}$	$\frac{\sqrt{2581}}{2}$
$\text{round}\left(\frac{\sqrt{2581}}{2}\right)$	25.4018

c) Fartsvektoren etter 4 sekund er $\underline{\underline{\left[15, \frac{-41}{2}\right]}}$.

Farten er da <u>25,4 m/s</u>

For å finne lengden på kastet, finner vi bare *x*-verdien for *r*(4)

$r(4)$	$\{x=60, y=0\}$

d) Lengden på kastet er <u>60 m</u>