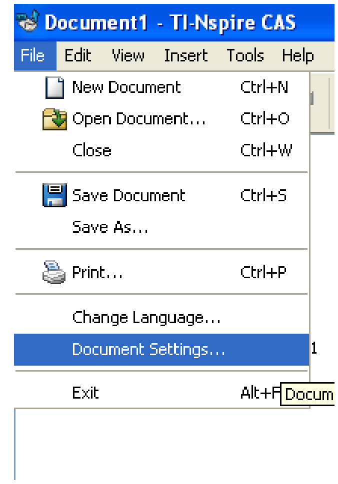
Vektorregning i planen



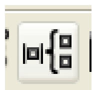
Notation

Det er en god idé, hvis man helt generelt i Document settings (under filer) valgte grader med det samme. Vælg nu "Add Calculator" siden på Nspire.

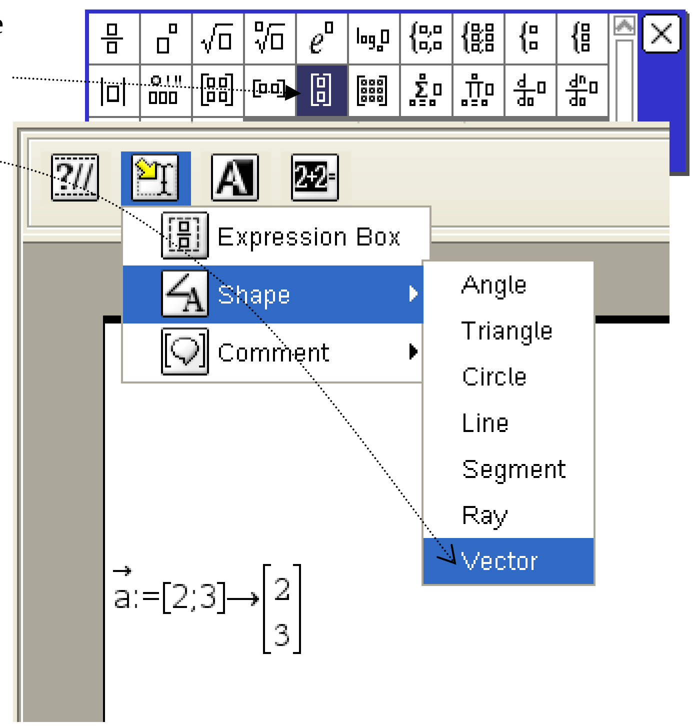
Hvis man vil arbejde med søjlevektorer, som der har været tradition for, så skrives en vektor i koordinater i firkantet parentes med ; mellem [1].

Altså f.eks. $a:=[2;3]$.

Nspire laver den nu om til $a:=\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$, det er egentlig en **søjlematrix.**

Man kan også i menuen  finde søjlematrixen direkte

Pilen $\vec{a}$ kan man lave i note delen, under Shape menuen. Men, det virker tungt og i de fleste udenlandske lærerbøger bruger man faktisk heller ikke notationen med en pil over. I stedet bruger man et lille bogstav, som man gøre "fed" (bold) for at indikere, at det er en vektor man har med at gøre.



Jeg vil derfor anbefale jer, at skrive en vektor på N-spire

blot som: $\mathbf{a}:=[2;-5]$, hvorefter man får

$$a:=\begin{bmatrix}2\\-5\end{bmatrix}$$

Bemærk, at alt virker lige så godt (bare nemmere og hurtigere, men måske mindre pædagogisk), hvis man springer samtlige pile over.

[1] Semikolon finder man på den håndholdte ved at taste control og :

Regning med vektorer

Nedenfor defineres tre vektorer, og der udføres diverse beregninger på dem:

Opret nu følgende vektorer:

$$a:=\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}::b:=\begin{bmatrix}5\\-2\end{bmatrix}::c:=\begin{bmatrix}4\\10\end{bmatrix}$$

Du kan nu regne med dem:

$$a+3\cdot a-5\cdot b+3\cdot c \qquad \begin{bmatrix}-5\\52\end{bmatrix}$$

Hvis man bare vil regne med vektorer uden at definere dem først, gør man det blot direkte. Skriv med firkantparantes og semikolon. [2;3]+½[6;4]

$$\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}+\frac{1}{2}\cdot\begin{bmatrix}6\\4\end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix}5\\5\end{bmatrix}$$

Tværvektor kan vi <u>ikke</u> beregne på en smart måde, her må vi huske formlen ☺ Der er heller ikke en smart måde at opskrive tværvektoren – her er den opskrevet i Ti interActive: $\vec{a} \quad \rightarrow \vec{a}$

