



**UNIVERSITE PARIS 1 - PANTHEON SORBONNE**

**THESE**

**De Doctorat en Sciences Economiques**

**Analyse de la politique économique algérienne**

Présentée par  
Yamna Achour Tani

Sous la direction  
Du Professeur Cuong LE VAN

Date prévue de soutenance  
02 Juillet 2013

**Membres du Jury :**

Rapporteurs: M<sup>r</sup> Alain Sand Professeur à l'Ecole Normale Supérieure de Lyon  
M<sup>m</sup> Cécile Couharde - Professeur, Université Paris X

Suffragants: M<sup>r</sup> Stefano Bosi - Professeur, Université d'Evry-Val d'Essonne  
M<sup>r</sup> M Jean- Pierre Cling – Professeur, Université Paris XIII  
M<sup>r</sup>. Rémy Herrera – chargé de recherche CNRS, HDR

Directeur : M<sup>r</sup>. Cuong Le Van – Directeur de recherche émérite CNRS,



|                                                                             |           |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Introduction générale.....</b>                                           | <b>9</b>  |
| <b>Chapitre 1:Analyse de la politique économique algérienne .....</b>       | <b>22</b> |
| <b>Introduction .....</b>                                                   | <b>23</b> |
| <b>Section 1: La politique économique .....</b>                             | <b>24</b> |
| 1.1 Les principaux secteurs de l'économie .....                             | 25        |
| 1.1.1 Le secteur d'hydrocarbures .....                                      | 25        |
| 1.1.1.1 Les cours du pétrole .....                                          | 26        |
| 1.1.2 Le secteur hors hydrocarbures.....                                    | 26        |
| 1.2 La croissance économique.....                                           | 27        |
| 1.2.1 La période de récession .....                                         | 27        |
| 1.2.2 La relance de la croissance .....                                     | 28        |
| 1.2.3 L'accélération de la croissance.....                                  | 28        |
| 1.2.3.1 Le programme spécial de relance économique (PSRE) .....             | 29        |
| 1.2.3.2 Evaluation du programme spécial de relance économique .....         | 29        |
| 1.2.3.3 Le cadre économique 2005/2009 .....                                 | 30        |
| 1.2.3.4 Le programme complémentaire de soutien à la croissance (PCSC) ..... | 30        |
| 1.2.4 L'évolution du taux de croissance.....                                | 31        |
| 1.2.5 Le taux de chômage.....                                               | 32        |
| 1.2.5.1 Baisse du chômage impossible en croissance faible .....             | 33        |
| 1.3 Contribution des secteurs de l'économie à la croissance .....           | 34        |
| 1.3.1 Le secteur des hydrocarbures .....                                    | 34        |
| 1.3.2 Le secteur des services .....                                         | 35        |
| 1.3.3 Le secteur du bâtiment et travaux publics (BTP).....                  | 35        |
| 1.3.4 Le secteur de l'agriculture .....                                     | 36        |
| 1.3.5 Le secteur de l'industrie .....                                       | 36        |
| 1.4 L'investissement public.....                                            | 37        |
| 1.4.1 Les infrastructures .....                                             | 37        |
| 1.4.2 Les transports et travaux publics .....                               | 38        |
| 1.4.3 L'impact de l'investissement public .....                             | 38        |
| <b>Section 2 : La politique budgétaire .....</b>                            | <b>40</b> |
| 2.1 Le prix du baril de pétrole brut.....                                   | 40        |
| 2.1.1 Le fonds de régulation des recettes ( FRR ) .....                     | 40        |
| 2.2 Le budget de l'état.....                                                | 41        |
| 2.2.1 Les dépenses budgétaires .....                                        | 41        |
| 2.2.1.1 Les dépenses de fonctionnement.....                                 | 42        |
| 2.2.1.2 Les dépenses d'équipement.....                                      | 42        |
| 2.2.2 Les recettes budgétaires .....                                        | 43        |
| 2.2.2.1 La fiscalité ordinaire.....                                         | 43        |
| 2.2.2.2 La fiscalité pétrolière.....                                        | 45        |
| 2.2.3 Le solde budgétaire .....                                             | 46        |
| 2.2.3.1 Le déficit primaire .....                                           | 47        |
| 2.3 La dette publique .....                                                 | 48        |

|                                                                     |           |
|---------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.3.1 La dette extérieure .....                                     | 49        |
| <b>Section 3: La politique monétaire et de change .....</b>         | <b>51</b> |
| 3.1 L'évolution des agrégats monétaires .....                       | 51        |
| 3.1.1 Les avoirs extérieurs nets .....                              | 51        |
| 3.1.2 Le crédit intérieur .....                                     | 52        |
| 3.1.3 La masse monétaire ( M2 ).....                                | 52        |
| 3.2 Les instruments de la politique monétaire.....                  | 53        |
| 3.2.1 La reprise de liquidité bancaire .....                        | 53        |
| 3.2.2 Les réserves obligatoires .....                               | 53        |
| 3.3 Les objectifs de la politique monétaire.....                    | 54        |
| 3.3.1 La stabilité des prix .....                                   | 54        |
| 3.3.2 La stabilisation du taux de change .....                      | 55        |
| 3.3.2.1 Les réserves de change .....                                | 55        |
| 3.3.2.2 Le taux de change effectif réel ( TCER ) .....              | 56        |
| <b>Conclusion.....</b>                                              | <b>58</b> |
| <b>Chapitre 2:Modèles de croissance économique .....</b>            | <b>61</b> |
| <b>Introduction .....</b>                                           | <b>62</b> |
| <b>Section 1: Le modèle de Harrod – Domar.....</b>                  | <b>63</b> |
| 1.1. Le modèle de Domar .....                                       | 64        |
| 1.1.1 Les capacités de production et le taux de croissance .....    | 64        |
| 1.1.2 La formalisation de la condition de Domar.....                | 65        |
| 1.1.3 La double nature de l'investissement .....                    | 66        |
| 1.1.3.1 L'effet "revenu" de l'investissement.....                   | 66        |
| 1.1.3.2 L'effet "capacité" de l'investissement.....                 | 67        |
| 1.1.4 La nécessité d'un taux de croissance à l'équilibre .....      | 67        |
| 1.1.5 Critiques du modèle de Domar.....                             | 69        |
| 1.1.6 L'investissement, remède et cause .....                       | 69        |
| 1.2 Le modèle de Harrod.....                                        | 70        |
| 1.2.1 Présentation du modèle .....                                  | 70        |
| 1.2.2 La fonction de production Keynésienne.....                    | 71        |
| 1.2.3 La structure du modèle de Harrod.....                         | 71        |
| 1.2.4 Le sentier d'équilibre .....                                  | 72        |
| 1.2.4.1 Confrontation de l'offre et de la demande .....             | 73        |
| 1.3 Les enseignements du modèle de Harrod et Domar.....             | 79        |
| 1.3.1 L'endogénéisation du taux de croissance de la population..... | 80        |
| 1.3.2 L'endogénéisation du taux d'épargne social .....              | 80        |
| 1.3.3 L'endogénéisation de la technologie .....                     | 80        |
| 1.4 Le modèle de Harrod-Domar et l'économie du développement.....   | 81        |
| 1.4.1 Limite du modèle .....                                        | 81        |

|                                                                   |            |
|-------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Section 2: le modèle de Solow .....</b>                        | <b>83</b>  |
| 2.1 Présentation du modèle .....                                  | 83         |
| 2.2 Structure générale des modèles de croissance.....             | 84         |
| 2.3 Le modèle néo-classique .....                                 | 85         |
| 2.3.1 La fonction de production néo-classique.....                | 85         |
| 2.3.2 L'équation dynamique fondamentale du stock de capital ..... | 88         |
| 2.3.3 Sentier de croissance équilibrée .....                      | 89         |
| 2.3.3.1 L'état stationnaire du stock de capital .....             | 89         |
| 2.3.3.2 La dynamique du capital par tête .....                    | 90         |
| 2.3.4 Propriétés de l'état stationnaire.....                      | 91         |
| 2.3.5 Dynamique de transition .....                               | 99         |
| 2.3.6 Dynamique du revenu par tête .....                          | 100        |
| 2.4 Effets des politiques économiques .....                       | 102        |
| 2.4.1 Convergence absolue.....                                    | 102        |
| 2.4.2 convergence conditionnelle.....                             | 103        |
| 2.5 Limite du modèle .....                                        | 104        |
| <b>Section 3 : Le modèle de Ramsey .....</b>                      | <b>105</b> |
| 3.1 Présentation du modèle .....                                  | 106        |
| 3.1.1 Hypothèses du modèle .....                                  | 106        |
| 3.2 L'équilibre concurrentiel.....                                | 107        |
| 3.2.1 L'équilibre des consommateurs .....                         | 107        |
| 3.2.1.1 Les préférences inter temporelles.....                    | 108        |
| 3.2.1.2 La fonction d'utilité.....                                | 108        |
| 3.2.1.3 La trajectoire optimale de la consommation du ménage..... | 109        |
| 3.2.1.4 Conditions du premier ordre .....                         | 112        |
| 3.2.1.5 L'équation d'Euler .....                                  | 114        |
| 3.2.1.6 La règle de Keynes-Ramsey.....                            | 116        |
| 3.2.1.7 La fonction CRRA (Constant Relative Risk Aversion) .....  | 117        |
| 3.2.2 L'équilibre des producteurs.....                            | 120        |
| 3.2.2.1 Les conditions de premier ordre .....                     | 122        |
| 3.2.2.2 L'équilibre concurrentiel.....                            | 123        |
| 3.2.2.3 L'équation dynamique fondamentale .....                   | 124        |
| 3.2.2.4 La règle de Keynes-Ramsey.....                            | 124        |
| 3.2.2.5 La condition de transversalité .....                      | 125        |
| 3.3 L'état régulier .....                                         | 126        |
| 3.3.1 La règle d'or .....                                         | 127        |
| 3.3.2 La règle d'or modifiée .....                                | 128        |
| 3.3.3 Le taux d'épargne optimal.....                              | 130        |
| 3.3.4 Le taux de croissance .....                                 | 130        |
| 3.4 Dynamique de la transition .....                              | 131        |
| 3.4.2 Evolution du taux d'épargne .....                           | 132        |
| 3.4.3 Vitesse de convergence .....                                | 133        |
| <b>Conclusion.....</b>                                            | <b>135</b> |

|                                                                                       |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Chapitre 3 :Etude de la fonction de production .....</b>                           | <b>139</b> |
| <b>Introduction .....</b>                                                             | <b>140</b> |
| <b>Section 1 : Modélisation d’une série temporelle .....</b>                          | <b>142</b> |
| 1.1 Propriétés de base des séries temporelles.....                                    | 142        |
| 1.2 La stationnarité.....                                                             | 143        |
| 1.2.1 Fonction d’autocorrélation simple et partielle.....                             | 144        |
| 1.2.2 Statistique de Box-Pierce et Ljung –Box .....                                   | 145        |
| 1.2.3 Critères d’information .....                                                    | 146        |
| 1.2.4 Test de normalité .....                                                         | 146        |
| 1.2.4.1 Les tests du Skewness et du Kurtosis.....                                     | 146        |
| 1.2.4.2 Le test de Jarque et Berra .....                                              | 147        |
| 1.2.5 Tests de stationnarité .....                                                    | 147        |
| 1.2.5.1 Séries DS .....                                                               | 147        |
| 1.2.5.2 Série TS .....                                                                | 148        |
| 1.2.5.3 Test de Dickey Fuller (test DF).....                                          | 149        |
| 1.2.5.4 Test de Dickey Fuller Augmenté (test ADF) .....                               | 150        |
| 1.2.5.5 Le test de Phillips Perron .....                                              | 151        |
| 1.2.5.6 Test de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin (KPSS).....                    | 152        |
| 1.3 Le concept de cointégration .....                                                 | 153        |
| 1.3.1 Propriété de l’ordre d’intégration d’une série .....                            | 154        |
| 1.3.2 Condition de cointégration .....                                                | 154        |
| 1.4 Modèles à Correction d’Erreur.....                                                | 154        |
| 1.4.1.1 Test de la trace.....                                                         | 157        |
| 1.4.1.2 Test de la valeur propre maximale .....                                       | 158        |
| 1.4.1.3 Test d’exogénéité faible .....                                                | 158        |
| 1.4.1.4 Test d’hypothèse sur les relations de cointégration.....                      | 159        |
| <b>Section 2 : Etude économétrique de la fonction de production algérienne.....</b>   | <b>160</b> |
| 2.1 Présentation des variables .....                                                  | 160        |
| 2.1.1 La population totale occupée notée PTO .....                                    | 161        |
| 2.1.2 Le produit Intérieur Brut .....                                                 | 161        |
| 2.1.3 Le stock de capital physique .....                                              | 161        |
| 2.2 Etude de la stationnarité des variables .....                                     | 162        |
| 2.2.1 La représentation graphique de la stationnarité.....                            | 162        |
| 2.2.2 Détermination du nombre de retards du modèle .....                              | 170        |
| 2.2.3 Test de stationnarité .....                                                     | 170        |
| 2.3 Test de cointégration de Johansen.....                                            | 172        |
| 2.3.1 Identification de la relation de cointégration.....                             | 173        |
| 2.3.2 Tests diagnostics sur les termes d’erreurs .....                                | 174        |
| 2.3.2.1 Le test de significativité des coefficients individuels (Test de Student) ... | 174        |
| 2.3.2.2 Le test de Fischer.....                                                       | 174        |
| 2.3.2.3 Test d’auto corrélation de Durbin-Watson.....                                 | 174        |

|                                                                                   |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 2.3.2.4 Analyse de la variance et qualité d'ajustement .....                      | 174        |
| 2.3.2.5 Stationnarité du résidu.....                                              | 175        |
| 2.3.3 Estimation du Modèle à Correction d'Erreur .....                            | 176        |
| 2.3.3.1 Test de Ljung-Box.....                                                    | 179        |
| 2.3.3.2 Test de Breusch-Godfrey .....                                             | 180        |
| 2.3.3.3 Test d'hétéroscédasticité.....                                            | 181        |
| 2.3.3.4 Test de normalité .....                                                   | 181        |
| 2.3.4 Identification de la relation de long terme entre les variables.....        | 182        |
| <b>Conclusion .....</b>                                                           | <b>183</b> |
| <b>Chapitre 4 :L'application du modèle de Ramsey à l'économie algérienne.....</b> | <b>186</b> |
| <b>Introduction .....</b>                                                         | <b>187</b> |
| <b>Section 1 : présentation du modèle de Ramsey .....</b>                         | <b>187</b> |
| 1.1 Présentation du modèle .....                                                  | 187        |
| 1.1.1 La fonction d'utilité.....                                                  | 189        |
| 1.1.2 La fonction de production .....                                             | 190        |
| 1.2 Résolution du problème .....                                                  | 190        |
| 1.2.1 Le chemin réalisable.....                                                   | 191        |
| 1.2.1 La règle de Ramsey-Keynes :.....                                            | 195        |
| 1.2.2 Sentier de croissance équilibrée .....                                      | 197        |
| 1.2.2.1 L'état stationnaire .....                                                 | 198        |
| 1.2.2.2 Le taux marginal de substitution .....                                    | 201        |
| 1.2.2.3 Le taux d'épargne optimal.....                                            | 201        |
| 1.2.2.4 Le choix du taux d'escompte .....                                         | 202        |
| <b>Conclusion .....</b>                                                           | <b>203</b> |
| <b>Conclusion générale.....</b>                                                   | <b>205</b> |
| <b>Bibliographies.....</b>                                                        | <b>211</b> |





## Introduction générale

Envisager une politique pour favoriser la croissance sur le long terme est la préoccupation actuelle de toutes les économies. De grands experts du domaine ont théorisé les objectifs des différentes politiques économiques. Les néo-classiques considèrent que le marché régule l'économie. Seule une défaillance du marché pourrait selon eux justifier l'intervention de l'Etat. Beveridge énonce à l'inverse et dès 1942 que l'Etat doit outrepasser ses fonctions régaliennes. En 1952, Jan Tinbergen a synthétisé certains objectifs de la politique économique, parmi lesquels la croissance de la production à court et long terme, le plein emploi des facteurs de production, la stabilité des prix, ou l'équilibre du commerce extérieur. Musgrave a classifié les fonctions de l'Etat en 1959, dont la stabilisation de la conjoncture économique. En mettant en œuvre sa politique économique, le gouvernement a comme finalités des objectifs très divers.

L'analyse de la croissance économique implique deux grands problèmes à évaluer : le déclenchement de la croissance, et l'évolution de son rythme ultérieur. Le déclenchement de la croissance correspond à un ensemble de modifications structurelles de l'économie, qui permettent de passer d'une économie statique essentiellement agricole, se reproduisant à l'identique d'année en année, à une économie progressive avec une industrie en développement et attirant de plus en plus de ressources productives. Pour de nombreux pays, une phase de révolution industrielle correspond à un "décollage" (take-off).

Le rythme de croissance correspond au taux de croissance de la production et du revenu sur une période rallongée. Le taux de croissance moyen est mesuré en laissant de côté les variations conjoncturelles. Les deux aspects, qualitatif ou structurel, et quantitatif, font l'objet de traitements différents. Mais tous deux relèvent de la théorie de la croissance économique, et de nombreux mécanismes peuvent avoir une valeur justificative appliquée à ces deux champs.

Certaines conditions sont nécessaires pour le déclenchement d'une révolution industrielle. Il s'agit de l'accumulation de capital technique. Les économistes classiques ont été les témoins de la première Révolution Industrielle qui a vu décoller l'économie britannique à la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle. Ils ont identifié dans l'accumulation du capital, le moteur de ce mouvement. L'analyse de la croissance occupe une place importante dans les questions que se posent Adam Smith, Thomas Malthus, David Ricardo et Karl Marx. Ayant assisté à la révolution industrielle, ils se sont intéressés à ses conséquences. Ils ont cherché à donner une explication scientifique des paramètres qui gouvernent le fonctionnement et le développement de l'activité économique.

La préoccupation commune de ces auteurs est de déterminer l'avenir à long terme du système, ils parviennent unanimement à une conclusion : l'impossibilité d'assurer une croissance durable dans le cadre du capitalisme. Ces économistes ne partagent pas seulement une question : « Comment évoluera la croissance sur le très long terme ? » et une réponse « Elle va ralentir jusqu'à s'épuiser » : au centre de leur analyse, on trouve toujours la même variable qui est le taux de profit.

Un taux de profit élevé signifie en effet des revenus élevés pour les capitalistes, donc une épargne forte et des ressources disponibles pour l'investissement ; il signifie également des perspectives de profits accrus pour l'avenir, donc l'incitation à transformer effectivement cette épargne en investissements. Inversement, un taux de profit faible génère moins

d'épargne, donc moins de ressources pour investir. Cet investissement, promettant d'être moins rentable, sera de toute façon plus rare.

Dans une économie dont le moteur est le gain individuel, l'importance de ce gain est cruciale pour la croissance. Dès lors, en fin de compte, la dynamique de l'économie capitaliste se résume à la dynamique de sa variable centrale, le taux de profit.

Adam Smith (1723-1790) a mis l'accent sur le rôle des économies d'échelle, de la spécialisation, et du commerce international. C'est le précurseur de l'approche historique dans l'analyse comparative de la croissance ; mais il a ignoré le rôle du progrès technique. Pour Adam Smith c'est la division du travail qui améliore la productivité et permet l'accumulation des richesses. La division du travail est appréhendée comme la spécialisation des tâches au sein de l'entreprise, et son extension à l'économie toute entière. Cette division est une source d'efficacité et s'analyse comme un progrès technique dû à la réorganisation du travail.

Le taux de profit va avoir tendance à baisser du fait de l'exacerbation de la concurrence, qui entraînera une guerre des prix. Cette affirmation va à l'encontre de certains raisonnements développés par ailleurs. D'après la théorie de la valeur-travail formulée par le même auteur, la concurrence ne peut qu'amener les prix à se rapprocher des prix naturels (c'est-à-dire de la valeur réelle), et nullement à les faire s'effondrer. Smith commet en fait l'erreur de généraliser à toute l'économie un processus qui caractérise une branche de production isolée: lorsqu'une nouvelle branche apparaît, les profits y sont souvent tout d'abord élevés, avant que la concurrence les fasse baisser pour les ramener au taux moyen. Mais encore une fois, il s'agit chez Adam Smith d'une remarque incidente, et pas d'un véritable raisonnement, argumenté et élaboré.

Thomas Malthus (1766-1834), avait un schéma de croissance basé sur deux facteurs : les ressources naturelles et le travail. Il a négligé le rôle du progrès technique et de la formation du capital. Le mécanisme principal conditionnant la croissance correspondait, selon Malthus, à la pression imposée par la croissance démographique et par les besoins de subsistance de la population croissante. L'équilibre serait atteint dans des situations extrêmes : famines, pandémies...etc. Son analyse ne correspondait pas vraiment à la réalité.

Malthus soutenait que la population a tendance à croître de manière géométrique, tandis que la production agricole ne peut augmenter que de manière arithmétique. Par conséquent, l'augmentation de la population entraîne une demande en produits alimentaires à laquelle la production agricole ne peut faire face. Cette situation provoque une augmentation tendancielle des prix du blé. Celle-ci, en réduisant les salaires réels, permet de réguler la population

David Ricard (1772- 1823) a une analyse moderne et riche du capitalisme. Il intégrait la prépondérance du capital (moyens, matériels, machines...) comme explication de la croissance et pensait que les gains de productivité étaient présents uniquement dans l'industrie (influence de Malthus). Il pensait également que la croissance n'était pas infinie, et tendait vers un état stationnaire. La thèse de la convergence vers un état stationnaire c'est à dire une croissance zéro fut développée par Ricardo. Mais pour lui, la baisse de croissance ne proviendrait pas de l'industrie caractérisée par des rendements constants dans le capital, mais du secteur agricole.