Længden af en vektor findes ved at skrive:

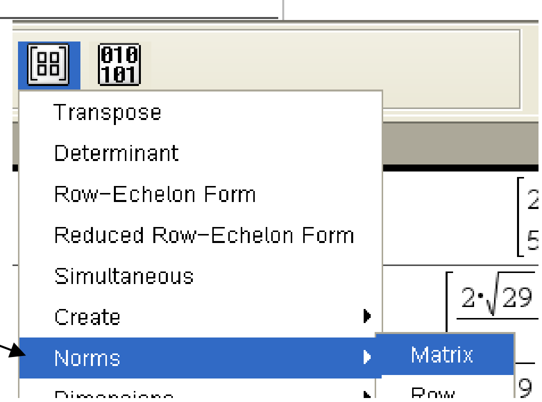
$$\text{norm}(a) \qquad \sqrt{13}$$

Eller

$\text{norm}([-2;10])$ så får man

$$\text{norm}\left(\begin{bmatrix}-2\\10\end{bmatrix}\right) \qquad 2\cdot\sqrt{26}$$

Du finder også kommandoen Norm ved at gå ind i ”matrix&vektor” menuen:



Hvis vi nu har tre punkter A(-2,-5) , B(2,4) og C(3,2) givet, kan vi nemt finde vektoren mellem dem ved at sige:

Vi definerer først stedvektorer:

$$oa:=\begin{bmatrix}-2\\-5\end{bmatrix}::ob:=\begin{bmatrix}2\\4\end{bmatrix}::oc:=\begin{bmatrix}3\\-2\end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix}3\\-2\end{bmatrix}$$

Så findes vektorer $\overrightarrow{AB}$ ved at sige

$$ab:=ob-oa \qquad \begin{bmatrix}4\\9\end{bmatrix}$$

Vi kan skyde os ud til et punkt D_1 , via indskuddsætningen:

$$od1:=oc+ab \qquad \begin{bmatrix}7\\7\end{bmatrix}$$

Derfor har punktet D_1 koordinaterne D_1=(7,7)

Skalarproduktet

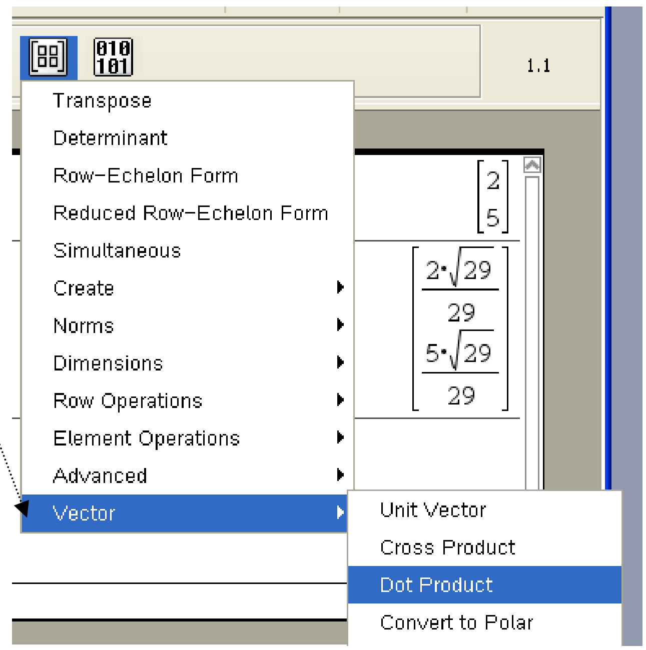
Vi definerer to nye vektorer:

$$a:=\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}::b:=\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}$$

Skalarprodukt finder vi ved at skrive:

$$\mathrm{dotP}(a,b) \qquad 4$$

Du finder også vektor kommandoerne ved at gå ind i "matrix&vektor" menuen herunder Vektor menuen:



Vinklen mellem vektorer:

Hertil skal bruges $\cos^{-1}()$ dvs. invers cosinus. Den finder man f.eks. ved at fremkalde grafregneren "keypad" ved at klikke på  oppe i menubjælken.