Ricardo s'est basé sur les travaux de Malthus pour expliquer la dynamique de très long terme du taux de profit. La principale conséquence d'une hausse continue du prix du blé était de provoquer une baisse des profits de deux manières simultanées. D'une part, à une époque où les dépenses alimentaires représentaient une part importante des budgets ouvriers, l'augmentation du prix des denrées alimentaires devait forcément entraîner l'augmentation des salaires. Ceux-ci ne pouvaient en effet tomber durablement en-dessous du minimum physiologique nécessaire pour la pérennisation de la main-d'œuvre. D'autre part, l'augmentation du prix du blé conduirait à une augmentation de la rente foncière, c'est-à-dire de la somme payée par les capitalistes agraires.

L'augmentation du prix du blé serait neutre pour les salariés, mais elle se traduirait par une augmentation de la rente foncière au détriment du profit, par une modification de la répartition de la valeur ajoutée en direction des propriétaires fonciers, au détriment des capitalistes. Or, ces deux catégories sociales ne jouent pas le même rôle dans l'économie. Les propriétaires fonciers tirent leur revenu de leur position de propriétaires, qui monopolisent une ressource rare non reproductible : la terre. Ils peuvent se permettre de dépenser intégralement leurs revenus en biens de consommation sans les compromettre dans le futur. Ils n'ont aucun intérêt à consacrer une partie de ce revenu à investir, à créer de nouveaux moyens de production. Les capitalistes tirent leurs revenus de la vente de leur production. Ils font face à la concurrence, nationale et internationale, et ils doivent baisser continuellement leurs prix de vente, et leurs coûts de production, s'ils ne veulent pas faire faillite.

Le profit est un revenu qui est nécessairement réemployé à l'investissement, et au développement des capacités de production. A la différence de la rente foncière, il génère de la croissance. L'augmentation graduelle de la rente au détriment du profit devrait ainsi mener à une situation où le taux de profit serait si bas qu'il ne pourrait ni inciter des nouveaux investissements, ni les financer. Le système capitaliste était destiné à aboutir à une situation que Ricardo qualifiait d'état stationnaire de "croissance zéro". Il ne s'agit pas d'un effondrement économique, mais d'une stagnation.

L'état stationnaire est simplement un capitalisme sans croissance, que Ricardo imaginait comme tout à fait viable. La réduction graduelle du taux de profit ne traduisait pas des limites liées au type d'organisation de l'économie capitaliste, mais celles imposées par la nature, à l'accroissement de la population humaine. Ricardo proposait des mesures protectionnistes pour limiter les importations afin de maintenir le prix du blé, et par conséquent des rentes élevées. Il défendait avec énergie toutes les mesures qui auraient pour cause d'abaisser le prix du blé, et donc la rente, afin de favoriser le taux de profit ainsi que la croissance.

La perspective de l'état stationnaire de Ricardo échoue par son hypothèse de base «la théorie de la population de Malthus ». Il est facile de voir aujourd'hui, avec le recul, que la croissance de la population ne s'est pas heurtée aux limites d'une production agricole qui serait devenue de plus en plus coûteuse. En fait, d'une part, le progrès technique dans l'agriculture a permis une augmentation impressionnante des rendements. D'autre part, avec le développement économique, la tendance à l'accroissement de la population tendrait à se ralentir.

Karl Marx (1818-1883) est l'économiste classique qui a mené l'analyse la plus fournie du capitalisme. Il a notamment rejeté le pessimisme de Malthus et de Ricardo, en reconnaissant la puissance productive en usine et le rôle de l'accumulation accélérée du

capital fixe dans le progrès économique. Il a anticipé une expansion continue du commerce, ainsi que la concentration de la production dans des unités plus importantes, sources d'économies d'échelle. Il a cependant souligné la possibilité d'un ralentissement de la croissance par la difficulté à soutenir un progrès technique continu. Il a néanmoins considéré que la baisse tendancielle du taux de profit pourrait être compensée par d'autres facteurs. Le progrès technique et l'accumulation du capital sont les deux sources de la croissance chez Marx.

Marx reconnaît au capitalisme le mérite d'avoir été capable de développer la production dans sa phase ascendante. Il était convaincu que ce système n'était pas capable de maintenir un cours favorable, et qu'il devrait laisser place à une économie organisée à l'échelle internationale, dans laquelle la propriété privée des moyens de production aurait été abolie. Marx reprochait la baisse du taux de profit à la forme spécifique de l'économie qu'était le capitalisme. Chez Ricardo, la baisse du taux de profit était causée par l'absence de progrès technique (en matière agricole). Chez Marx cette baisse était au contraire la conséquence inévitable de ce même progrès technique, et de la forme qu'il prenait en économie capitaliste.

Marx a affirmé que dans le capitalisme, le progrès technique est synonyme de mécanisation, (remplacement du travail des salariés par le travail des machines). Ainsi, la partie du capital consacrée à l'achat de machines tend à prendre de plus en plus d'importance par rapport à celle consacrée au paiement des salaires. La composition organique du capital augmente avec le temps, entraînant le taux de profit vers la baisse. Quant au taux d'exploitation, Marx suggérait qu'il resterait stable, et qu'en tout cas, il ne pourrait pas augmenter suffisamment pour compenser les effets de l'augmentation de la composition organique.

Marx soulignait l'existence de contre-tendances, qui peuvent retarder, ou annuler provisoirement, les effets de ce mécanisme : on peut assister à une augmentation du taux d'exploitation, mais aussi à une baisse de la valeur du capital constant, qui fait qu'en raison de la croissance de la productivité, un même stock de machines aura de moins en moins de valeur. Marx pensait que le taux de profit ne diminue pas de manière mécanique et régulière. Il a qualifié la baisse du taux de profit de tendancielle. Mais il était convaincu que la tendance à la baisse serait, au final, plus forte que ces contre-tendances, et que celles-ci ne pourront empêcher, à terme, le taux de profit de diminuer.

A la différence de Ricardo, Marx ne croyait pas en la possibilité d'un capitalisme se stabilisant paisiblement sur une croissance zéro. La baisse du taux de profit entraînera la multiplication des crises et des luttes sociales, qui abattront l'organisation capitaliste pour la remplacer par un autre type d'économie et de société. L'accumulation des facteurs ne peut pas être à long terme la source majeure de la croissance. Les modèles de croissance endogène ont au contraire insisté sur le mode de formation du progrès technique, en soulignant que les décisions des agents économiques pouvaient alors provoquer des externalités.

Schumpeter (1883-1950) a mis l'accent sur le progrès technique plutôt que sur l'accumulation du capital. Il rejetait également les conclusions des analyses de Malthus et de Ricardo concernant la contrainte imposée par la pression de la population. Schumpeter distinguait deux modes opératoires dans une économie capitaliste : le flux circulaire correspondant à une situation où la technologie est statique ; et le développement économique où la technologie et l'organisation de la production évoluent selon une dynamique soutenue par les innovations. On a alors une séquence d'équilibres potentiels jamais atteints, car les

innovations successives modifient continuellement l'économie. Le rôle de l'entrepreneur apparaît alors pleinement dans la recherche et la mise en œuvre des innovations comme sources de profit.

Schumpeter [1954, tome 3, p.286] a défini l'état stationnaire comme: « un processus économique qui continue aux mêmes taux, ou plus précisément se reproduit simplement ». Le système économique se reproduit donc à l'identique, sans accumulation de capital par tête. Marx appelait ce phénomène: « la reproduction simple ». Pour Schumpeter, le développement économique est ancré dans des processus non stationnaires. Il se manifeste par des changements qualitatifs (innovations, nouvelles combinaisons productives, nouvelles sources d'énergie), qu'un état stationnaire de l'économie ne peut contenir puisqu'il est par définition stable.

Dans les années 60, la thèse de Rostow indiquait qu'une accumulation de capital était un préalable pour que la croissance économique puisse se mettre en place. Cette thèse reprenait les idées qu'Adam Smith avait lui-même avancées. Grâce à l'épargne et au comportement accumulatif des individus, la croissance est possible. Dans une économie où les agents ne se soucient que de la satisfaction de leurs besoins immédiats, la croissance n'est pas possible. La leçon néoclassique de politique économique, est que l'augmentation (permanente) du taux d'épargne provoque une augmentation transitoire du taux de croissance, parce qu'elle détermine un état régulier à un niveau plus élevé.

### **Problématique de la thèse**

La littérature économique associe la croissance économique à une augmentation soutenue durant une période longue de la production totale ou par tête. On retient généralement comme indicateur: le Produit Intérieur Brut à prix constants. La fonction de production macroéconomique est au centre de cette analyse, elle est aujourd'hui un outil commode de direction de l'économie à tous les niveaux.

L'équilibre macroéconomique nécessite une fonction de production à rendements constants. Cette dernière exhibe une propriété intéressante. La production par travailleur dépend de l'intensité capitaliste. Le capital et le travail n'ont pas d'influence séparée sur le niveau de production par tête. L'augmentation du revenu national ne vient que d'une augmentation des quantités des facteurs de production, mais pas nécessairement de manière proportionnelle (les rendements ne sont pas toujours constants); quant à l'augmentation du revenu par tête, elle n'est possible que si la productivité des facteurs est croissante, ce qui implique des rendements croissants.

Nous pouvons dès lors, en déduire les mécanismes qui gouvernent la croissance à long-terme de la production.

L'accumulation de capital est un élément important de la croissance. Elle est à l'origine d'un cercle vertueux de l'accumulation et de la croissance. L'accroissement du stock de capital assure une augmentation de la production. Celle-ci génère une hausse des revenus qui procure à son tour un accroissement de l'épargne et de l'investissement. Cela signifie que le taux d'épargne d'un pays est un élément important de la croissance de long-terme.

L'accroissement de la population active est un facteur de croissance. Il favorise la croissance du PIB dans la mesure où la population active augmente. Un nombre croissant de

travailleurs permet de produire plus de quantités. L'intérêt d'un pays n'est pas la croissance du PIB, mais le niveau de vie de ses habitants. Il faut alors se pencher sur les liens entre croissance démographique et PIB par habitant.

Les pays qui ont une forte croissance démographique ont un PIB par habitant faible. Par conséquent, le niveau de vie sera faible. Une des raisons est que l'entretien d'une famille nombreuse absorbe les ressources financières, et diminue l'épargne des familles. Il est également difficile de scolariser tous les enfants, ce qui réduit le niveau de qualification général et freine la croissance économique.

L'effet d'une augmentation de la population sur la croissance change sensiblement si nous prenons en compte la qualité de la main d'œuvre. En moyenne, les pays les plus développés sont ceux qui éduquent le plus leur population. Une population mieux formée est capable d'assimiler plus facilement les dernières techniques de production en usage, et de maîtriser des processus productifs complexes. Cet effet bénéfique de l'éducation est important pour le décollage de pays en développement.

La production agrégée évolue au cours du temps, sous l'effet de l'accumulation du capital et de la démographie aussi bien que du progrès technique. Ce dernier permet de produire plus de biens et services, même si les quantités de facteurs de production restent inchangées. Le progrès techniques est devenu une source vitale de croissance.

Le secteur économique algérien a connu au début des années 90 une profonde mutation avec le passage d'une économie administrée à une économie de marché. Cette mutation s'est caractérisée par une ouverture des échanges commerciaux, et une présence de l'entrepreneuriat privé dans l'ensemble des secteurs économiques. La contribution du secteur privé au PIB hors hydrocarbures a atteint 70%. La mise en œuvre de l'accord d'association à l'U.E. est effective; ainsi que les négociations pour l'adhésion de l'Algérie à l'Organisation Mondiale du Commerce.

Selon certains indicateurs, l'économie algérienne est viable, car ses «grands équilibres» macroéconomiques ont été restaurés. La position budgétaire était excédentaire de 2006 à 2008 (12,9% du PIB en 2006, 11,4% en 2007, 6% en 2008). A fin 2010, les ressources du fonds de régulation des recettes (FRR) étaient de 60 milliards USD. Aujourd'hui ce fonds est doté de 73 Mds USD<sup>1</sup>. L'excédent du compte courant de 5,5% en 2010, a permis aux recettes d'exportations d'atteindre 56,6 milliards USD contre 45,5 milliards en 2009. L'encours de la dette extérieure a diminué pour atteindre 5,4 milliards USD en 2009 et représentait environ 2,7% du PIB. Grâce aux remboursements anticipés, le pays est actuellement créditeur net vis-à-vis de ses partenaires économiques. Les réserves officielles de change (157 milliards USD à fin 2010 contre 149 milliards USD en 2009)<sup>2</sup> restent à un niveau très élevé.

Le secteur des hydrocarbures est le pilier de l'économie algérienne (1% des réserves mondiales de pétrole, et 3 % de celles de gaz naturel). Il représente à lui seul près de la moitié du PIB (45% en 2007 et 50% en 2008)<sup>3</sup>. Cette capacité offre au pays les moyens financiers pour mettre en œuvre une croissance économique rapide. Cependant, la situation économique reste caractérisée par le faible niveau de la production industrielle hors hydrocarbures, et un

<sup>1</sup> Groupe de la Banque Africaine de développement. Mai 2011.

<sup>2</sup> Publier dans le Financier du 12/09/2011.

<sup>3</sup> Rapport sur la dépense publique et son évolution. Projet de loi de Finance pour 2012.

taux de chômage considérable. L'administration enregistre un taux de chômage officiel situé entre 12 et 15%<sup>4</sup>.

La fragilité de l'économie algérienne à la volatilité des prix pétroliers est très élevée. La conjonction de cette volatilité des prix avec d'autres difficultés de gestion économique (contrôle administratif, distorsions des prix, ouverture restreinte aux échanges hors hydrocarbures, manque d'investissement direct étranger) s'est traduite par un impact négatif sur la productivité et la croissance. La production nationale par tête a tendance à diminuer dans le temps, et le pouvoir d'achat de la majorité s'abaisse en parallèle.

Les taux de croissance économiques stagnent à un faible niveau. A l'origine, le pays a connu une période de performances raisonnables durant la période 1961-1985. La croissance du PIB était en moyenne respectivement de 5.3 %. Depuis la crise de l'endettement de 1983 et la chute des prix du pétrole en 1986, la croissance s'est sensiblement ralentie pour se fixer à une moyenne annuelle de 2,4 % entre 1986 et 2010. L'évolution du PIB par tête est passée entre ces deux périodes d'une croissance moyenne annuelle de 2,3 % à 0,4 %<sup>5</sup>.

L'explication de cette situation économique néfaste ne tient pas à la faiblesse du niveau d'investissement. Le pays a enregistré depuis plus de quarante ans des taux d'investissement parmi les plus élevés au monde. De 1971 à 2000, l'investissement a représenté en moyenne 32 % du PIB. Les investissements sont passés de 16,5 % du PIB en 2004 à 30% en 2007 pour tomber par la suite à 15,5 % en 2009<sup>6</sup>. Cette situation s'explique par la domination du secteur des hydrocarbures sur l'économie. C'est le seul secteur qui fonctionne correctement, sous supervision de grandes multinationales. Le principal risque à court terme pour l'économie locale réside dans une baisse prolongée du prix du pétrole qui pourrait survenir dans le sillage de crise comme celle de la zone Euro. A long terme, les conséquences seraient fatales.

La question qui nous préoccupe est :

### **Quelles sont les conditions de croissance de l'économie algérienne dans le long terme ?**

Toute économie converge vers un état régulier. Cet état dépend du taux d'épargne et du taux de croissance de la population, mais aussi de la fonction de production nationale. L'intérêt de cette étude est de savoir, quel est le taux de croissance par tête de cette économie à l'état régulier ?

### **Hypothèses**

**H1 :** l'augmentation du taux d'épargne fait converger l'économie vers un état régulier, caractérisé par un capital par tête et une production par tête plus élevés. Egalement, l'augmentation du taux de croissance de la population fait converger l'économie vers un état régulier caractérisé par un capital par tête et une production par tête plus faible.

**H2 :** la croissance est attribuée à deux arguments : le progrès technique et le taux de croissance démographique. En l'absence de progrès technique et d'évolution démographique l'économie tend à long terme vers une croissance zéro. Si la population augmente, et si la

<sup>4</sup> Direction générale du trésor; Lettre Economique d'Algérie n°14, décembre 2012.

<sup>5</sup> Selon les données de la Banque Mondiale

<sup>6</sup> Direction générale du trésor; Le cadre de l'investissement en Algérie en 2012

main-d'œuvre disponible croît en permanence, une croissance positive à long terme est possible et à son taux optimal. Aussi, une productivité des facteurs élevée grâce au progrès technique instaure une croissance optimale positive à long terme.

Les variables structurelles qui caractérisent les économies est le taux d'épargne et le taux de croissance démographique. Un pays qui épargne plus, a un capital par tête et un revenu par tête plus élevés. Un pays qui a une forte croissance de sa population doit consacrer une plus grande part de son épargne à l'investissement requis, et a donc un capital et un produit par tête plus faible. Le taux de croissance d'une économie est faible à partir du moment où elle est plus proche de son état régulier. Cet état est caractérisé par un taux d'épargne faible.

Les économistes invoquent deux types d'arguments. Le premier est un argument dit de « transition ». A long terme la croissance disparaîtrait et une accélération transitoire de la croissance est envisageable. La croissance est fortement due au progrès technique, et ceci plaide pour une revalorisation de ce dernier par rapport à l'accumulation du capital, dans les explications de la croissance. Le deuxième argument est qu'il existe des processus dynamiques d'accumulation qui échappent à la loi des rendements décroissants, et dont il faudra tenir compte. Parmi ceux-ci, peuvent être envisagés : le niveau d'éducation et le niveau des connaissances scientifiques et techniques. C'est ce qui explique l'orientation actuelle des recherches vers une justification de la croissance, comme un processus dynamique émergent à partir des comportements des agents économiques.

En ce qui nous concerne, il a fallu faire ressortir dans notre étude le caractère instable de la croissance économique en Algérie, et connaître les moyens de faire évoluer son taux de croissance. Dans le premier chapitre, nous avons présenté les principaux faits stylisés de l'économie algérienne. Cette économie est déterminée par l'importance des hydrocarbures, en tant que principale source des revenus d'exportation. Ce poids varie selon les périodes, mais il tend à s'alourdir d'une façon préoccupante. Cet aspect prend souvent le dessus, masquant parfois la complexité de l'économie, que l'on a tendance à réduire à un seul facteur.

Les particularités de la croissance économique en Algérie nous ont incités, au deuxième chapitre, à nous intéresser aux détails des modèles de croissance économique. Cette partie relativement importante a permis de discerner les principes théoriques concernant les modèles de croissance économique. Nous nous sommes intéressés aux modèles de Harrod - Domar, Solow et Ramsey.

L'analyse de la croissance économique a nécessité de connaître en premier lieu la forme de la fonction de production de l'économie concernée. Dans le troisième chapitre, nous avons procédé à l'analyse économétrique d'un ensemble de données concernant la fonction de production de l'économie algérienne. Les résultats de ce troisième chapitre nous ont servi à l'application du modèle de Ramsey à l'économie algérienne, ce développement de notre recherche faisant l'objet du quatrième chapitre.

**La première partie de la thèse a donc été consacrée à l'étude bibliographique.**

## **CHAPITRE 1 : Analyse de la politique économique algérienne**

Dans ce chapitre on s'est attachée à présenter les différentes politiques économique, budgétaire, monétaire et de change mises en œuvre par l'Algérie. Nous nous sommes basés sur



les données statistiques recueillies auprès d'organismes internationaux : le FMI, la Banque Mondiale, la Banque Africaine de Développement et le ministère des finances algérien. Ce chapitre a mis l'accent sur la politique financière permettant de procurer les recettes, en vue de couvrir les dépenses publiques ; et d'autre part, sur la politique d'investissement en vue d'attirer les capitaux et experts étrangers, d'encourager le secteur privé national à investir, et d'associer son capital à la réalisation des objectifs productifs nécessaires au développement économique du pays.

Une conjoncture internationale favorable et une bonne maîtrise des agrégats macro-économiques ont permis à l'Algérie de connaître depuis 2002 des taux de croissance économique convenables, mais qui restent en deçà du potentiel du pays, notamment en termes de croissance hors hydrocarbures. La hausse continue des recettes des hydrocarbures a permis au pays des taux d'investissement élevés, et une augmentation maîtrisée des salaires ; mais le chômage reste important, surtout parmi les jeunes. Grâce à des remboursements anticipés, le pays a pu apurer l'essentiel de sa dette extérieure, publique et multilatérale. Comparée à des économies à revenu similaire, l'économie algérienne reste peu diversifiée, et la contribution du secteur privé au PIB global demeure insuffisante.

## **CHAPITRE 2 : Modèles de croissance économique**

Le taux d'épargne dans le modèle de Solow est exogène ; et la question intéressante était de savoir si augmenter le taux d'épargne mène à une amélioration pour le bien-être général. Dans le modèle de Ramsey, le taux d'épargne optimal est endogène et variable, durant la dynamique transitoire. Le but était d'examiner comment le système évolue durant cette dynamique transitoire, et si ce sont les pays pauvres qui ont intérêt à épargner le plus. Les paragraphes qui suivent relatent le cheminement mené tout au long de ce chapitre

### **➤ Le modèle de Domar**

Le modèle de Domar se fonde sur l'hypothèse suivante: tout investissement à deux effets. A court terme, au moment où il est réalisé, l'investissement augmente la demande globale puisqu'il implique une demande de biens de production. Au delà de la période préalable, l'investissement a également un effet sur l'offre ; il conduit, en effet, en dehors des investissements de remplacement, à accroître les capacités de production. Keynes, dans sa théorie générale, néglige volontairement et explicitement le second effet. Dans la mesure où il se situe dans le court terme, l'investissement n'exerce un effet que sur la demande.

La problématique de Domar consiste à prolonger l'analyse keynésienne des effets de l'investissement sur le long terme. Domar se demandait quelles sont les conditions d'accroissement du revenu compatibles avec l'augmentation des capacités de production (le multiplicateur d'investissent). Il voulait déterminer les conditions qui permettent à l'augmentation de la demande d'être suffisante, par rapport à l'augmentation de l'offre que suscite l'investissement

### **➤ Le modèle de Harrod**

Le modèle de Harrod s'articule autour de trois notions fondamentales:

1. le taux de croissance garanti, correspondant au taux de croissance qui permet l'équilibre sur le marché des biens de longue période ; c'est-à-dire celui où l'épargne des ménages est

équivalent à l'investissement des entreprises sur le long terme, permettant ainsi aux investissements désirés par les entreprises d'être réalisés

2. le taux de croissance réalisé, c'est à dire le taux de croissance effectif de l'économie
3. le taux de croissance naturel de la population active, qui est supposé être exogène par rapport à l'économie.

Deux questions essentielles se posent à Harrod. Premièrement, à quelles conditions le taux de croissance réalisé peut-il être égal au taux de croissance garanti? L'économie peut-elle être sur une trajectoire de croissance stable, permettant un équilibre durable des niveaux d'épargne et d'investissement ? D'autre part, le taux de croissance garanti est-il compatible avec le taux de croissance naturel ? Le taux de croissance d'équilibre de l'économie est-il suffisant pour que l'augmentation de la population active ne conduise pas à une hausse du chômage ?

### ➤ **Le modèle de Solow**

Le modèle de Solow est un des principaux, de la théorie de la croissance économique. Ce modèle se fonde sur une fonction de production à deux facteurs: le travail et le capital ; et une hypothèse où les facteurs de production connaissent des rendements décroissants. Il pose également comme donnée, que les facteurs de production sont utilisés de manière efficace par tous les pays. En posant l'hypothèse que la population connaît un taux de croissance «naturel», le modèle conduit à trois prédictions :

1. Augmenter la quantité de capital augmente la croissance, et avec un capital plus important, la main d'œuvre augmente sa productivité.
2. Les pays pauvres auront un taux de croissance plus élevé que les pays riches. Ils ont accumulé moins de capital, et connaissent donc des rendements plus faiblement décroissants. Toute augmentation de capital y engendre une augmentation de la production, proportionnellement plus forte que dans les pays riches.
3. En raison de rendements décroissants des facteurs de production, les économies vont atteindre un point, où toute augmentation des facteurs de production n'engendrera plus d'augmentation de la production par tête. Ce point correspond à l'état stationnaire.

L'état régulier se caractérise par le fait que les variables par tête sont constantes dans le temps ; les variables en niveau le sont aussi. L'état stationnaire est un cas particulier d'état régulier de l'économie, où le taux de croissance du produit, déterminé par la valeur du taux de croissance de la population, est égal à zéro.

Solow conteste cette troisième prédiction: les économies n'atteignent jamais ce stade, en raison du progrès techniques qui accroît la productivité. Sur le long terme, la croissance provient du progrès technologique. Toutefois, ce progrès technologique est exogène au modèle, c'est-à-dire qu'il ne l'explique pas, mais le considère comme une donnée.

## ➤ **Le modèle de Ramsey**

Le modèle de Ramsey constitue la seconde référence des modèles de croissance, dans la mesure où il endogénéise le taux d'épargne. Ce taux est justifié par les comportements d'optimisation des agents économiques. Les individus ont un horizon infini. Cela correspond à une prise en compte, par chaque génération, de l'intérêt des générations futures de manière altruiste. L'allocation des ressources est planifiée avec recherche d'une maximisation du bien-être social, à chaque moment du temps. On détermine une trajectoire de consommation optimale qui tient compte des caractéristiques de l'économie. Cette trajectoire établit, à chaque moment, un arbitrage entre la consommation présente et future, en rapport à l'investissement et à l'épargne.

Le principe de base dans le modèle Ramsey est de présenter une vie infinie du consommateur, qui maximise la fonction d'utilité de la suite des consommations intertemporelle. La consommation de chaque période est limitée par le rendement maximum produit par le stock de capital physique, et par la nécessité d'épargner pour obtenir un stock de capital physique pour la prochaine période du processus de production. Les principaux résultats sont que, sous certaines conditions, les suites optimales de stocks de capital et de consommations convergent vers un état régulier optimal. La suite des stocks de capital optimale est stabilisée.

## **La deuxième partie de la thèse a été consacrée à la modélisation**

La démarche développée dans ce chapitre, est basée sur l'idée que la croissance de la production s'explique par la contribution du stock de capital et de la main d'œuvre, à la réalisation de la production. L'analyse économétrique repose sur une modélisation du problème économique, avec effet de traitement des données dont on dispose.

### **CHAPITRE 3 : Etude économétrique de la fonction de production**

On est parti d'une fonction de production, c'est à dire d'une combinaison statistique entre la quantité produite et les quantités de facteurs utilisés pour produire. Au plan macroéconomique cette fonction est une relation entre la production, le travail et le capital, reconstruite à partir de l'analyse économétrique. Les données disponibles sont mal adaptées à ce type de recherche et elles ont fait l'objet d'un traitement préalable.

Concernant le travail, l'aspect quantitatif est estimé à partir de l'évolution de la population active occupée (déterminée elle même en tenant compte de la structure et des taux d'activité par âge et par sexe, mais aussi du chômage) et de la durée annuelle du travail. Concernant le capital, il a fallu calculer une estimation du stock de capital fixe net.

Les données utilisées dans l'étude proviennent de la source : Penn World tables 7.0 ; et couvrent la période entre 1960 et 2009, soit cinquante ans d'observations. Cependant, les données se caractérisent par de très importants écarts dans les valeurs de certaines variables. Pour corriger cette situation, nous avons choisis d'utiliser dans cette analyse, une transformation par logarithme. Nous avons utilisé le logiciel EvIEWS 7, pour l'estimation de l'équation de long terme entre les variables de la fonction de production.

Après une présentation des conséquences de la non stationnarité et des tests qui permettent de la détecter, notre étude développe la notion de co-intégration de Johansen qui

caractérise des séquences non stationnaires, dont une combinaison linéaire est stationnaire. Sur la base de ce modèle on a procédé aux tests de causalité. Cet outil nous permet d'analyser la dynamique du court terme entre les variables de notre fonction de production. Le modèle vectoriel à correction d'erreur (VECM) teste le nombre de relations structurelles entre les différentes variables et permet de spécifier les relations stables à long terme, tout en analysant en même temps la dynamique de court terme des variables considérées.

#### **CHAPITRE 4 : L'application du modèle de Ramsey à l'économie algérienne**

Le modèle de croissance étudié montre qu'une économie de concurrence pure converge toujours vers une trajectoire de croissance équilibrée. L'économie détermine, aussi bien à l'état régulier qu'en dynamique transitoire, le meilleur taux d'épargne possible. Le taux de croissance d'état régulier est indépendant du taux d'épargne. Cependant le taux d'épargne détermine le niveau de consommation par tête à l'état régulier et le taux de croissance de dynamique transitoire. Le choix du taux d'épargne a des implications en termes de bien-être. Il maximise le niveau de consommation par tête à l'état régulier (optimum de Phelps).

Pour qu'il existe une solution d'équilibre, il faut que l'utilité des consommateurs soit bornée. Il faut que la préférence pour le présent soit suffisamment prépondérante selon un choix rationnel. Cette condition, qui impose l'existence d'une préférence pour le présent positive et suffisamment forte, est considérée comme principe de rationalité.

L'effet de la vitesse de convergence sur l'épargne ne dépend pas de son niveau, mais de sa tendance à augmenter ou à baisser durant la convergence. Si un pays décide d'épargner même s'il est pauvre, il converge vite. Mais s'il commence à épargner seulement lorsqu'il devient riche, il converge lentement. Ce comportement dépend de l'élasticité de substitution inter-temporelle de sa fonction d'utilité.

Les données de ce chapitre sont issues de Pen World 7.0. Pour identifier le fonctionnement de ce modèle de croissance à partir des données disponibles, nous avons calculé pour l'économie algérienne son niveau de revenu et ces taux de croissance de longue période. On a examiné ensuite comment cette économie se dirige vers son état régulier.



## ***Chapitre 1***

### ***Analyse de la politique économique algérienne***

## Introduction

Depuis l'indépendance, l'Algérie a lancé de grands projets industriels qui lui ont permis de mettre en place une assise économique viable. La rente pétrolière a été en grande partie réinvestie dans les projets de développement. Au milieu des années 80, l'économie a connu d'importantes difficultés. Le contre-choc pétrolier de 1986 a eu une influence négative sur cette économie quasiment rentière. C'est la période des plans anti-pénurie et des tentatives de stabilisation.

A l'orée de la décennie noire des années 1990, l'Algérie se rapproche des institutions de Bretton Woods afin de conclure un accord d'ajustement structurel, en vertu duquel, le pays s'engageait sur des réformes structurelles, concrétisant un passage à l'économie de marché, dans le contexte du libre échange et de la mondialisation.

Le développement des infrastructures n'a pas été une priorité durant toute la période allant de 1970 à 2000. Les montants qui leurs étés alloués étaient inférieurs à 25% du budget d'équipement. Quant aux investissements importants pour la croissance économique, ils ont été relativement bas dans le total des dépenses (économiques, sociales, éducatives et administratives) : leur poids est resté dans une fourchette de 15 à 33% sur la période allant de 1970 à 1998<sup>7</sup>.

En 2001, l'Etat a mis en œuvre un programme de redressement économique favorisant la croissance et la stabilité de l'économie. Ce programme de 7 milliards de \$US visait à revitaliser la production agricole, à développer le réseau public de distribution d'eau, à améliorer l'infrastructure et les services de transport, à rehausser le niveau de vie et à encourager les projets locaux de mise en valeur.

Le redressement pétrolier, continu depuis 2001, a permis d'augmenter rapidement les recettes budgétaires et d'accumuler des réserves de change, à un niveau sans précédent. La croissance du PIB, menée par les hydrocarbures mais aussi par d'autres secteurs comme la construction, les télécommunications et d'autres services, a atteint 6,9 % en 2003 et 5,2% en 2004 et 2005<sup>8</sup>. La manne pétrolière a fait de l'Algérie un créancier net vis-à-vis de la finance internationale. Les réserves de change ont atteint fin décembre 2004, environ 35 milliards € (pouvant couvrir 2 ans d'importations).

Forte de ses recettes pétrolières en hausse, l'Algérie s'est lancée dans un vaste programme d'investissements publics, intitulé « Deuxième programme de redressement économique 2005-09 », suite au programme de soutien à la relance économique (PSRE) de 2001-2004 de 6 milliards €. Dans ce nouveau programme doté d'un budget substantiel, estimé à 45 milliards €, la part la plus importante – soit 25 % – était allouée au secteur du logement, suivi des infrastructures, des services publics, de la production agricole et des crédits aux petites et moyennes entreprises.

La dette publique affiche un profil acceptable dans le long terme, sa composante extérieure, apparue avec les rééchelonnements de 1994 et 1995, tendant à disparaître suite à la

---

<sup>7</sup> Y.Benabdallah: Le développement des 2008infrastructures en Algérie : quels effets sur la croissance économique et l'environnement de l'investissement ? CREAD Alger.

<sup>8</sup> Algérie, Instrument européen de voisinage et de partenariat, Document de stratégie 2007 – 2013 & Programme indicatif national 2007 – 2010.

décision de l'Etat d'effectuer son remboursement anticipé. Le volume de la dette extérieure de l'Algérie s'établissait à 15,5 milliards de dollars à la fin février 2006, contre 21,4 au 31 décembre 2004 et 16,4 milliards de dollars à fin décembre 2005<sup>9</sup>. La baisse est d'environ 6 milliards de dollars en 14 mois. La solution trouvée à la dette russe a permis l'effacement de 4,737 milliards de dollars. Le règlement de ce dossier a permis l'accord du Club de Paris pour le remboursement anticipé de l'ensemble de la dette publique rééchelonnée, soit 8 milliards de dollars.

Pendant les années 90, la politique monétaire a été un élément de la stabilisation. L'offre de monnaie est maîtrisée et continue à être déterminée par l'évolution des rentrées en devises provenant de l'exportation de pétrole. Les années 2000 ont ouvert une nouvelle phase donnant lieu à une situation de surliquidité monétaire.

L'objectif de la politique monétaire, aussi bien durant la période de stabilisation et d'ajustement structurel (1994-1998) que durant la période de développement qui a suivi, a toujours été le maintien de la stabilité des prix, cela se traduisant par des résultats satisfaisants dans la lutte contre l'inflation depuis 1997. La politique d'ajustements structurels menée en collaboration avec le FMI a conduit à l'encadrement de la masse monétaire et à une baisse significative de la liquidité dans l'économie.

Le gouvernement actuel travaille à moderniser le système économique et à tisser des liens internationaux, à réduire le chômage et à diversifier l'économie, fortement tributaire de l'industrie pétrolière. Les efforts de privatisation sont d'actualité dans les programmes de réformes. Le gouvernement compte poursuivre la privatisation des entreprises publiques en activité notamment dans le secteur bancaire.

D'autres plans de réforme cherchent à intégrer l'Algérie à l'économie mondiale en libérant le pays de sa dépendance à l'égard de l'industrie des hydrocarbures, et en permettant aux entreprises privées de tirer profit des débouchés offerts par les secteurs de l'énergie et des mines. Au cours des dernières années, le pays est parvenu à accélérer sa croissance économique, tout en maîtrisant l'inflation. Mais il a peu progressé sur la voie d'une économie de marché. L'essentiel de la croissance a été alimenté par les secteurs pétrolier et agricole, et par le dynamisme des secteurs de la construction et des services, largement tributaires des dépenses publiques.

## **Section 1: La politique économique**

La politique économique est l'ensemble des moyens mis en œuvre par l'Etat pour atteindre les objectifs qu'il s'est fixé dans le but d'améliorer la situation économique générale du pays<sup>10</sup>. Cette politique définit les dispositions prises par l'État pour l'affectation des ressources, réguler la conjoncture, et redistribuer le revenu national. L'Etat joue en Algérie le rôle de premier plan dans certaines activités de production, bien que après 1995, il s'est désengagé des secteurs du bâtiment, de l'industrie et des transports.

L'Algérie, grand producteur d'hydrocarbures ( pétrole et gaz naturel ) est le quatorzième exportateur de pétrole au monde et il fournit 20% du gaz naturel de l'Europe. Le pays a tiré parti au cours des dernières années de recettes-hydrocarbures abondantes et

---

<sup>9</sup> Conférence du chef du gouvernement Mr A Ouyahia, mars 2006.

<sup>10</sup> Xavier GREFF Comprendre la politique économique, 2<sup>ème</sup> édition.



croissantes, et dispose des huitièmes plus grandes réserves de gaz prouvées dans le monde. Des opportunités nouvelles apparaissent dans le secteur pétrolier et gazier. La Société nationale des hydrocarbures (Sonatrach) veut investir dans des biens d'équipement et en accroître la performance. L'Etat prévoit des travaux d'infrastructure pour améliorer le réseau routier et augmenter les capacités portuaires. Il existe également des possibilités dans le secteur de la construction, les télécommunications, l'approvisionnement en eau, les soins de santé, l'alimentation et le secteur agricole.

## **1.1 Les principaux secteurs de l'économie**

L'économie algérienne continue à bénéficier de recettes de plus en plus importantes dégagées par le secteur des hydrocarbures. La croissance du PIB réel devrait se poursuivre à un rythme voisin de 5%, sous l'effet conjugué de la production d'hydrocarbures et de l'activité soutenue des secteurs de la construction et des services. Malgré la bonne tenue des indicateurs macroéconomiques, l'Algérie subit la persistance de fragilités structurelles, au premier rang desquelles la très forte dépendance aux revenus des hydrocarbures qui représentent 50% du PIB, 75% des revenus fiscaux et plus de 98% des exportations.

### **1.1.1 Le secteur d'hydrocarbures**

En 2004, le secteur des hydrocarbures représentait 38% du PIB, 98% des exportations et 71% des recettes budgétaires. La production pétrolière était de 1,0 million de barils par jour (environ 2,5% de la production mondiale) et la production commercialisée de gaz se chiffrait à 225 millions de mètres cubes par jour (environ 3 % de la production mondiale). En 2005, le secteur des hydrocarbures représentait 36.5% du PIB, 65% des recettes de l'État et 97% des recettes d'exportation, comblant ainsi 24% des besoins en gaz naturel de l'Europe, mais ne contribuant directement que pour 3% à la création d'emplois. L'Algérie a exporté 97% de sa production de gaz naturel vers l'Europe. Deux nouveaux gazoducs en construction, ont porté à quatre le nombre total de pipelines à 2010.

En 2006 et 2007, la part des hydrocarbures brut ou semi-brut dans le PIB, avoisinait 40 à 50%. Mais cela est pondéré par l'effet des dépenses publiques, avec des infrastructures clefs en main, mais non matures et mal ciblées, dont des projets voyant des réévaluations incessantes, parfois à plus de 300% ; voir aussi l'importance des dépenses improductives. En 2007 les hydrocarbures ont représenté la part la plus importante dans l'accroissement du PIB, avec 45% du volume global. Le secteur a connu une augmentation de sa valeur ajoutée en se situant à près de 4 140 milliards de dinars ( équivalent à 57 milliards de dollars ).

L'Algérie est considérée comme encore relativement sous-explorée. Le pays envisage d'accroître ses exportations de gaz naturel de 64 milliards de mètres cubes en 2008 à 100 milliards de mètres cubes en 2015<sup>11</sup>. Les exportations de pétrole brut de l'Algérie culminent en 2010 à 1,1 millions de barils (bbl) par jour, contre 1,0 million de barils/jour en 2005. Le pays a tablé pour l'avenir sur le maintien d'un niveau important de recettes budgétaires provenant des exportations d'hydrocarbures, avec la mise en valeur d'importantes réserves de gaz naturel. L'envolée du prix du pétrole a accru les revenus de l'État et permis une amélioration importante des finances publiques

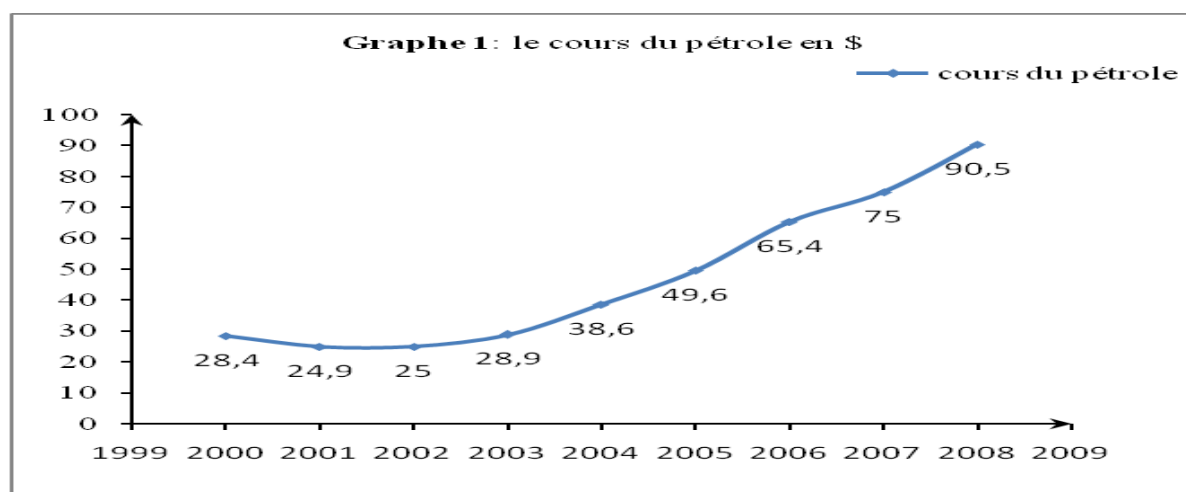
---

<sup>11</sup> Revue de dépenses publiques, p 11, rapport n°36270-DZ, document de travail de la banque mondiale février 2007

### 1.1.1.1 Les cours du pétrole

Au début des années 80, les cours du pétrole étaient à 40 dollars le baril, mais ont plongé ensuite en dessous de 18 dollars le baril au milieu des années 80 et dans les années 90 (à l'exception de 1990 et 1991). En 2000, les cours du pétrole ont grimpé pour atteindre la somme de 28.4 dollars le baril. En 2001 et 2002 le prix du pétrole a connu une régression à 24.9 et 25 dollars le baril. Le prix du pétrole est passé ensuite de 28.9 dollars en moyenne en 2003 à 38.6 dollars en 2004. Il est resté élevé, dépassant ainsi le niveau de référence de 40 dollars le baril en 2004 et ensuite des 50 dollars le baril en 2005. Au premier semestre 2005, le prix moyen a été de 49.6 dollars.

Le prix d'exportation du baril de pétrole s'est situé, en moyenne à 65.4 \$/bl en 2006, pour passer ensuite à 75\$/bl en moyenne annuelle en 2007. Le prix moyen du baril de brut a atteint 90.5 dollars en 2008, le FMI prévoyant pas de chute du prix du pétrole en dessous de 80 dollars avant 2012.