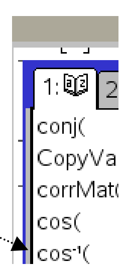
Vi kan nu bestemme vinklen mellem vektorerne **a** og **b** ved at skrive:

$$v:=\cos^{-1}\left(\frac{\mathrm{dotP}(a,b)}{\mathrm{norm}(a)\cdot\mathrm{norm}(b)}\right) \qquad \cos^{-1}\left(\frac{4\cdot\sqrt{65}}{65}\right)$$

Control enter giver os vinklen i decimaltal:

$$v:=\cos^{-1}\left(\frac{\mathrm{dotP}(a,b)}{\mathrm{norm}(a)\cdot\mathrm{norm}(b)}\right) \qquad 60.2551187031$$

Du finder også $\cos^{-1}()$ i "bog" menuen:



Man kan også undgå $\cos^{-1}()$ ved, at sige:

$$\mathrm{solve}\left(\cos(v)=\frac{\mathrm{dotP}(a,b)}{\mathrm{norm}(a)\cdot\mathrm{norm}(b)},v\right)\Big|0<v<180 \qquad v=60.2551187031$$

Determinant

Determinant, kan ikke beregnes på en smart måde.

Vi kan skrive "det([2,3;-1,2])" for determinanten af vektor a og b (men det er noget rod da den bytter om på 3 og -1, men det betyder ikke noget for udregningen og dermed resultatet):

$$\det\left(\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\right) \qquad 7$$

eller blot $d := 2\cdot(2) - 3\cdot(-1) \quad \rightarrow 7$

Projektion

Projektion af vektor b på a:

$bproja := \text{dotp}(\mathbf{a},\mathbf{b})/\text{norm}(\mathbf{a})^2 \cdot \mathbf{a}$

Så får man

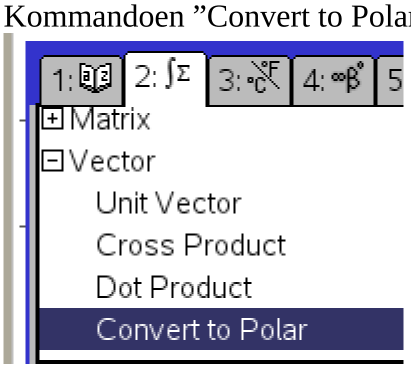
$$bproja := \frac{\text{dotP}(a,b)}{(\text{norm}(a))^2}\cdot a \qquad \begin{bmatrix} \frac{8}{13} \\ \frac{12}{13} \end{bmatrix}$$

Polære koordinater

Noget rigtig smart er, at man direkte kan få opskrevet en vektor på polær form, dvs. beskrevet ved sin længde og retningsvinkel.

$[2;5] \blacktriangleright \text{Polar}$

Kommandoen ”Convert to Polar” finder du i bog menuen, under vektorer



Bemærk, at prikprodukt kommandoen også er at finde her – og en masse andre kommandoer☺

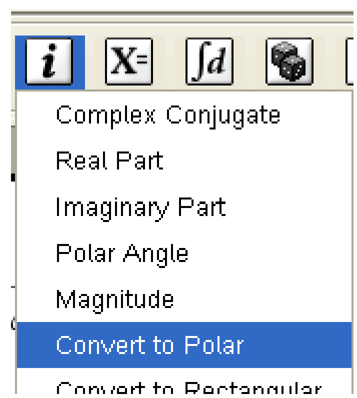
Vi får nu

$$\begin{bmatrix}2\\5\end{bmatrix} \blacktriangleright \text{Polar} \qquad \begin{bmatrix}\sqrt{29}\\ \angle 90-\tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}2\\5\end{bmatrix} \blacktriangleright \text{Polar} \qquad \begin{bmatrix}5.38516480713\\ \angle 68.1985905136\end{bmatrix}$$

Vi ser, at vektoren $\begin{bmatrix}2\\5\end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix}2.\\5.\end{bmatrix}$

har længden 5,38516 og retningsvinklen 68,1986 grader.
Man kan også finde kommandoen Convert to Polar i ”i” menuen:



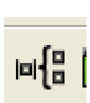
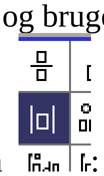
Vi tager lige et eksempel mere

$$\begin{bmatrix}-1\\7\end{bmatrix} \blacktriangleright \text{Polar} \qquad \begin{bmatrix}7.07106781187\\ \angle 98.1301023542\end{bmatrix}$$

Afstanden mellem punkt og linje

Afstand mellem punktet (2,1) og linien med ligningen 4x + 3y - 5 = 0.

Når du skal opskrive og bruge numeriske tegn, skal du finde de numeriske tegn i

menuen  og så 

$$distpl := \frac{|a \cdot x + b \cdot y + c|}{\sqrt{a^2+b^2}} | x=2 \text{ and } y=1 \text{ and } a=4 \text{ and } b=3 \text{ and } c=-5 \qquad \frac{6}{5}$$