Données du FMI

Ce cours a permis à l'Algérie d'accroître l'excédent de son solde extérieur courant, malgré une progression importante des importations. La gestion raisonnée de la rente pétrolière a permis de réduire l'endettement, tout en maintenant les réserves à un bon niveau. À long terme, la hausse des prix mondiaux des hydrocarbures peu avoir quelques effets négatifs sur le secteur hors hydrocarbures.

### 1.1.2 Le secteur hors hydrocarbures

De 1980 à 1985, le secteur hors hydrocarbures a connu une croissance rapide de 5,1 % par année en moyenne, due à une stabilité politique relative, le niveau élevé des cours du pétrole et l'augmentation rapide des dépenses publiques. La tendance a été inversée de 1986 à 1994 par suite de la baisse des prix des hydrocarbures, de la lenteur et de l'inconstance des réformes et de la violence politique. Le PIB hors hydrocarbures (PIBHH) a chuté en moyenne d'environ 1 % par année entre 1986 et 1994.

La chute subite des cours du pétrole survenue en 1986 a eu un effet de dégradation sur les conditions économiques et sociales. Cette situation a perduré durant une décennie. Au lieu d'un ajustement progressif pour palier à l'érosion des recettes d'exportation, les autorités ont

maintenu des politiques d'expansion budgétaire et monétaire, engendrant de l'inflation, un endettement important et une intensification des restrictions sur les importations.

Le secteur hors hydrocarbures représente deux tiers du PIB et 98% des emplois. Mais il ne produit qu'une part négligeable des exportations. La croissance du PIB réel hors hydrocarbures a ensuite augmenté depuis 2001, affichant un taux annuel de croissance d'environ 5,5% en moyenne au cours de la période 2002 - 2005<sup>12</sup>. Cependant, cette performance est restée modeste par rapport à celle affichée par la plupart des autres pays producteurs de pétrole de la région du Moyen-Orient et de l'Afrique du Nord (MENA). L'Algérie pourrait faire mieux en cette matière.

La croissance économique hors hydrocarbures a connu une progression légère, en 2007 s'établissant à 6,5% contre 5,5% en 2006. L'attractivité de l'économie algérienne hors hydrocarbures est limitée : l'essentiel des investissements directs étrangers se situe dans les secteurs du pétrole et du gaz. La dépendance de l'économie par rapport aux hydrocarbures (50% du PIB et 60% des recettes budgétaires) induit une faiblesse du tissu productif interne (l'industrie hors hydrocarbures ne représente que 5,8% du PIB), et d'autre part, la volatilité et l'instabilité de la croissance.

## **1.2 La croissance économique**

La croissance économique enregistrée par l'Algérie peut être classée en trois périodes distinctes.

### **1.2.1 La période de récession**

Une période de récession, de 1990 à 1995, est caractérisée par des taux de croissance négatifs du PIB par habitant. Au début des années 90, l'investissement public a été considérablement réduit à un peu plus de 6,2% en 1991. Cela n'a pas empêché une envolée des déficits budgétaires, qui ont atteint un niveau de -8,3 % du PIB en 1993. Entre 1986 et 1994, l'Algérie affiche un taux de croissance annuel un peu supérieur à zéro (0,2 %). Ceci s'est traduit par des taux par habitant négatifs et une aggravation de la pauvreté.

Les taux de croissance médiocres étaient dus à des sources d'influences externes défavorables. L'aggravation de la situation économique et financière en 1994 a conduit les autorités à mettre en place un programme de réformes appuyé par le FMI et la Banque mondiale, et à entamer des négociations pour le rééchelonnement de la dette extérieure. Ces réformes ont jeté les bases d'une reprise de la croissance. Mais au début, les réformes étant lentes et la récession se faisant durement ressentir, on assistait à l'aggravation des troubles civils.

Le gouvernement a donc décidé de mettre en place un programme d'ajustement devant lui permettre de stabiliser l'économie et de retrouver de la croissance, afin de réduire le chômage en forte augmentation et d'améliorer le niveau de vie de la population. Ce programme visait à corriger les déséquilibres budgétaires grâce à des mesures monétaires et fiscales, à la reprogrammation de la dette extérieure et à l'instauration de réformes structurelles où figuraient la libéralisation du commerce, une dévaluation en deux étapes du dinar algérien ( 70 % au total ) entre avril et septembre 1994 et un régime de flottement

---

<sup>12</sup> Rapport du FMI n°07/61 février 2007, p 3

contrôlé en 1995, soutenu par un marché de change interbancaire et la restructuration des entreprises publiques<sup>13</sup>

### **1.2.2 La relance de la croissance**

Sur la période 1996-2000, la croissance de l'économie algérienne est restée en-deçà de son potentiel, mais avec une moyenne annuelle de 3,3% . Les progrès de l'économie resteront suspendus à l'évolution de la situation politique et sociale : celle-ci demeure marquée par une forte instabilité de l'environnement politique et des problèmes de sécurité qui contribuèrent à détériorer le niveau de vie de la population, à freiner l'initiative privée et la mise en œuvre des réformes économiques.

Entre 1994 et 2000, la performance macroéconomique s'est améliorée. La dette extérieure a diminué de 80% du PIB en 1995 à 46% du PIB en 2000. L'inflation est tombée de 29 à 0,3% . Le déficit budgétaire est passé de -4,4 % du PIB à un excédent de 7,8% . En revanche, le solde budgétaire hors hydrocarbures s'est détérioré, passant de 26 % du PIBHH à -33 % du PIBHH. L'écart entre les taux de change du marché parallèle et ceux du marché officiel s'est réduit d'environ 100%, et la croissance s'est située à un taux de 3,2% . Cependant, la fermeture de plus de 900 entreprises publiques a réduit de 320 000 (environ 40 %) les effectifs du secteur public, entraînant un coût social important. Le chômage s'est aggravé, avec un taux passant de 24% en 1994 à 30% en 2000. Et la masse salariale a baissé de moitié entre 1989 et 2000<sup>14</sup>.

La stabilité économique a été laborieuse, au prix de lourds sacrifices, et s'est accompagnée d'un coût social élevé. La croissance est restée anémique et le chômage s'est accentué. Dans le contexte d'urgence qui prévalait en 2001, les pressions sociales et politiques ont conduit à la mise en place du premier programme d'investissement public.

### **1.2.3 L'accélération de la croissance**

Le pays a atteint en 2002 un nouveau pallié de croissance qui, en restant lié aux performances du secteur des hydrocarbures, résulte des efforts de réforme déployés par le gouvernement . Des réformes ont été introduites dans des domaines variés comme la concurrence, la libéralisation du commerce extérieur et des paiements, la fiscalité, le secteur financier, la gestion des entreprises publiques ou la privatisation. Même si elles demeurent insuffisantes en termes de rythme et de niveau d'avancement, elles illustrent la volonté des autorités d'améliorer l'environnement des affaires et la réactivité du secteur privé.

Pendant la période 2001 à 2005, l'économie a pris son envol. Les taux de croissance se situaient en moyenne à 5%. Les taux d'inflation moyens sont restés en dessous de 3%. La manne pétrolière a aidé d'autres secteurs à atteindre des taux de croissance élevés. C'est le cas des secteurs de la construction, des télécommunications et des services. Le PIB par habitant était au-dessus de 3%, ce qui aurait dû contribuer à réduire les taux de pauvreté.

Suite au relèvement des prix du pétrole, les autorités ont lancé en 2001 un programme de relance économique suivi, en 2004, d'un programme de raffermissement de la croissance grâce auxquels le taux de croissance s'est encore redressé. À partir de 2002, la croissance du

---

<sup>13</sup> Koranchelian 2005.

<sup>14</sup> Rapport de la Banque mondiale 2003b.

PIBHH réel s'est accélérée pour atteindre un taux moyen annuel de 5,5%. S'agissant de l'offre, la croissance a été particulièrement forte dans les secteurs de l'agriculture, de la construction, des travaux publics et des services non gouvernementaux. Côté demande, la croissance du PIBHH a été stimulée par l'absorption intérieure, les exportations de produits hors hydrocarbures représentant moins de 2% du PIBHH.

### **1.2.3.1 Le programme spécial de relance économique (PSRE)**

En 2001, le gouvernement a mis en place le programme triennal de soutien à la relance de l'économie afin d'impulser une dynamique de croissance à l'économie dont les moindres performances, conjuguées à la situation socio - politique détériorée, ont débouché sur la création d'un cercle vicieux ne faisant qu'aggraver la détérioration du niveau de vie de la population. Le PSRE visait trois principaux objectifs : réduction de la pauvreté, création d'emplois, préservation des équilibres régionaux et redynamisation des espaces ruraux<sup>15</sup>. Le PSRE avait pour objet de créer 850.000 emplois au cours de la période 2001 - 2004 et de relancer la croissance à un rythme annuel de 5 à 6%.

Le PSRE était doté d'un montant de 525 milliards de dinars (équivalent à 7 milliards de dollars) répartis sur cinq volets : 45 milliards de dinars pour l'appui aux réformes, 65.3 milliards de dinars destinés à l'agriculture et à la pêche, 114 milliards de dinars à l'appui au développement local, 210.5 milliards de dinars consacrés aux grands travaux d'infrastructures et 90.2 milliards de dinars alloués au développement des ressources humaines. Ce programme a entraîné une progression des importations, et a contribué à une accélération de la croissance économique et à une baisse du chômage de près de 4 points pour se situer à 23,7%, alors qu'il avoisinait les 28% au début des années 2000.

Dans le domaine des routes, les initiatives ont concerné la réalisation de grands ouvrages tels que la route côtière, l'autoroute Est-Ouest, la rocade des hauts plateaux, les pénétrantes Nord-Sud et la route trans-saharienne, la mise en service de routes nouvelles ou restaurées permettant le désenclavement de 700 000 habitants et l'amélioration de la circulation dans les grands centres urbains. Dans le domaine des infrastructures aéroportuaires, le nouvel aéroport Houari Boumediene et les aéroports de Tighadouine, Béchar et Constantine sont en cours d'achèvement, ainsi que les travaux engagés dans la région des hauts plateaux et du sud du pays.

Un intérêt particulier a été porté au développement de l'infrastructure portuaire par laquelle transitent 90% des échanges avec l'extérieur, en vue d'accélérer la restructuration de la CNAN (Compagnie de navigation nationale), de moderniser et accroître la capacité des ports, particulièrement celui d'Alger. Le PSCE prévoit aussi la construction de deux lignes de trains à grande vitesse, et la mise en service du métro d'Alger.

### **1.2.3.2 Evaluation du programme spécial de relance économique**

En 2004 la Banque Mondiale a fourni une évaluation à mi-parcours du PSRE avec les conclusions suivantes: le PSRE aura un impact modeste sur la croissance ( un accroissement de 1 % en moyenne par an ). Les emplois créés dans le cadre des projets PSRE seront temporaires, avec un effet de 850 000 emplois ( 170 000 emplois directs et 664 000 emplois indirects ). Les importations ( particulièrement celles liées aux secteurs du transport et des travaux publics) augmenteront plus rapidement que les exportations, réduisant ainsi

---

<sup>15</sup> Rapport de la Banque mondiale 2004 d

l'excédent du compte courant à 1% du PIB pendant la période 2001 – 2005. Les projets font moindre référence à l'atteinte des objectifs stratégiques sectoriels. Leur qualité est inégale, et la préparation technique du personnel d'exécution demeure insuffisante.

La part des insuffisances du PSRE découle de l'urgence qui a accompagné le lancement des projets, de la variété de demandes auxquelles les projets sont supposés répondre et de la multiplicité des acteurs. Une analyse des coûts montrerait que les projets sélectionnés dans le cadre du PSRE étaient extrêmement coûteux.

### **1.2.3.3 Le cadre économique 2005/2009**

L'espace budgétaire créé par l'avènement d'une manne pétrolière prolongée a permis au pays d'entreprendre un important programme d'investissement public pour la période 2005-2009. La croissance économique sera soutenue au cours de cette période<sup>16</sup>. Le PIB progressera en moyenne annuelle de 5,3% en volume durant la période considérée. Une croissance supérieure est possible mais elle dépendrait des réformes qui seront menées pour capter une part plus importante de la demande fuyant vers l'importation, en l'absence d'une offre locale suffisante et compétitive dans l'ensemble des branches de l'activité économique, particulièrement dans l'industrie et les services modernes.

L'amélioration du pouvoir d'achat passera par une croissance soutenue hors hydrocarbures couplée avec une politique salariale soutenant les segments utiles pour plus de production et de productivité dans le cadre des nouvelles mutations mondiales, et non rentiers, conciliant efficacité économique et équité avec plus de cohésion sociale, si l'on veut combattre efficacement le chômage et la pauvreté.

Le gouvernement reconnaît les faiblesses structurelles de l'économie reflétée par des taux de croissance inférieurs en 2006 - 2007 par rapport à 2004 - 2005 déjà faibles en termes réels, le faible niveau des exportations hors hydrocarbures (2% en 2006 - 2007, une production d'hydrocarbures de 40% du PIB et représentant 70% des recettes fiscales), un différentiel entre le taux d'épargne public et le taux d'investissement (environ 30% du PIB). Les dysfonctionnements de la réforme globale, expliquent la stagnation (croissance faible combinée avec un retour de l'inflation en 2007 - 2008).

### **1.2.3.4 Le programme complémentaire de soutien à la croissance (PCSC)**

Plus ambitieux que le PSRE, au plan de la consistance physique et de la dimension financière, le PCSC, de durée quinquennale, sera exécuté sur la période 2005-2009. Comparativement, la consistance financière du PCSC représente 2,1 fois celle du programme d'équipement global 2001 – 2004. Ce programme intègre un financement de près de 500 milliards de DA sous forme de prêts du Trésor, à long terme à des conditions favorables, dont 405 milliards de DA au profit des secteurs des transports et des travaux publics, pour le

---

<sup>16</sup> Les projections du cadre économique pour la période 2005-2009 ont été faites sur la base des hypothèses suivantes: un prix du baril de 19 US\$ pour toute la période 2005-2009; un taux de croissance annuel des importations de 5%; un taux d'inflation de 3%, cohérent avec la politique budgétaire préconisée pour la période; un taux de change de 76 DA/US\$ pour la période 2005-2009 et une progression des exportations de 6,2% par an pendant la période.

financement partiel de l'axe autoroutier Est - Ouest et pour l'acquisition d'équipement ferroviaire et d'équipements du métro d'Alger.

Les objectifs de ce programme sont principalement : le rééquilibrage territorial à travers le développement et la modernisation du réseau routier et ferroviaire ; l'amélioration des conditions de vie en matière d'habitat et d'accès aux soins, la prise en charge de besoins croissants en matière d'éducation, d'enseignement supérieur et de formation, le desserrement de la contrainte en matière de ressources en eau, et enfin le développement et la modernisation du service public. La bonne conduite de ces objectifs exige l'amélioration de l'efficacité de la dépense publique, son aspect qualitatif devant être aussi important que son aspect quantitatif.

### ➤ Consistance physique du PCSC

Avec l'incorporation du précédent portefeuille de programmes, des budgets supplémentaires, et l'adjonction de nouveaux programmes pour les régions du Sud et des Hauts Plateaux, l'enveloppe initiale affectée au PCSC qui s'élevait à 4 203 milliards DA (soit environ 55 milliards de dollars) a plus que doublé, passant à 8 705 milliards (environ 114 milliards de dollars). Au total, le programme d'investissements publics se chiffre à 74 milliards de dollars EU (72 % du PIB de 2005). L'envergure du PCSC est sans précédent, et s'explique par la manne pétrolière.

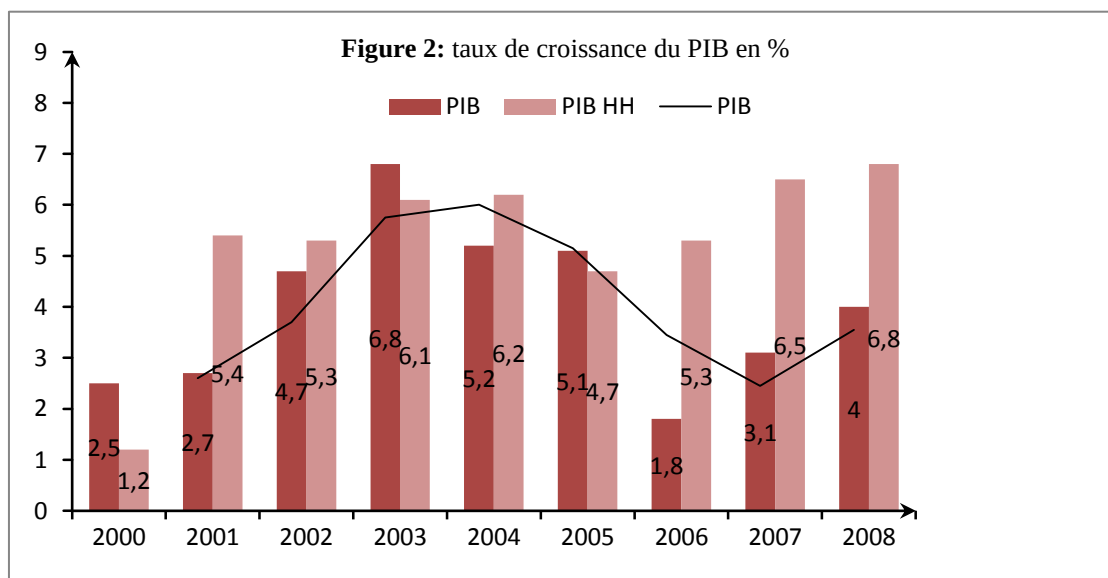
Le PCSC prévoyait au départ des dépenses d'équipement de 4202,75 milliards de dinars échelonnées sur la période 2005 – 2009 ; 40% de ces dépenses portant sur le développement des infrastructures socio-éducatives ( logements, éducation, santé, développement régional ), 40,5% concernant les infrastructures de base ( transports, travaux publics, secteur de l'eau ) et près de 8% consacrés au soutien à l'agriculture. L'action budgétaire entend entretenir la croissance économique, en dotant le pays d'infrastructures afin d'améliorer le climat des affaires et d'inciter le secteur privé à s'impliquer davantage dans la relance de la croissance.

#### 1.2.4 L'évolution du taux de croissance

La croissance du Produit Intérieur Brut est passée de 2,5% en 2001 à 2,7% en 2002. La croissance du PIB réel s'est nettement rétablie après le ralentissement observé en 2000. D'une croissance économique de 1,2%, le taux est passé à 5,4% en 2001. En 2002, le PIB a connu une croissance de 4,7%, soit un dépassement de 2 point par rapport à l'année 2001. Le PIB hors secteur des hydrocarbures a connu une croissance réelle de 5,3%. En 2003, la croissance s'est accélérée pour atteindre 6,8%, dépassant ainsi de 1.8 point de pourcentage le plus haut niveau de croissance des années 90 ( atteint en 1998 ). Le PIB hors hydrocarbures a en effet progressé, en termes réels, de 6,1% en 2003.

En 2004, le Produit Intérieur Brut s'est établi, en valeur courante, à 6 136 milliards de DA, la croissance économique s'est située à 5,2%, suite au ralentissement de la croissance de la production d'hydrocarbures et de la baisse de la production agricole par rapport à 2003 (qui avait été une année marquée par des récoltes exceptionnelles). Le PIB hors hydrocarbures a été de 6,2%. en 2005, la croissance économique a enregistré un taux global de 5,1%, soit 1,7 point de moins qu'en 2003. Cette croissance économique est tirée par les secteurs du BTP (+7,1%), des hydrocarbures (+ 5,8%) et des services (+ 5,6%). Le secteur pétrolier et gazier a généré en 2005 près de 45% du PIB.

L'année 2006 a enregistré une croissance économique de 1,8%, en liaison avec le recul de la production du secteur des hydrocarbures (-2,5% en volume). La baisse de la production d'énergie de cette année là – due à d'importants travaux d'entretien – est en grande partie responsable du ralentissement de la croissance de l'économie algérienne. Hors hydrocarbures, la croissance du PIB se situe à 5,3%, tirée essentiellement par le secteur du BTP (+11,6%), en relation avec la poursuite de l'exécution du PCSC.



Source : Données du FMI

En date du 22 janvier 2008<sup>17</sup>, est annoncé 9374 milliards de DA de PIB pour fin 2007 (le triple par rapport à 1999) dont 4140 pour les hydrocarbures, soit 135 milliards de dollars US. Le taux de croissance économique a été de 3,1% en 2007 et sera de 4% en 2008 et 3,8% en 2009. Ces chiffres mettent en évidence l'extrême dépendance de la croissance vis-à-vis des hydrocarbures en raison de leur poids dans le PIB. Suivant ces prévisions, la croissance restera assez élevée, mais insuffisante pour réduire un chômage important chez les jeunes.

### 1.2.5 Le taux de chômage

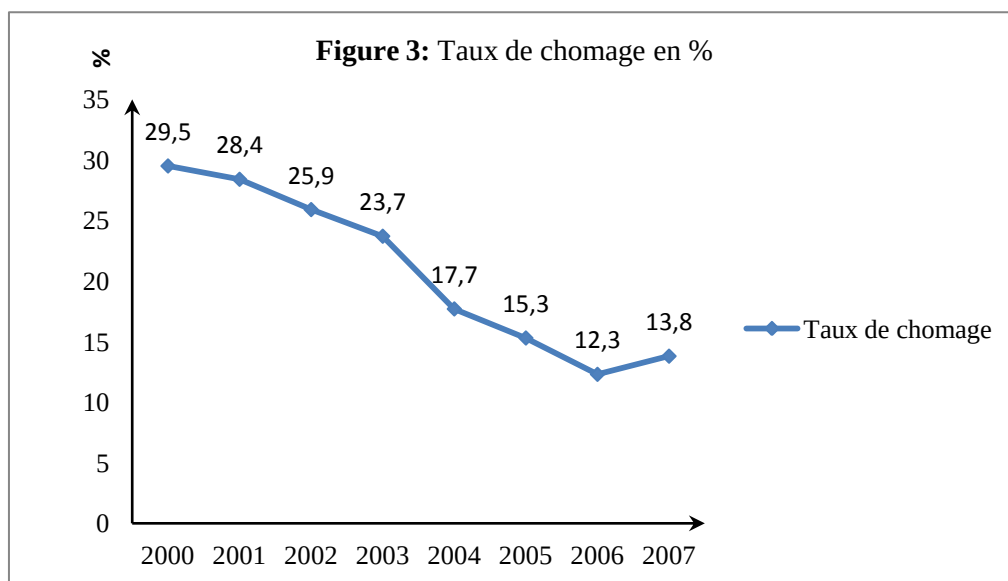
Le taux de chômage en Algérie était plus élevé que la moyenne des pays de la région MENA et que celle des anciens pays en transition entre 1990 et 2004. Bien qu'étant toujours élevé, le taux de chômage a été réduit au cours de la dernière décennie. L'accélération de la croissance dans les années 2000, stimulée par le PSRE, a contribué à la réduction de ce taux. Cependant ses résultats pourraient ne pas se pérenniser à plus long terme. La croissance annuelle moyenne de l'emploi a surtout augmenté dans les secteurs de l'agriculture et du bâtiment/travaux publics, qui comptent parmi ceux qui ont le plus bénéficié de l'investissement public.

Selon les données officielles, le taux de chômage est passé de 29% en 2000 à 28,4% en 2001. Le taux de chômage est passé de 25,9% en 2002 à 23,7% en 2003. En 2005 ce taux a diminué à 15,3% contre 17,7% en 2004. Cette baisse s'explique davantage par une augmentation du travail à domicile que par une augmentation du nombre d'emplois. En 2006, le taux de chômage a reculé de 3 points par rapport à 2005, atteignant un taux de 12,3%. Les

<sup>17</sup> Selon le dernier rapport de la Banque mondiale de 2008.



chiffres communiqués par l'ONS indiquent que le taux de chômage a augmenté de 1.5% pour atteindre 13,8% pour l'année 2007. Grâce à la réalisation de grandes infrastructures, le gouvernement s'est donné pour objectif de faire passer le taux de chômage en dessous de la barre des 10% cent en 2009.



Source : ONS

#### 1.2.5.1 Baisse du chômage impossible en croissance faible

Après la stabilisation politique de 1999 - 2004, la nouvelle politique de l'emploi du gouvernement entre 2004 - 2009 devait viser à consolider les efforts pour un taux de croissance soutenu hors hydrocarbures afin de réduire le chômage. Sur le plan économique, le constat est que le premier plan de soutien à la relance économique 1999 - 2004 de plus de 70 milliards de dollars US, et le second 2004 - 2009 doté d'une enveloppe de plus de 180 milliards de dollars US n'ont pas réussi à inverser les tendances profondes de la crise économique que connaît le pays depuis deux décennies, où l'on assiste à un renforcement de la dynamique rentière.

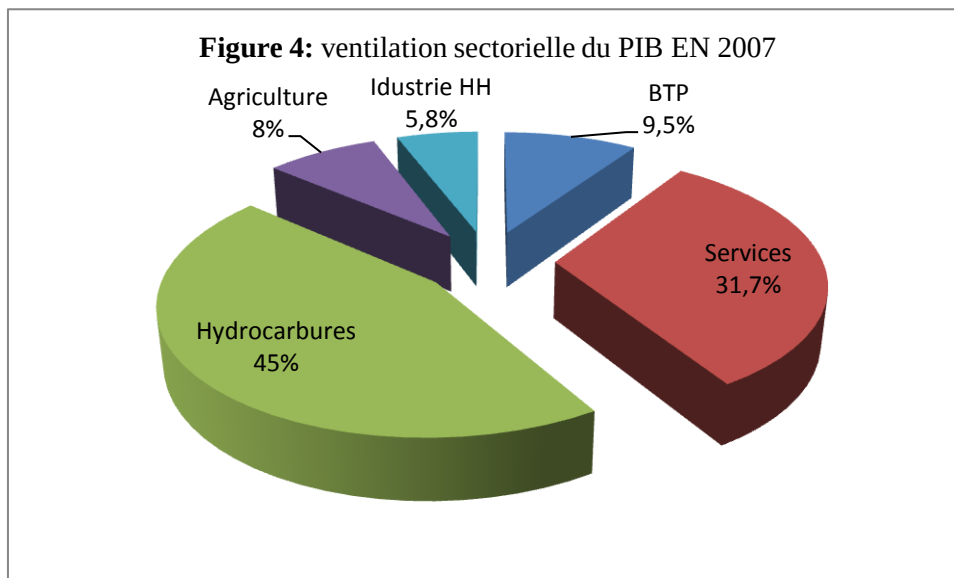
D'une manière générale et concernant ce problème complexe, la propension de l'administration du pays, à présenter des chiffres attestant de l'amélioration nette et constante du niveau de vie des algériens, et de la baisse du taux de chômage, est contredite par la réalité. La définition du chômage est souvent ambiguë. Dans la plupart des pays du Tiers-Monde, l'importance de la sphère informelle joue le rôle de soupape de sécurité tant par l'importance de l'emploi que par des mécanismes de redistribution de revenus, et du fait qu'elle entretient des rapports avec la bureaucratie.

Le taux de chômage officiel contredit les lois élémentaires de l'économie (le taux d'emploi est fonction du taux de croissance) et le rapport du FMI de 2007 donne un taux de chômage de 20%, et indique une dualité croissante entre les emplois permanents en décroissance et les emplois temporaires en croissance. Le chômage frappe les personnes mal formées, mais également les diplômés de l'enseignement supérieur, ce qui démontre un ralentissement de l'activité économique et l'inadaptation de l'appareil économique aux nouvelles mutations internationales. Dans le contexte du taux de chômage élevé, la diversification de l'économie algérienne est devenue une nécessité.

### 1.3 Contribution des secteurs de l'économie à la croissance

On présente souvent l'Algérie comme un pays pétrolier. Les hydrocarbures y tiennent une place centrale. Il s'agit de pétrole et de gaz naturel, mais également de produits présentant une valeur ajoutée, sur les plans industriel et commercial (GPL, hydrocarbures gazeux, produits raffinés...). Les services représentent le deuxième poste de production intérieure brute, le commerce en constituant plus de la moitié.

Dans le secteur des hydrocarbures, ouvert à la compétition, les investissements sont très significatifs. Le secteur du BTP enregistre sur la période 2002-2006 des taux de croissance record et ce en relation avec les actions de mise en œuvre du PSRE et du PCSC. 67% de la production du secteur BTP sont déterminés par le budget de l'État. Le quatrième poste est le secteur agricole, qui profite de la libéralisation. Il existe encore aujourd'hui des espaces disponibles qui permettent de produire davantage, tant pour le marché algérien que pour les marchés européens. Et enfin, le service de l'industrie participe le moins à la croissance globale.



Source : Estimations des auteurs sur la base des données des autorités algérienne.

#### 1.3.1 Le secteur des hydrocarbures

La part des hydrocarbures dans le PIB à prix courants est passée de 40% en 2000 à 35,5% en 2001. Cela est due principalement à la baisse du prix du baril du pétrole qui a été en moyenne, sur 2001, de 24,8 dollars contre 28,5 dollars en 2000. L'évolution de la valeur ajoutée de l'année 2002 indique un redressement avec une croissance d'environ 3,7%, après une baisse de 1,6% en 2001. Les quantités produites en 2002 ont été en légère progression pour le brut, stables pour les hydrocarbures gazeux et en baisse pour les produits raffinés et le condensât.

Le secteur des hydrocarbures a consolidé en 2003 sa position prépondérante dans l'économie. Avec une croissance réelle de 8,8%, ce secteur a enregistré sa plus forte progression des dix dernières années, grâce à l'entrée en production de nouveaux gisements. Les progressions des branches de pétrole brut et de liquéfaction du gaz naturel ont été,

respectivement, de 33% et de 5,3%, dans un contexte de bonne tenue des prix sur le marché international de l'énergie. Cette évolution a permis de porter à 2,2 points de pourcentage, la contribution du secteur à la croissance en 2003, contre 1,1 point seulement en 2002.

La part des hydrocarbures dans le PIB a encore augmenté en 2005 en s'établissant à 43,1 % contre 25% en 2004. La croissance globale du secteur a été de 5,8% en 2005, pour une croissance du PIB de 5,1%. La production de pétrole brut a enregistré une croissance d'environ 5,4%, due essentiellement à l'augmentation de la production des associés de la Sonatrach. En 2006, la production pétrolière a affiché une légère baisse, en raison de problèmes techniques; et la part des hydrocarbures dans le PIB a été de 44%. En 2007 Le secteur pétrolier représentait 45% du PIB<sup>18</sup>.

### **1.3.2 Le secteur des services**

Le secteur des services a enregistré un taux de croissance stable en 2001, soit 3.8% contre 3.1% en 2000. Sa part dans le PIB a connu en 2001 une légère croissance, soit 21.8% contre 20.5% en 2000. La branche la plus importante de ce secteur, les transports, souffrait d'une situation de marasme. Le plan de soutien à la relance économique prévoyait un vaste plan d'action pour la modernisation de ce secteur à travers le développement de partenariats, la gestion par concession, et un important plan d'investissement.

Les services ont connu en 2002 une croissance élevée de 5,4% et ont atteint 7,3% en 2004. Cette croissance a été tirée par le développement des activités des transports, induit par l'expansion du commerce et de la distribution, résultat de l'augmentation des importations de marchandises.

En repli relatif, avec 34% du PIB en 2005 contre 39% en 2004, le secteur des services a connu une croissance de 5,6%, en diminution de 2 points par rapport à l'année 2004, mais supérieure au taux de croissance global. Le secteur des services contribue de par son poids dans le PIB à 24% de la croissance globale de l'économie et il emploie 53% de la population totale occupée. En 2006 la part des services dans le PIB a été de 29%, et a enregistré une augmentation de 6,9% en volume en 2007 pour atteindre un pourcentage de 31,7 du PIB.

### **1.3.3 Le secteur du bâtiment et travaux publics (BTP)**

Le secteur du bâtiment et travaux publics a représenté 8,5% du PIB en 2001 contre 8,2% en 2000. La croissance du secteur a été de 2% en 2001. La valeur ajoutée du BTP a connu en 2002 sa plus forte croissance (8%) depuis six ans. Cette expansion vigoureuse, a été impulsée et soutenue par les dépenses considérables d'équipement public, dans un contexte budgétaire lié aux augmentations consacrées à l'habitat, aux routes et à l'hydraulique.

Le secteur du bâtiment et travaux publics est resté dynamique en 2003. Sa croissance, de 5,8% pour cent en termes réels, a relativement baissé par rapport à son taux de 8,2% pour cent en 2002. Les autorités imputent ce fléchissement au nombre insuffisant d'entreprises de taille appropriée et disposant des compétences requises. Ce qui a empêché le BTP de profiter pleinement des programmes d'investissement mis en œuvre, tels que ceux de la reconstruction des infrastructures détruites par le séisme, la poursuite de la réalisation des

---

<sup>18</sup> Selon le dernier rapport de la Banque mondiale de 2008.

programmes d'infrastructures et de logements (décidés dans le cadre du PSRE) et l'extension des travaux publics pétroliers.

En 2004, le secteur du BTP a contribué au PIB à hauteur de 7,5%. Il bénéficie d'une attention particulière des pouvoirs publics du au déficit en logements et en infrastructures de base. Le secteur conserve ces dernières années une croissance importante. Elle a été de 7,9 % en 2005, soit 0,4 point de plus qu'en 2004, et de 10% en 2006. En 2007, les résultats donnent une contribution supplémentaire du BTP de +9,5% en termes réels.

#### **1.3.4 Le secteur de l'agriculture**

En 2001, la part de l'agriculture dans la production totale a été de 9,2% du PIB contre 8% en 2000. Le secteur a enregistré une croissance de 13,2% en 2001 alors qu'il était en décroissance de 4,3% en 2000. Cette performance est due à de bonnes conditions climatiques et également aux premiers effets du Plan national de développement de l'agriculture (PNDA) mis en œuvre en 2000.

La croissance du secteur agricole a régressé de 1,3% en 2002 du fait d'une pluviométrie insuffisante sur la production céréalière (-24 pour cent). La chute de la production céréalière a été partiellement compensée par le bon comportement de la production animale qui a continué à progresser (5%).

A la faveur d'une pluviométrie suffisante, la campagne agricole a enregistré en 2003 des résultats remarquables, avec une progression du secteur en termes réels de 19.7%. Cette évolution s'explique par la politique sectorielle et la bonne gestion financière des terres agricoles publiques. Le secteur agricole a représenté près de 10% du PIB et sa contribution à la croissance globale s'est améliorée puisqu'elle est passée de -0.1 point de croissance en 2002 à 1.8% en 2003.

Le poids de l'agriculture dans le PIB enregistre un nouveau recul en 2005. Il était de 7,7% contre 8,3% en 2004. La faible croissance du secteur est très influencée par les aléas climatiques. L'agriculture a enregistré une croissance de 1,9% contre 3,1% en 2004. En 2006, l'agriculture contribue à 9% du PIB et emploie 25% de la population active. En 2007 les résultats exposés devant le conseil de gouvernement donnent une contribution du secteur de l'agriculture de 8% du PIB.

#### **1.3.5 Le secteur de l'industrie**

Hors hydrocarbures, la part de l'industrie dans le PIB a été de 7,2% en 2001 contre 7,0% en 2000. La croissance du secteur, faible en 2001, 0,9% par rapport à l'année 2000, a été le fait du secteur privé qui a enregistré une croissance de 4,5%, tandis que le secteur public affichait une baisse de 0,7%. Après une période de baisse, l'industrie manufacturière connaît à nouveau un regain d'activité avec 2% de croissance de sa valeur ajoutée en 2001 et 2.9% en 2002. Ces résultats témoignent d'un dynamisme du secteur privé, de nature à inciter l'administration du pays à s'engager plus nettement dans l'ajustement structurel de l'économie en faveur d'un rééquilibrage des rôles entre les secteurs public et privé dans la stratégie de développement.

Hors hydrocarbures et BTP, la croissance du secteur industriel algérien a connu en 2003 un ralentissement de son rythme de 1,7 point de pourcentage pour se situer à 1,2%,

reflétant les problèmes structurels de l'industrie manufacturière. Grâce au privé, le secteur industriel hors hydrocarbures et BTP a enregistré en 2004 une progression de l'ordre de 3,2% et une contribution à la croissance globale de 0,2%.

L'industrie hors hydrocarbures clôture l'année 2005 avec une croissance en hausse : 2,5%, contre 1,9% en 2004. Le secteur public a connu un taux de croissance de 3,4% contre 1,7% pour le privé. L'activité des industries manufacturières continue à stagner avec une croissance de 0,2% en 2005. Dans ce secteur, les performances de croissance du secteur privé (2,3%) sont supérieures à celles du secteur public, dont l'activité a baissé (moins 4,5%). En 2006 la valeur ajoutée de l'industrie dans le PIB ne représente que 5,3%, hors hydrocarbures. Le secteur représente 5,8% du PIBHH en 2007.

Le secteur des hydrocarbures est donc le plus grand pourvoyeur de richesses du pays. Il détient la plus grosse part dans le développement (25%) tandis que d'autres secteurs - industrie et agriculture - évoluent de façon épisodique. La croissance économique en dehors du secteur pétrolier et gazier reste tributaire de la production et des prix de l'énergie. Une importante partie des revenus issus du secteur énergétique est utilisée pour le financement d'investissements publics dans des projets non énergétiques.

#### **1.4 L'investissement public**

Le budget d'investissement du gouvernement est assez important. Il représentait environ 10% du PIB pour la période 2000 - 2004, à comparer avec le taux de 7,3 % du PIB pour le Maroc durant la période 2000 - 2004 et de 7,5% pour la Tunisie pour 2001 - 2003<sup>19</sup>. Ce niveau est élevé au monde lorsqu'on le compare à la moyenne de moins de 4% du PIB dans les pays de l'OCDE, moins de 5% du PIB en Amérique latine, et moins de 8% du PIB dans les pays asiatiques.

Pendant la période quinquennale de 2005 à 2009, les dépenses ont augmenté. Les investissements en 2005 ont atteint 1200 milliards de dinars soit 16 milliards de dollars. Les dépenses publiques d'investissement devaient augmenter, dans un premier temps, de 16,5 % du PIB hors pétrole en 2004 à 30,3% en 2006, et à plus de 30% en 2007 pour tomber par la suite à 15,5 % en 2009 (niveau inférieur à celui de 2001 - 2003). Compte tenu d'une capacité d'absorption limitée, la concentration des investissements en début de période pourrait compromettre la qualité des dépenses et accroître l'inflation.

En tant qu'investisseur principal, l'Etat a injecté 730 milliards de dinars dans le domaine des infrastructures et socioculturels, le programme d'investissement se focalisant sur la construction des bâtiments publics indispensables, la valorisation des ressources humaines, l'amélioration du service publique, le soutien à l'activité économique et la construction de logements.

##### **1.4.1 Les infrastructures**

En matière de patrimoine d'infrastructures, l'Algérie soutient la comparaison avec les autres pays de la région. Certains goulets d'étranglement freinent cependant les mesures prises dans le secteur pour faire face aux besoins économiques et sociaux. D'importants investissements ont été consentis pour construire des infrastructures de transport, reflétées par

---

<sup>19</sup> Rapport du FMI 2004c, 2005a.

des indicateurs positifs de densité du réseau. Le pays compte 107 000 km de routes ( 72 % sont revêtues) ; 4940 km de voies ferrées ; 10 ports commerciaux le long de la côte ; 11 aéroports internationaux et 22 aéroports nationaux. A moins d'1 million d'unités de trafic par km, les chemins de fer ne sont pas utilisés à leur pleine capacité. De nombreux aéroports connaissent la même situation : 3/4 d'entre eux enregistrent moins de 10 mouvements d'avions par jour.

Les partenariats publics-privés (PPP) peuvent s'avérer utiles pour gérer l'investissement et les dépenses d'exploitation dans les projets d'infrastructure. Divers modèles de PPP sont possibles et plusieurs sont actuellement mis en œuvre dans le secteur de l'eau et du transport ( un contrat de gestion aéroportuaire, ou une concession pour les ports...). Il manque cependant un cadre réglementaire commun. La coordination fait défaut entre les administrations de supervision. Le risque est d'avoir des modèles incompatibles. Les ressources humaines pour assurer les opérations d'évaluation sont limitées, et la capacité de suivi est insuffisante.

#### **1.4.2 Les transports et travaux publics**

Le secteur des transports et travaux publics a souffert de la crise sécuritaire de la décennie 1990. L'Algérie a connu une grave crise de violence et de terrorisme liés aux mouvements politiques extrémistes. Cette crise sécuritaire a eu un impact important sur le secteur des transports, sur le choix des modes, l'impossibilité d'installer des chantiers d'entretien routier, ou par les dégâts directs causés aux infrastructures, notamment dans le secteur ferroviaire.

Certains goulets d'étranglement perdurent ; comme l'encombrement chronique de la route reliant les grandes villes du Nord. L'autoroute est-ouest d'une longueur de 1 260 km permettra de régler ce problème. La croissance démographique et l'urbanisation pèsent lourdement sur les infrastructures de transport en zones urbaines, notamment à Alger où la construction du premier métro a été lancée en 1982 pour finir récemment.

Les tentatives d'exécution au-delà d'une capacité d'absorption raisonnable aboutiront à des gaspillages de ressources, comme cela s'est vu par le passé avec les problèmes d'exécution des grands projets. La réalisation d'investissements publics comporte des défis majeurs. Des ressources peuvent être déviés vers des objectifs différents, ou mal dépensés, et ne pas faire leur contribution prévue à la croissance.

#### **1.4.3 L'impact de l'investissement public**

L'impact de l'investissement public sur l'économie dépend de son efficacité. Dans une perspective keynésienne, toute augmentation de la demande agrégée (qu'il s'agisse de la consommation, des exportations, ou de l'investissement) peut donner lieu à une augmentation du PIB réel, qui se poursuivra aussi longtemps que l'investissement augmente. Tout investissement influence positivement le PIB potentiel ; mais son impact en tant que source de croissance réelle dépend de son efficacité. Un investissement de qualité demande des solutions à faible ratio coûts-avantages. D'importantes ressources d'investissement peuvent être mal affectées et gaspillées plutôt qu'orientées dans la voie d'une croissance durable.

Dans les secteurs de l'eau, des chemins de fer, et aéroportuaire, les ressources ont été mal affectées, et les projets d'investissement trop grands. Le surinvestissement constitue une pression supplémentaire sur les dépenses de fonctionnement ainsi que sur la capacité à maintenir les immobilisations. Les investissements publics, appréhendés à travers les allocations de ressources, se maintiennent aux mêmes niveaux que ceux des deux années antérieures à 2008. Ces niveaux devaient assurer la couverture financière des projets et permettre une bonne conduite des programmes d'investissement publics. Il convient d'accélérer le rythme de consommation des crédits pour répondre à la demande sociale, tout en préservant l'efficacité de la dépense publique.

Les hydrocarbures continuent à peser d'un grand poids sur la croissance économique et la macro-économie. Cette influence s'exerce par deux canaux : la croissance spécifique du secteur des hydrocarbures, compte tenu de leur poids dans le PIB. Et la fiscalité des hydrocarbures (plus de 75% des recettes budgétaire en 2006) qui permet de financer les grands programmes publics générateurs de croissance dans les services, le BTP et la construction. Le pays enregistrait un taux de croissance compris entre 3 et 5%; les pays producteurs de pétrole, ayant une structure économique proche, réalisaient un taux de croissance moyen de 7%. Cet indicateur explique le retard de l'économie algérienne et montre que la politique et les approches suivies ne sont pas performantes et font subir au pays des dépenses importantes pour des résultats insuffisants.

En matière de lutte contre le chômage, l'Algérie enregistre un taux de chômage officiel situé entre 12 et 15%, soit 7 points de plus que le taux moyen atteint par les pays MENA (pays du Moyen-Orient et de l'Afrique du Nord)<sup>20</sup>. Ces pays ont réduit le taux de chômage à moins de 7%. Le chômage touche particulièrement les diplômés universitaires. Dans un domaine aussi sensible, on utilise plusieurs approches aussi coûteuses que peu efficaces les unes que les autres, et qui pourraient à moyen terme être nuisibles aux jeunes et à l'économie.

Le système algérien des investissements publics comporte donc plusieurs lacunes. En premier, les coûts des projets sont importants. Deuxièmement, la préparation technique du personnel d'exécution et la qualité des projets sont inégales, les projets contribuant ainsi faiblement à l'atteinte des objectifs stratégiques sectoriels. Troisièmement, de nombreuses faiblesses trouvent leur origine dans l'urgence qui accompagne la préparation de projet de grande échelle, la diversité de demandes spécifiques auxquelles les projets sont supposés répondre et le chevauchement des responsabilités entre les diverses autorités. Les enjeux institutionnels et de gouvernance contribuent aussi à limiter la réussite.

Les services du FMI ont insisté sur la nécessité de gérer judicieusement les ressources hydrocarbures pour maintenir la stabilité macroéconomique et renforcer la compétitivité de l'économie hors secteur des hydrocarbures. Ils ont recommandé d'inscrire la politique budgétaire dans un horizon de plus long terme. Il sera nécessaire aussi de bien coordonner les politiques budgétaire et monétaire, et de continuer à utiliser de manière transparente les recettes du secteur des hydrocarbures.

---

<sup>20</sup> Rapport publié par le FMI « Pourquoi le chômage en Algérie est plus élevé que dans les pays MENA ?... » septembre 2007.

## **Section 2 : La politique budgétaire**

La politique budgétaire constitue un levier important de la politique de l'Etat reflétant les arbitrages du gouvernement concernant l'utilisation des revenus des hydrocarbures. Elle doit soutenir la croissance économique, satisfaire une demande sociale croissante et préserver la stabilité du cadre macro-économique

La politique budgétaire de l'Etat s'est consolidée, les cours du pétrole et les recettes des hydrocarbures se situant à des niveaux élevés. Les autorités ont mis à profit l'espace budgétaire élargi pour mettre en pratique une stratégie robuste de gestion de la dette, couplée avec une expansion sélective de l'investissement public dans les secteurs clés des infrastructures de base et des équipements sociaux.

Tant que les prix de l'énergie resteront élevés, le pays disposera des moyens suffisants pour financer une politique budgétaire expansionniste. Les revenus issus du secteur énergétique ont plus que doublé en quelques années et expliquent pourquoi le budget public peut être clôturé avec un excédent. La hausse des prix de l'énergie a également un effet sur la balance des paiements

### **2.1 Le prix du baril de pétrole brut**

Malgré la persistance de la tendance à la hausse du prix du pétrole, les lois de finances sont établies dans les années 2000 sur la base d'un prix de référence du baril de 19 dollars (exception faite de 2002, avec 22 \$ pour un baril de pétrole brut). L'excédent des recettes dégagées par rapport à ce prix alimente le Fonds de Régulation des Recettes (FRR). Le prix de cadrage à 19 \$ obéit aux préoccupations suivantes :

- prémunir la dépense publique d'éventuels retournements de la conjoncture du marché pétrolier
- contenir la dépense publique dans des limites soutenables, en adéquation avec les capacités d'absorption des financements
- contribuer à contenir l'inflation, à travers le fonds de régulation des recettes, qui a un effet de stabilisation sur la liquidité.

#### **2.1.1 Le fonds de régulation des recettes ( FRR )<sup>21</sup>**

Sa principale mission est de réguler les recettes pétrolières en recevant toutes celles non budgétisées. Ce fonds, qui a été institué par la loi de finances complémentaire pour l'année 2000, retrace en recettes les plus-values résultant d'un niveau de fiscalité pétrolière supérieur aux prévisions de la loi de finances ; ainsi que les avances de la Banque d'Algérie destinées à la gestion active de la dette extérieure ; et toutes autres recettes liées au fonctionnement du fonds. Il retrace en dépenses, la compensation des moins values résultant d'un niveau de fiscalité pétrolière inférieur aux prévisions de la loi de finances ; les sorties de

---

<sup>21</sup> Le Fonds de Régularisation des Recettes est un sous-compte en dinars à faible taux d'intérêt de l'administration centrale auprès de la banque centrale.



fonds sont affectées à l'amortissement de la dette et au financement du déficit hors hydrocarbures restant.

Le FRR a dégagé un solde de 232.4 milliards de dinars (3 milliards de dollars) en 2000 et 123 milliards de dinars (1.57 milliard de dollars) en 2001. Le FRR a reçu 42 milliards de dollars, dont 45% pour la seule année 2005. On a prélevé sur ce fonds 118 milliards de dinars, soit 15.5 milliards de dollars, pour régler le principal de la dette publique.

Sur les 2714 milliards de DA de recettes fiscales pétrolières générées en 2006, plus de 1798 milliards de DA ont été versés au Fonds de régulation des recettes. Le solde du FRR a atteint à fin 2007, 3654 milliards de dinars, soit environ 46 milliards de dollars. Cette situation est très favorable. L'objectif est de sécuriser les programmes de développement à moyen terme. Le fonds vise aussi à protéger l'économie nationale des chocs extérieurs.

## **2.2 Le budget de l'état**

L'Etat est en train de revoir à la baisse son rôle d'opérateur économique, pour se concentrer sur ses missions régaliennes et son rôle de régulation. Son budget est largement alimenté par la fiscalité pétrolière. L'Etat consacre son budget à des dépenses d'équipement et de fonctionnement. La facture de l'Etat est tombée de 8,6 % du PIB en 1999 à 6,5 % du PIB en 2005, un niveau moins élevé que la moyenne des pays de la région MENA qui se situe à 10,5 % du PIB. Elle est proche des niveaux observés dans les économies en transition en l'Europe de l'Est et de l'Asie centrale qui avoisinent les 7 %<sup>22</sup>. Les deux composantes du budget de l'Etat sont : les dépenses budgétaires et les dépenses de fonctionnement.

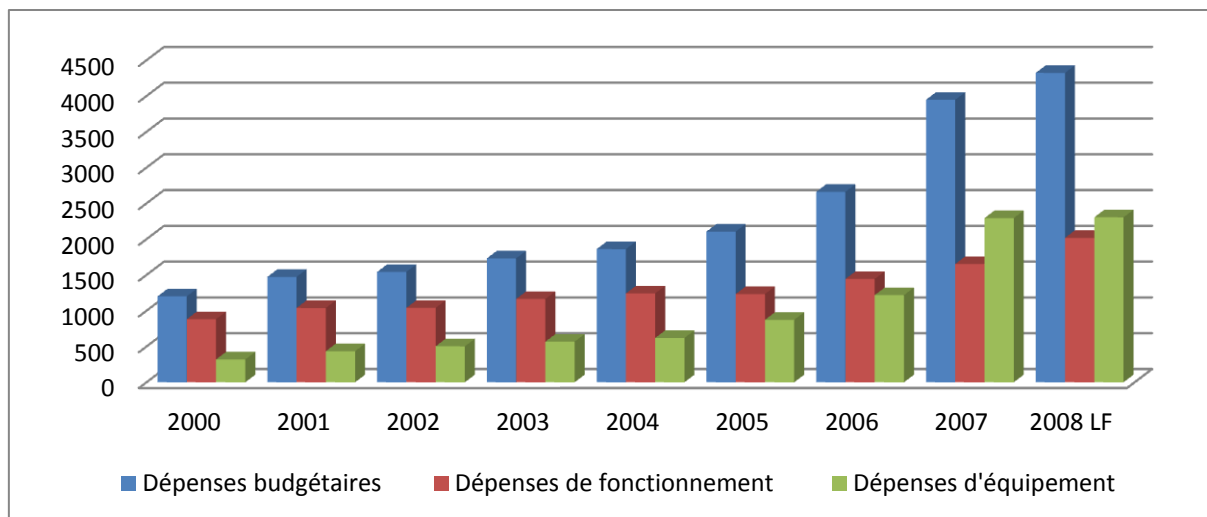
### **2.2.1 Les dépenses budgétaires**

L'expansion des recettes d'hydrocarbures a poussé les autorités à accroître les dépenses publiques depuis 2001. Les dépenses budgétaires ont atteint 1592.7 milliards de dinars (19.9 milliards de dollars), soit 34.8% du PIB en 2002 contre 31.1% en 2001 et 28.8% en 2000. Les dépenses budgétaires se sont établies en 2004 à 1 878 milliards de dinars, en augmentation de 7.1% par rapport à leur niveau de 2003, mais en baisse concernant leur part dans le PIB (de 31.8% en 2004 contre 33.1% en 2003). L'augmentation des dépenses s'est accompagnée d'un rééquilibrage, après la mise en œuvre du PSRE et du PNDA, entre les dépenses courantes et les dépenses d'équipement, en termes de parts dans les dépenses totales.

Les dépenses budgétaires se sont accrues de près de 12% en 2005; leur montant s'élevait à 2105 milliards de dinars. En termes de PIB, les dépenses budgétaires totales ont chuté de près de 3.6 points. En 2006, les dépenses budgétaires présentaient 30% du PIB. Cette expansion budgétaire concernait essentiellement les dépenses en capital, mais aussi les dépenses de fonctionnement. Les lois de finances complémentaire pour 2007 et 2008 ont établi les dépenses budgétaires à 61% et 63% du PIB, atteignant respectivement 3 946,7 et 4322.9 milliards de DA.

---

<sup>22</sup> Rapport de la banque mondiale 2006



Données administration algérienne

### 2.2.1.1 Les dépenses de fonctionnement

Le pays consacre une part relative des dépenses aux salaires, qui constituent un poste important en termes de transferts et trop peu de ressources aux biens et services. Après avoir atteint en moyenne 21% du PIB en 2000 et 2001, les dépenses de fonctionnement ont baissé passant de 24 % du PIB en 2002 à 22% en 2003 et à 20% en 2004. L'année 2005 a enregistré des dépenses de 1232.5 milliards de DA. La diminution des dépenses de fonctionnement traduisait surtout une baisse des paiements d'intérêt avec la diminution de la dette publique de 89,5 % du PIB en 1999 à 28,5 % en 2005.

En 2006, les dépenses de fonctionnement ont connu une hausse de 17,8%. Elles se sont élevées en 2007 à 1 652,7 milliards de dinars, soit une croissance de 13,8%. La loi de finance pour 2008 situe cette croissance à 22% du PIB.

### 2.2.1.2 Les dépenses d'équipement

La part des dépenses d'équipement n'a cessé de s'accroître depuis 2001 pour passer de 8.4% du PIB à 10.2% en 2002 et à 10.8% en 2003. Elle se situe à hauteur de 10.6% en 2004 et reflète le choix de donner plus d'importance à ces dépenses en tant que variable de relance et d'amélioration des conditions de vie de la population. En 2005, première année d'exécution du PCSC, les dépenses d'équipement augmentent et dépasseront en 2006 les dépenses de fonctionnement.

En 2007 Les dépenses de fonctionnement s'établissent ainsi à 1652,7 milliards de DA et devaient atteindre 2018 milliards de DA en 2008. Le PCSC prévoyait en effet sur la période 2005 - 2009 des dépenses d'équipement de 4 202,75 milliards de dinars. Près de 45% de cette enveloppe a été consacré aux dépenses pour le développement des infrastructures socio-éducatives (logements, éducation, santé, développement régional) ; 40,5% sont allées aux infrastructures de base (transports, travaux publics, secteur de l'eau) et près de 8% au soutien à l'agriculture.

La composition des dépenses publiques a une influence sur la croissance. Des investissements en capital plus importants sont associés à une croissance plus forte, tandis que des dépenses courantes moins importantes sont associées à des conditions économiques plus favorables. Un rapport-pays du FMI constate que les dépenses d'investissement entraînent

une augmentation du PIB réel hors hydrocarbures, tandis que ce n'est guère le cas pour les dépenses de fonctionnement<sup>23</sup>.

### **2.2.2 Les recettes budgétaires**

Les recettes hors Fonds de régulation sont passées de 1463 milliard de dinars en 2001 à 1602,3 milliards de dinars ( 20,1 milliards de dollars ) en 2002 représentant 36% du PIB, contre 35% en 2001 et 38,5% en 2000. Cette augmentation s'explique par un accroissement des recettes hors hydrocarbures en relation avec l'évolution de la fiscalité liée au commerce extérieur. On note une stabilité de la fiscalité pétrolière (le prix moyen du baril de pétrole est passé de 24,8 dollars en 2001 à 25,2 dollars en 2002). En 2003, les recettes budgétaires ont atteint 1520,5 milliards de dinars, représentant ainsi 29% du PIB.

Les recettes budgétaires ont légèrement progressé, passant de 1 520,5 milliards de DA en 2004 à 1 528 milliards de DA en 2005, soit une variation de 1%. Cette progression ( près de 7.5 milliards de DA ) , provient principalement de l'augmentation du produit de la fiscalité pétrolière (+34,0 milliards de DA par rapport à 2004), augmentation atténuée par le manque à gagner en produits des droits et taxes douaniers, en relation avec l'entrée en vigueur de l'Accord d'Association avec l'Union Européenne en septembre 2005 (-8,4 milliards de DA).

En 2006, les recettes budgétaires se sont établies à 1 683,3 milliards de DA, soit une augmentation de 53,54 milliards de DA par rapport à 2005 ( soit + 3,2 % ). Le cadrage macroéconomique des recettes budgétaires donnait une progression de 5,1% par rapport à 2007, passant de 1831,3 milliards de DA à 1924,0 milliards de DA en 2008, soit respectivement, 38,3 et 36,7% du PIB. Cette variation est imputable aux produits de la fiscalité ordinaire ( hors produit de la fiscalité pétrolière ).

#### **2.2.2.1 La fiscalité ordinaire**

En 2001 les recettes fiscales se sont établies à 398 milliard de dinars présentant 9,4% du PIB. Elles sont passées en 2002 à 483 milliards de dinars (soit une augmentation de 21,3%) et en 2003 à 520,9 milliard de dinars. En 2004 ces recettes ont progressé de 2,1%. Cette légère progression est imputable au comportement différencié des composantes du produit de la fiscalité. En 2005 les recettes fiscales ont atteint la somme de 585,3 milliard de dinars et elles présentaient 7,4% du PIB en 2006.

La progression constatée en 2006 est imputable aux produits de l'IRG, autres que sur les salaires, et de l'IBS, en relation avec l'amélioration constatée en 2006 dans les recouvrements du produit de ces deux impôts. La réforme fiscale, à travers l'opérationnalité de la Direction des Grandes Entreprises (DGE) et la nouvelle procédure des recouvrements améliorant la capacité de collecte de l'impôt par l'administration fiscale. Pour 2007 et 2008 les recettes fiscales devaient se situées respectivement à 704,8 et 754,8 milliards de dinars. Les principales composantes des produits de la fiscalité ordinaire, à l'origine de l'accroissement des recettes budgétaires projetées sont :

---

<sup>23</sup> FMI 2005b.

### ➤ **Le produit de l'impôt sur les revenus**

L'examen de la fiscalité directe montre qu'en 2003, alors que les recouvrements au titre de l'IRG/ salaires se sont élevés à 63,3 milliards de DA, l'impôt sur le bénéfice des sociétés (IBS) s'est situé à 45,1 milliards de DA. La part de l'IRG / salaires a donc été de 50,6%, elle a gagné 9 points de pourcentage sur le total des impôts directs depuis 2000. La part de l'IBS a baissé dans le même temps de 39,1% en 2000 à 36,1% en 2003.

En 2004 le produit de la fiscalité sur les revenus a enregistré une régression de 0,5% , contre une croissance de 11.6% en 2003. Ce produit a augmenté de 17%, passant de 155,6 milliards de DA en 2005 à 182.2 milliards de DA en 2006. Le produit de l'impôt sur les revenus croîtra de 38.8% en 2007 par rapport à 2006 passant de 182,2 milliards de DA à 253 milliards de DA, en relation avec l'augmentation des revenus salariaux dans la fonction publique. En 2008, le produit de l'impôt sur les revenus devait se situer à 278,8 milliards de DA, sous l'effet de la mise en œuvre du nouveau système de rémunération dans la fonction publique, tout en tenant compte de la révision à la baisse du barème de l'Impôt sur le Revenu Global (IRG) au plan des taux et de la dispersion.

Ainsi, en contexte de croissance, la fiscalité directe payée par les entreprises est réduite et sa part en recul, en raison du nombre d'entreprises publiques déficitaires, des entreprises privées qui échappent à l'IBS, et du nombre élevé d'entreprises qui bénéficient d'exonérations, comme dans le cadre du dispositif ANDI.

### ➤ **Le produit de l'impôt sur les affaires**

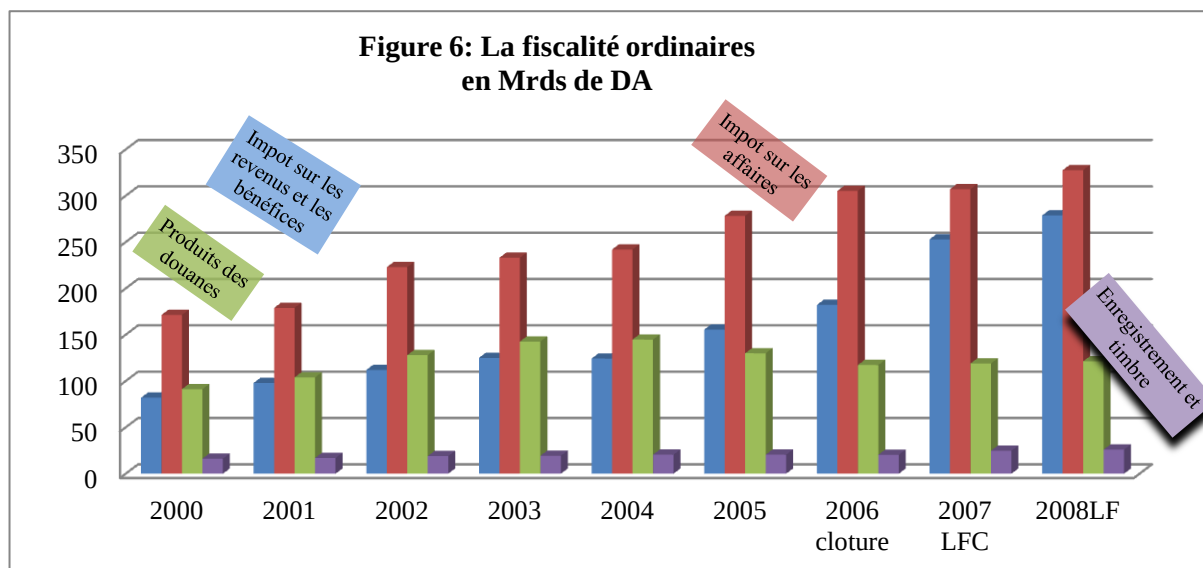
En 2003 l'impôt sur les affaires représentait 233,1 milliards de DA contre 223 milliard de DA en 2002 et 179 milliard de DA en 2001. En 2005 les taxes sur les biens et services ont cru de 14,9% contre 3,8% en 2004. L'année 2006 a enregistré une augmentation de + 9,6% en relation avec l'activité économique, appréhendée à travers l'évolution du PIB, hors hydrocarbures, qui progresserait de 9,2%, en valeur courante.

En 2007 , le produit de l'impôt sur les affaires s'est situé à 307,2 milliards de DA, généré principalement par la TVA sur les importations (+8,5%) et la TVA intérieure (+9,8%). Cet impot devait progresser de 6,6% en 2008.

### ➤ **Les produits de douanes**

En 2004 les droits de douane ont enregistré une augmentation de 1.4% contre 11.2% en 2003 et 23% en 2002. Les produits de douanes représentaient 104 milliard de DA en 2001. En 2005, les produits de douanes ont baissé de 9,8% sous le double effet de l'entrée en vigueur de l'accord d'association et de la disparition du droit additionnel provisoire, introduit dans le cadre de la mise en œuvre, en 2002, de la réforme tarifaire. En 2006, cette baisse était environ de 1%.

Le produit des douanes sera en hausse de 2% en moyenne pour l'année 2007 et 2008. Cette croissance, en décalage par rapport à l'évolution des importations de marchandises (+8%), s'explique principalement par l'engagement de la deuxième étape du démantèlement tarifaire, à partir du neuvième mois de l'année 2007. Ainsi, la croissance en Algérie reste pauvre en fiscalité, comme le montre le graphe suivant :



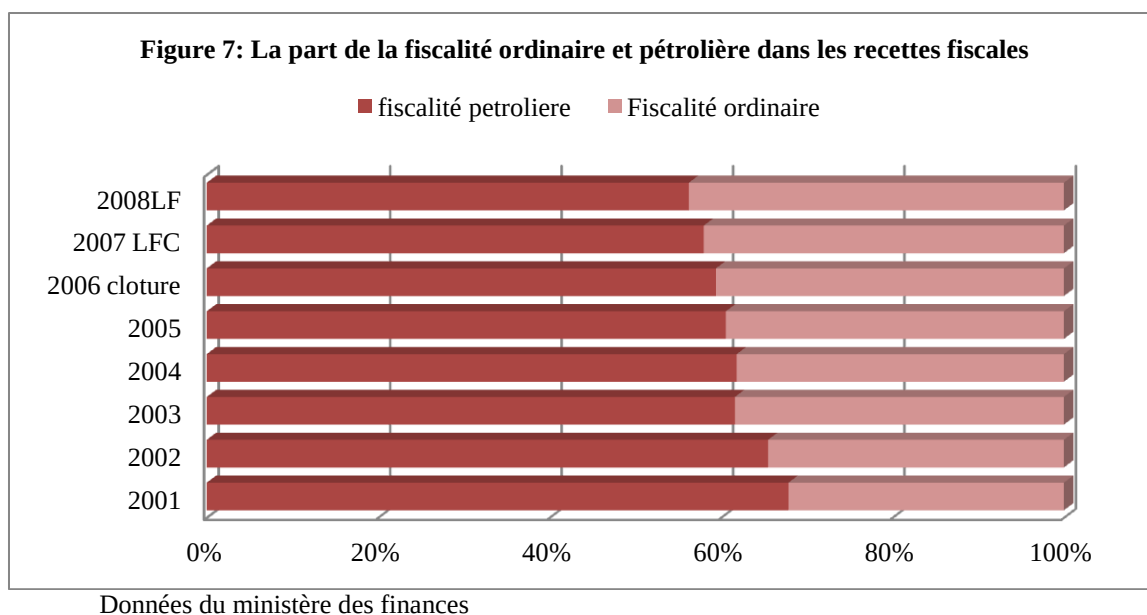
Données du ministère des finances

### 2.2.2.2 La fiscalité pétrolière

Sur la base de 19 \$ le baril, Le produit de la fiscalité pétrolière représente toujours une part importante des recettes budgétaires, passant de 840.6 milliards de DA en 2001 à 916,4 milliards de dinars en 2002 pour ensuite tomber à 836,1 milliard de dinars. En 2004 Les ressources issues de la fiscalité pétrolière ont connu une augmentation de 3,1% par rapport à 2003. En 2005, la part de ces revenus a été de 76,3% des recettes budgétaires contre 70,4% en 2004. Le prix du pétrole est la principale explication de cette structure des recettes.

Le produit de la fiscalité pétrolière a progressé de 1,9%, passant de 899 milliards de DA en 2005 à 916 milliards de DA en 2006. Ce produit diminuera de 0,2%, passant de 973 milliards de DA dans la loi de finances complémentaire pour 2007 à 97,2 milliards de DA en 2008. Le produit de la fiscalité pétrolière demeurant pratiquement à son niveau de 2007, sous l'effet combiné d'une variation en volume des exportations d'hydrocarbures de +2,5% et d'une appréciation du dinar par rapport au dollar américain de +2,7%. Le produit de cette fiscalité contribuera à hauteur de 55% dans la génération de la ressource budgétaire.

Au total, la structure des recettes budgétaires montre que les finances publiques restent fortement tributaires du pétrole. La fiscalité ordinaire revenant au budget de l'Etat ne représente encore qu'une part modeste de la richesse nationale créée chaque année (près de 15 % du PIB HH).



### 2.2.3 Le solde budgétaire

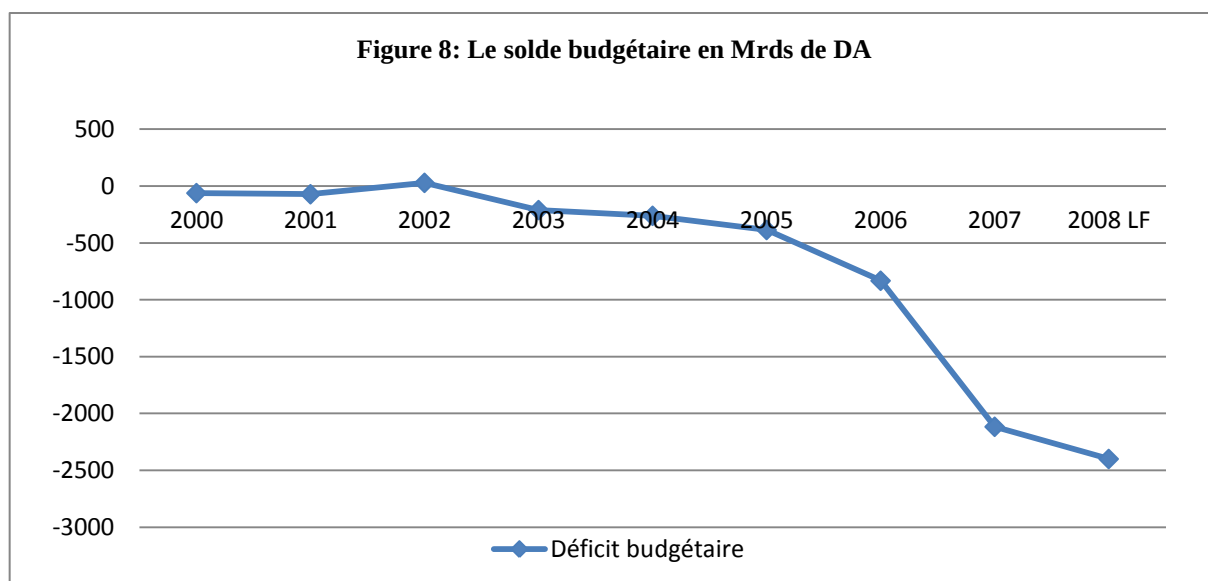
Les évolutions des dépenses budgétaires ont fait passer le déficit budgétaire<sup>24</sup> de 61 milliards de DA en 2000 à 70,9 milliards de DA en 2001. En 2002, le budget de l'Etat a dégagé un excédent de 29,3 milliards de DA. Mais en 2003, compte tenu de la baisse des recettes budgétaires de 3,2 % et de la progression des dépenses budgétaires de 12,3 %, le déficit budgétaire a atteint 210,4 milliards de DA, soit -4,1 % du PIB.

L'examen des finances publiques laisse apparaître un déficit budgétaire en 2004 de 260,7 milliards de DA, soit un ratio de -4,2% par rapport au PIB, dont la somme courante intègre une valeur ajoutée des hydrocarbures calculée sur la base des prix effectivement réalisés (38,6 \$/bl). Le budget a dégagé au titre de l'année 2005 un excédent de 13%, si l'on tient compte de l'ensemble des recettes. Mais c'est un déficit de 4.7% si l'on ne tient compte que des seules recettes budgétisées sur la base d'un prix de référence de 19 dollars le baril.

La poussée budgétaire en 2006, au plan de la dépense publique, face à une stabilité de la ressource budgétaire s'est traduite par un déficit budgétaire de 831,7 milliards de DA qui, rapporté au PIB, représente un ratio de 9,8%. Les variations des recettes et des dépenses, par rapport à 2007, qui se situent respectivement à +5,1% et +9,5% aggravent légèrement le déficit budgétaire rapporté au PIB, qui passerait de -33,0% dans la loi de finances complémentaire pour 2007 à -34,95% en 2008.

En 2008, le budget de l'Etat demeurera très sollicité au double plan du fonctionnement et des investissements publics, induisant des équilibres budgétaires tendus, nécessitant impérativement le recours aux Fonds de Régulation des Recettes pour le financement du déficit global du Trésor, fonds qui sont aussi sollicités pour le désendettement interne de l'Etat.

<sup>24</sup>Les équilibres budgétaires sont calculés sur la base d'une valeur ajoutée des hydrocarbures à un prix de 19 \$ le baril de pétrole brut.

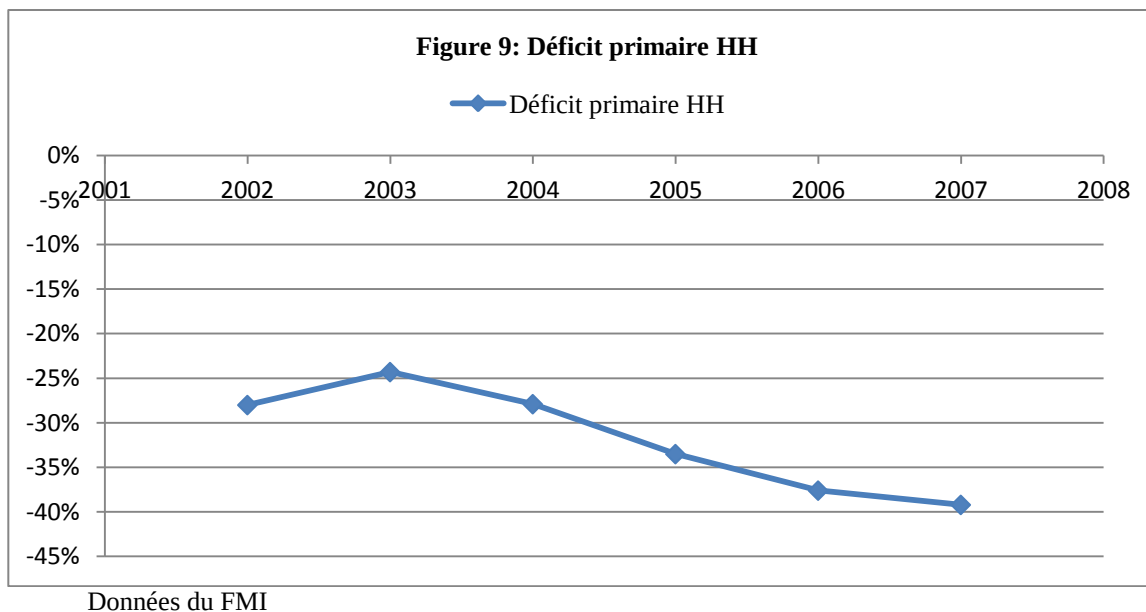


### 2.2.3.1 Le déficit primaire

Le déficit primaire HH rapporté au PIBHH est une mesure de plus en plus utilisée pour évaluer la position budgétaire dans les pays exportateurs d'hydrocarbures. Dans ces pays, les recettes publiques augmentent fortement pendant les accroissements des cours des hydrocarbures. Et les positions budgétaires peuvent s'améliorer, même lorsque les dépenses augmentent de manière intensive. Le déficit primaire HH par rapport au PIBHH est un meilleur indicateur de la position budgétaire car il dissocie les dépenses des recettes d'hydrocarbures.

Dans le cas de l'Algérie, le déficit primaire Hors Hydrocarbures s'est creusé, tombant de 22,5 % du PIB hors hydrocarbures ( PIBHH ) en 1999 à 33,5 % du PIBHH en 2005, témoignant ainsi de l'impact du PSRE et de la première année d'exécution du PCSC. Compte tenu de l'effet sur l'année entière de l'augmentation des salaires de la fonction publique et des besoins de dépenses courantes sur le moyen terme, le déficit primaire Hors Hydrocarbures est passé de 37,6% du PIBHH en 2006 à 39,2 % du PIBHH en 2007. Il diminuera ensuite progressivement, passant à 31 % du PIBHH en 2011<sup>25</sup>.

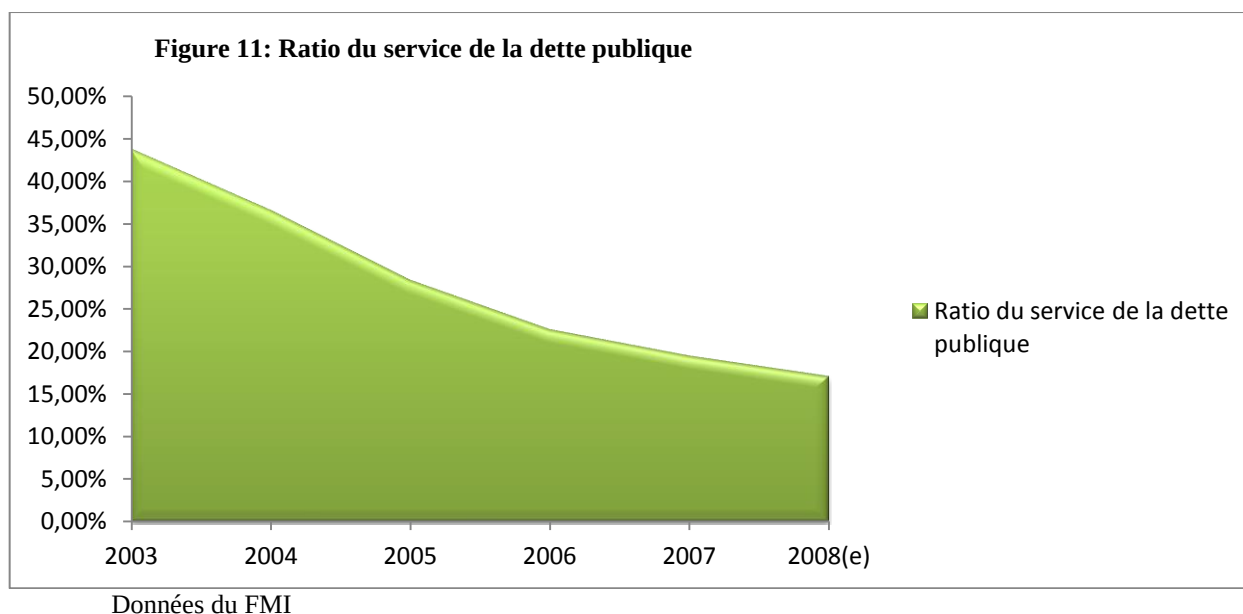
<sup>25</sup> Position du FMI



Cette tendance à l'aggravation du déficit budgétaire (hors FRR), a produit un endettement public croissant supporté en partie par le FRR.

### 2.3 La dette publique

Les excédents budgétaires enregistrés depuis 2000 ont permis une évolution favorable des indicateurs d'endettement public. L'encours de la dette publique s'est située à un niveau de 2305 milliards de DA à fin 2003 ( hors ressources du FRR ). Il s'est relevé encore en 2004 et la tendance à la baisse du taux d'endettement s'est poursuivie.



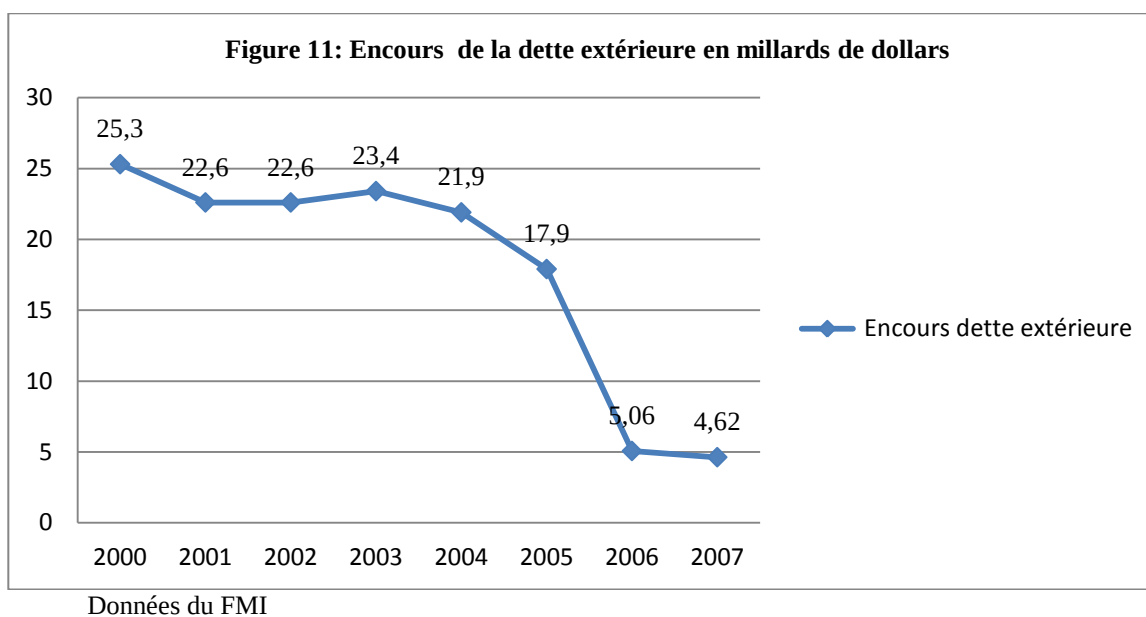
Le ratio du service de la dette est passé de 43,8% du PIBHH en 2003 à 36,6% en 2004. Ce taux a été ramené à 22,6% du PIBHH en 2006 contre 28,4% en 2005. Le ratio de la dette



est passé ensuite de 22,6% du PIBHH en 2006 à 19,5% en 2007. En 2008, l'encours de la dette publique extérieure en net recul, se situera à 17,1% du PIBHH<sup>26</sup>.

Les importants besoins de financement résultant du PCSC contrastent avec les montants réduits affectés à l'amortissement de la dette publique pouvant encore être remboursés par le FRR. Si les règles du FRR étaient maintenues en l'état, les autorités publiques auraient recourir à l'emprunt en vue de financer le déficit. De façon paradoxale, à moyen terme, il se pourrait que la dette publique augmente concomitamment avec les dépôts croissants logés dans le FRR.

### 2.3.1 La dette extérieure



A la fin 2003, la dette extérieure de l'Algérie totalisait 23,4 milliards de dollars (à l'exclusion de la dette payable à la Russie remontant à l'époque soviétique), dont 12,2 milliards de dollars de dette rééchelonnée aux Clubs de Paris et de Londres et 5 milliards de dollars devant être remboursés à des créanciers multilatéraux.

En 2004 - 2005, l'Etat a remboursé par anticipation 3,3 milliards de dollars, notamment aux créanciers multilatéraux, dont le FMI. En mars 2006, la Russie a annulé les créances de l'époque soviétique totalisant 4,7 milliards de dollars en échange d'un engagement de l'Algérie à importer des biens et services russes d'une valeur équivalente sur une période non définie. C'est ainsi qu'ont été posés les jalons d'une approbation par le Club de Paris en mai 2006 de la requête de l'Algérie visant à payer par anticipation l'encours de sa dette à sa valeur nominale.

À la suite de négociations bilatérales, la dette des Clubs de Paris et de Londres, évaluée à 8,5 milliards de dollars, a été payée par anticipation vers la fin 2006. Une somme supplémentaire de 2 milliards de dollars a également été versée par anticipation aux créanciers multilatéraux en cette année. Sous l'angle des engagements financiers extérieurs, la dette extérieure à moyen et long terme a poursuivi sa tendance baissière structurelle pour s'élever à 4,62 milliards de dollars à fin juin 2007 contre 5,06 milliards de dollars à fin décembre 2006.

<sup>26</sup> Source FMI

Grâce aux remboursements anticipés, le pays est actuellement créditeur vis-à-vis du reste du monde. Le ratio dette extérieure/PIB est passé d'environ 34 % du PIB à la fin de 2003 à moins de 4,5 % à la fin de 2006; il diminuera à 3% à 2011. Parallèlement, le ratio de couverture des réserves est passé de 18 mois en 2003, à 25 mois en 2006, et il atteindra 38mois en 2011. Dans une telle conjoncture, la dette extérieure de l'Algérie est prévue stable sur le moyen terme. A partir de ces données, l'administration du pays a l'intention d'obtenir une notation d'emprunteur souverain.

La hausse des prix mondiaux des hydrocarbures a transformé la situation budgétaire de l'Algérie. La part des recettes générées par les hydrocarbures, et celle des dépenses d'investissement dans le budget élaboré par le gouvernement, ont augmenté. Le cadre proposé pour la gestion des ressources des hydrocarbures, et les aménagements implicites au FRR, obligent à opérer des choix concernant l'utilisation la plus efficace de la masse budgétaire généré par les recettes des hydrocarbures.

Les rapports de la Banque mondiale de l'année 2007, examinent deux dossiers fondamentaux : le Fonds de Régulation des Recettes, et le Plan de Soutien à la Relance Economique. Concernant le Fonds de régulation, ce n'est pas un fonds pour les générations futures, comme en Norvège, mais un fonds de stabilisation de l'économie pour prévenir les retours conjoncturels des cours du pétrole. D'où l'importance d'une vision à long terme, afin de déterminer la part des recettes que le pays doit épargner chaque année, pour maintenir la richesse provenant des hydrocarbures. La modification des règles de gestion du Fonds de Régulation des Recettes ( FRR ) nécessite l'adoption d'un cadre à long terme, permettant de décider chaque année du niveau approprié des dépenses à effectuer, à partir des recettes des hydrocarbures.

Comme tous les pays pétroliers, l'Algérie souffre d'une insuffisance structurelle de la fiscalité ordinaire, particulièrement de l'impôt sur le revenu. Ce qui renvoie à la complexité de la fiscalité au niveau des taux, et à l'évasion fiscale. Les pouvoirs publics ont procédé à un réaménagement du régime fiscal pour alléger progressivement la dépendance du budget de l'État vis-à-vis du pétrole, et réorienter les dépenses vers les secteurs de l'éducation et de la santé, afin de préparer l'économie à son ouverture extérieure, en élevant les compétences et les qualifications du capital humain.

Le cadre à long terme de formulation de la politique budgétaire présenté par le FMI<sup>27</sup> a soulevé l'intérêt des autorités. Cette gestion n'empêche pas l'Etat de procéder à des dépenses importantes mais sécurisées contre les fluctuations du cours du pétrole. Les règles initiales régissant le FRR donneraient lieu à des dépenses supplémentaires et pourraient créer des goulets, dans le financement des futurs déficits. D'où le réexamen du rôle de ce Fonds, y compris sa transformation en compte d'épargne/financement. Ce compte sera intégré dans le budget, et à utiliser pour financer le déficit primaire HH, et pour rembourser la dette publique, y compris les remboursements anticipés. Une gestion correcte des ressources d'hydrocarbure exige également une coordination entre les politiques budgétaire et monétaire.

---

<sup>27</sup> Rapport du FMI No. 05/50.

## **Section 3: La politique monétaire et de change**

La politique monétaire est un des outils dont disposent les autorités publiques pour influencer sur les variables économiques. Elle est "l'ensemble des instruments que la banque centrale utilise pour faire varier la quantité de monnaie présente dans l'économie, afin d'agir indirectement sur la valeur de la devise nationale, sur la production, l'investissement, la consommation et l'inflation."<sup>28</sup> Elle englobe les moyens dont disposent l'Etat pour agir sur l'activité économique par l'intermédiaire de la masse monétaire.

Dans un contexte de relance économique fondée sur l'instrument budgétaire, la Banque d'Algérie a une politique monétaire de contrôle de l'évolution de la masse monétaire et de la liquidité bancaire afin de contenir les risques inflationnistes mais sans compromettre la dynamique d'investissement, notamment du secteur privé. Le principal défi sera de normaliser la situation de surliquidité des banques. Tant que les cours du pétrole resteront élevés, les dépôts de la Sonatrach continueront d'injecter des liquidités excédentaires dans le système bancaire, ce qui aura un effet variateur de la stabilité macroéconomique.

### **3.1 L'évolution des agrégats monétaires**

Au début des années 2000, et suite aux efforts engagés par les autorités monétaires, l'amélioration du contexte macro-financier s'est amplifié au cours de l'année 2002. Cela a permis de faire face à la situation de grande liquidité des banques qui avait commencé à prendre forme lors du second semestre 2001. Une politique de contrôle rigoureux de la liquidité peut permettre aux autorités monétaires de prévenir le développement de crédits bancaires non performants et de mieux contenir les risques de pressions inflationnistes sérieuses, déjà présentes de par la mise en œuvre du PSRE ( Programme de Soutien à la Relance Economique).

Les réserves officielles de change détenues par la Banque d'Algérie garantissent la masse monétaire de l'économie nationale. Elles sont source de création monétaire, à travers la monétisation des ressources en devises rapatriées et cédées à la Banque d'Algérie. L'analyse de la situation monétaire consolidée, constituée des agrégats monétaires et de crédit, montre que l'évolution de la situation monétaire est tirée de celle de l'agrégat des avoirs extérieurs nets, comme facteur instrumental. D'autant plus que depuis 2005, les avoirs extérieurs nets ont dépassé les liquidités monétaires de l'économie nationale.

#### **3.1.1 Les avoirs extérieurs nets**

Ce sont principalement les avoirs extérieurs qui alimentent la masse monétaire. Les avoirs extérieurs nets dans le bilan de la Banque d'Algérie sont en forte augmentation. Cette situation est due à l'évolution des réserves officielles gérées. L'accroissement des avoirs extérieurs nets, observé en 2001, s'est poursuivi en 2002 et 2003, pour atteindre 1755,7 milliards de dinars ( 22 milliards de dollars ) en décembre 2002 et 2266 milliards de dinars (29 milliards de dollars ) en septembre 2003. Cet agrégat est la source la plus importante de création monétaire.

L'année 2004 fait ressortir que les avoirs extérieurs nets, qui ont atteint 3018,6 milliards de dinars contre 2342,7 milliards de dinars en 2003, ont été la source prépondérante

---

<sup>28</sup> Loïc Philip Encyclopédie des finances publiques.

de création monétaire du système bancaire. A noter, la baisse enregistrée de 14,3% par les avoirs intérieurs nets. Les avoirs extérieurs nets se sont élevés en 2005 à 4179,4 milliards de dinars, contre 3119,2 en 2004, soit une hausse de 40%.

L'agrégat avoirs extérieurs nets dans la situation monétaire consolidée est monté à 6419,4 milliards de dinars à fin juin 2007 contre 5515,1 milliards de dinars à fin décembre 2006, excédant la masse monétaire. L'accroissement de la masse monétaire est due à la monétisation des avoirs extérieurs, dont une grande partie est versée au Trésor sous forme de fiscalité pétrolière, alors que le reliquat conduit à l'augmentation des dépôts Sonatrach.

### **3.1.2 Le crédit intérieur**

Sous l'angle des contreparties de la masse monétaire, l'agrégat crédit à l'économie intervient au second rang en termes d'importance par rapport aux avoirs extérieurs nets. Le crédit intérieur a enregistré une augmentation de 12% en 2002 reflétant une reprise des crédits à l'économie, et une stabilité des crédits nets à l'Etat. Il a généré un accroissement de 41.4% du ratio crédit intérieur/PIB, le ramenant ainsi à son niveau de 2000 après un recul de 2.5 points en 2001. Cependant, en septembre 2003, le crédit intérieur était redescendu à un niveau inférieur de 1 787 milliards de dinars (22.9 milliards de dollars), suite à une contraction des crédits accordés à l'Etat.

Le crédit intérieur ayant enregistré une diminution de 13.4% au cours de l'année 2004, ce sont les crédits nets à l'Etat qui ont enregistré une baisse de l'ordre de 77% alors que les crédits à l'économie ont, quant à eux, enregistré une croissance de 6%. Au cours du premier semestre 2007, les crédits ont augmenté de 5,5 % contre 5,3 % au premier semestre de l'année 2006, année au cours de laquelle ces crédits avaient enregistré une croissance de 12,2 %.

### **3.1.3 La masse monétaire ( M2 )**

La masse monétaire ( M2 ) a enregistré une forte augmentation, en 2001, de l'ordre de 23%. Cette augmentation s'explique par la forte croissance des dépôts à terme en dinars et des dépôts en devises résultant de l'accroissement de l'épargne financière des entreprises du secteur des hydrocarbures. L'année 2002 a été marquée par une décélération de la croissance monétaire à un rythme de 17,3% en termes de masse monétaire M2. Cette décélération s'est poursuivie en 2003 puisque la croissance de M2 a été de 12% en 2003 ( mesurée de septembre 2002 à septembre 2003), retrouvant ainsi les taux de croissance relativement modérés (12% à 13%) atteints en 1999 et 2000.

L'agrégat monétaire M2 a connu une croissance de 15.8% en 2004, essentiellement liée à la croissance de la masse monétaire au sens strict (M1), de 26.3%. Cette accélération tient beaucoup plus à l'évolution de la monnaie fiduciaire, des dépôts au Trésor et des comptes chèques postaux, qu'à celle des dépôts à vue dans les banques. La masse monétaire M2 est évaluée à 3 738 milliards de dinars à fin 2004.

Le premier semestre 2007 se caractérise par une forte croissance des signes monétaires au sens de la masse monétaire (M2). La masse monétaire M2 s'est accru de 12 % contre seulement 5,7 % au premier semestre de l'année 2006. L'importante croissance monétaire enregistrée au premier semestre de cette année porte sur les dépôts du secteur public, suite à l'impact de la monétisation des recettes d'exportations d'hydrocarbures de Sonatrach.

La situation monétaire consolidée indique que le Trésor public est le créancier du système bancaire, plus depuis fin décembre 2004, témoignant de l'importance du stock d'épargne financières du Trésor, inhérent au Fonds de régulation des recettes. Ainsi, les dépôts du Trésor à la Banque d'Algérie ont atteint 3597,9 milliards de dinars à fin juin 2007 contre 3222,6 milliards de dinars à fin 2006, après une évolution de 1029,3 milliards de dinars à fin 2004 à 2082,2 milliards de dinars à fin 2005.<sup>29</sup> Ces épargnes financières du Trésor proviennent de la fiscalité pétrolière dont une partie est affectée au Fonds de régulation des recettes.

L'analyse de la structure des crédits par secteur juridique indique qu'une plus grande partie des flux de crédits a été allouée, ces dernières années, au secteur privé. Dans l'encours des crédits, la part du secteur privé a atteint 53,5 % à fin juin 2007 (1125,6 milliards de dinars) contre 52,9 % à fin 2006 (1057 milliards de dinars), après un passage de 42,6 % à fin 2003 (588,5 milliards de dinars) à 50,4 % à fin 2005 (897,3 milliards de dinars).

### **3.2 Les instruments de la politique monétaire**

Pour fixer un financement bancaire approprié de l'économie, la Banque d'Algérie met en œuvre une politique monétaire avec une allocation non inflationniste des ressources, à travers une régulation de l'excès de liquidité sur le marché monétaire. N'ayant pas pu faire appel à tous les instruments de marché pour la conduite de la politique monétaire (open-market, pensions et adjudications de crédits par appel d'offres), la Banque d'Algérie s'est appuyée sur une utilisation de l'instrument des réserves obligatoires, et sur la reprise de liquidité par appel d'offre, pour absorber une partie de l'excès de liquidité des banques, et contenir la croissance de la masse monétaire.

#### **3.2.1 La reprise de liquidité bancaire**

Pour faire face à l'excès de liquidités sur le marché monétaire interbancaire et instituer un contrôle efficace de la liquidité bancaire, la Banque d'Algérie a continué à augmenter le montant de ses opérations de reprises de liquidités sur le marché monétaire. Ces reprises de liquidités par appel d'offre engagées en avril 2002 avec un montant de 100 milliards de dinars ont atteint 250 milliards de dinars en décembre 2003 contre 129,7 milliards de dinars en décembre 2002.

Cette opération, jointe à un relèvement du taux de réserve obligatoire, a permis de réduire la croissance de l'excès de liquidités des banques dont les dépôts auprès de la Banque d'Algérie ont été portés de 611 milliards de dinars à fin 2003, à 713,5 milliards de dinars à fin 2004. En juin 2007, la Banque d'Algérie a augmenté le montant des reprises de liquidité qui sont passés à 1100 milliards de dinars contre 450 milliards de dinars à fin décembre 2006.

#### **3.2.2 Les réserves obligatoires**

En décembre 2002, pour consolider la contraction de l'excès de liquidité, le taux des réserves obligatoires a été porté à 6,25% contre 4,25% auparavant. La banque d'Algérie avait relevé le montant des réserves obligatoires le faisant passer de 64,9 milliards de dinars en 2001 à 109,5 en 2002 et 126,7 milliards en 2003. Les réserves obligatoires sont rémunérées

---

<sup>29</sup> La banque d'Algérie, tendances monétaires et financières au premier semestre 2007.

depuis 2005 à 1% au lieu de 1,25% en 2004. A la fin 2005 les réserves brutes ont atteint 56,2 milliards de dollars EU.

Les opérations d'open-market (achat et vente d'effets publics par la Banque d'Algérie) n'ont pu être utilisées depuis l'année 2002 en tant qu'instrument indirect et actif de la politique monétaire et donc de régulation de la liquidité bancaire sur le marché monétaire. Le rôle de cet instrument reste potentiellement important. Les autres instruments indirects de la politique monétaire (pensions et adjudications de crédits par appel d'offres) n'ont pu être utilisés au cours de l'année 2005, tout comme en 2002 à 2004. En terme de performance dans la conduite de la politique monétaire, les instruments mis en œuvre par la Banque d'Algérie ont permis de maîtriser l'inflation dans un contexte macroéconomique caractérisé par l'excès de liquidités depuis l'année 2002.

### **3.3 Les objectifs de la politique monétaire**

La politique monétaire a pour objectif de contrôler la liquidité de l'économie à travers l'offre de monnaie. L'application de la politique monétaire doit limiter l'expansion du crédit au cours de l'avènement de la manne pétrolière. La banque centrale intervient régulièrement sur le marché monétaire afin de maîtriser les taux d'inflation et de change.

Le régime flexible de change continue de bien servir l'économie et la Banque d'Algérie demeure résolue à minimiser les déviations du taux de change effectif réel de son niveau d'équilibre. L'objectif final de toute politique monétaire demeure la maîtrise de l'inflation.

#### **3.3.1 La stabilité des prix**

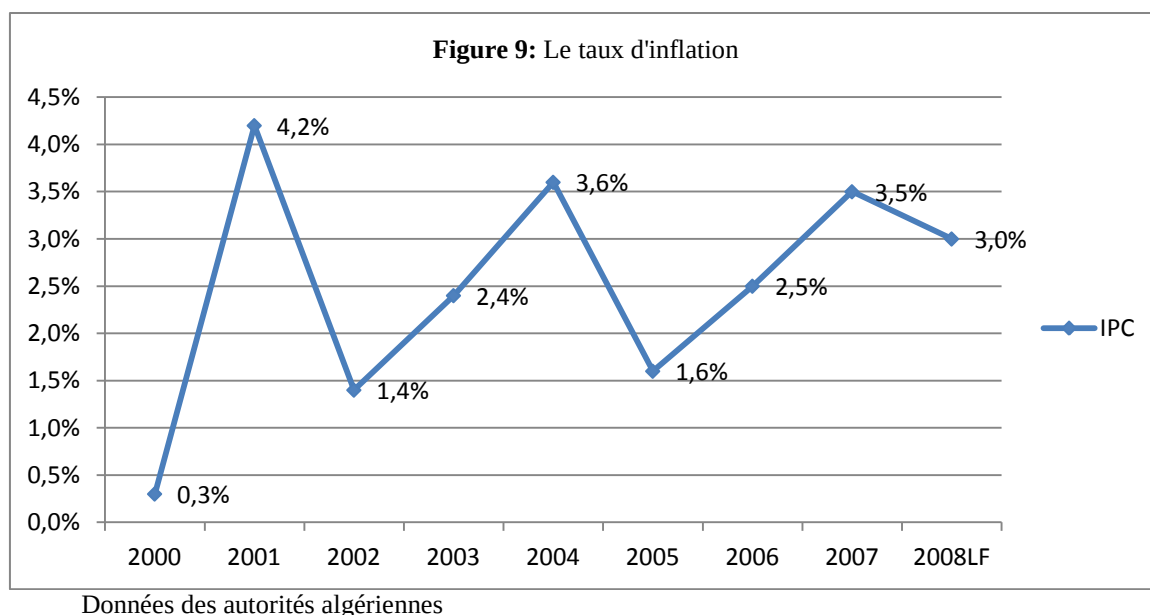
Après avoir été maîtrisée en 2000 (0,3%), l'inflation est remontée à 4,2% en 2001. Cette hausse s'explique par l'augmentation du salaire national minimum garanti (SNMG), qui est passé de 6 000 à 8 000 dinars, et par la recapitalisation des banques qui a induit une surliquidité de l'économie. L'effet psychologique du lancement en avril 2001 du PSRE peut être également un facteur explicatif.

La stabilité des prix à moyen terme a été réalisée, comme l'indique l'inflation de 1,4% en 2002. Le léger rebond de l'inflation en 2003, à 2,4%, fait suite à la hausse des prix pétroliers et des produits alimentaires. En 2004, le pays a enregistré une inflation de 3,6%, en augmentation de un point par rapport à celle de 2003. Elle s'explique par l'accroissement de la consommation des ménages (+5,4% en volume), confortée par l'augmentation de leur revenu disponible. Le SNMG avait progressé de 25%, avec son incidence sur les revenus qui lui sont indexés.

En 2005, l'inflation a été de 1,6%, en recul de deux points par rapport à celle réalisée en 2004. Cette décélération s'explique par la baisse des prix de produits alimentaires, et le retour des prix pétroliers à leur niveau normal. En 2006, l'inflation est contenue, se positionnant à un taux de 2,5%. Le taux d'inflation de l'année 2007, s'est situé à 3,5%, dont seulement 3,3% pour les biens de consommation. Il serait de 3%, en 2008<sup>30</sup>, (selon des raisons externes dues à l'envolée des prix du blé et de la farine sur le marché international).

---

<sup>30</sup> Loi de finances 2008.



La fixation de l'inflation a un rôle stabilisateur du taux de change effectif réel. Plus l'écart entre le prix fiscal et le prix réalisé du baril de pétrole est grand, plus l'effet stabilisateur de la liquidité, à travers le fonds de régulation, est important.

### 3.3.2 La stabilisation du taux de change

Le taux de change est un des éléments importants de la politique monétaire en Algérie. La détermination du prix de la monnaie nationale en monnaie étrangère étant une prérogative de la Banque d'Algérie, elle se doit à une transparence dans la gestion du taux de change. Ceci représente un des outils d'action de la politique monétaire. Le régime de change est, de flottement administré. Le dinar est convertible aux fins de transactions courantes, et la cotation se fait sur le marché interbancaire, où la Banque d'Algérie est globalement le seul fournisseur de devises puisqu'elle centralise les recettes d'hydrocarbures. Les entreprises qui possèdent un Cedac (Compte exportateur dinar algérien convertible) ne peuvent disposer que de 10% de leur solde en devises.

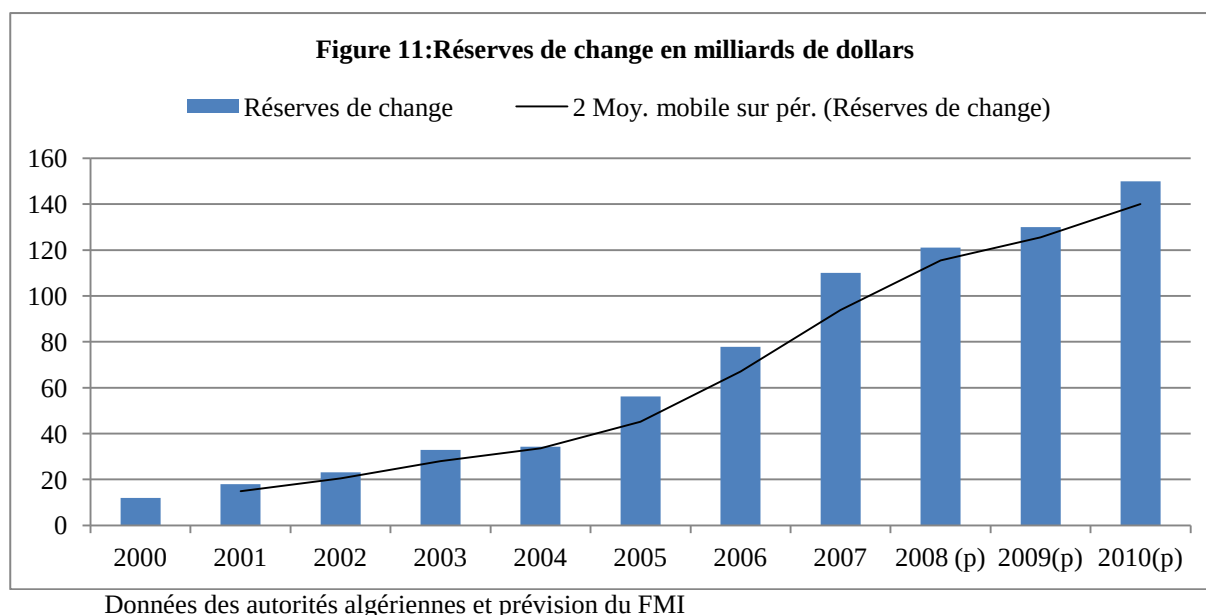
#### 3.3.2.1 Les réserves de change

En 2001, les réserves de change ont atteint 17,9 milliards de dollars (près de 18 mois d'importations) contre 11,9 milliards de dollars fin 2000. Cette augmentation des réserves a renforcé l'équilibre du marché interbancaire de changes. L'importante augmentation des réserves officielles de change en 2003 est reflétée par la tendance haussière de l'agrégat avoirs extérieurs nets de la Banque d'Algérie. En 2004 les réserves de change ont atteint un niveau de 34,2 milliards de dollars. Ces réserves sont constituées des recettes des exportations d'hydrocarbures, et des recettes des investissements directs étrangers. Les réserves de change étaient de 56,18 milliards de dollars fin 2005.

Les réserves de change de l'Algérie ont atteint 110 milliards de dollars fin décembre 2007<sup>31</sup> contre 77,78 milliards de dollars fin décembre 2006. Le stock de réserves de change du pays en 2007 était en hausse à plus de 32 milliards de dollars, du au renchérissement des prix des hydrocarbures. L'Algérie verra ses réserves de change augmenter sensiblement à 2010.

<sup>31</sup> Déclaration du Ministre des Finances Karim Djoudi lundi 5 février 2008.

Elles passeront de 121 milliards de dollars en 2008 à 130 milliards de dollars en 2009 et à 150 milliards de dollars en 2010<sup>32</sup>. Cela correspond respectivement à 27 , 28 et 29 mois d'importations. Ces niveaux se fondent sur un prix du baril algérien à 58 dollars en 2008, à 57 dollars en 2009 et à 56 dollars en 2010.



### 3.3.2.2 Le taux de change effectif réel ( TCER )<sup>33</sup>

L'offre accrue de devises en 2000 et 2001 a contribué à la stabilisation du taux de change effectif réel en 2001 puisque le cours moyen dinar/euro s'est maintenu à 69 dinars pour un euro. En matière de change, le dinar s'est apprécié par rapport au dollar en 2002 et 2003, et s'est déprécié par rapport à l'euro (de quelque 9% par an en moyenne), de sorte que le taux de change effectif réel moyen est demeuré relativement stable.

Cette stabilité monétaire s'accompagne d'un régime de flottement dirigé du dinar, qui vise à stabiliser le taux de change effectif réel (TCER) autour de son niveau d'équilibre de long terme. Le niveau du TCER de la fin 2003 est considéré comme une référence. Le cours du dinar/dollar EU a été stable en 2004 et 2005, avec une cotation respective de fin d'année (décembre) de 72,67 et 73,51 dinars pour 1 dollar. Le dinar à par contre reculé devant l'euro en passant de 86,32 dinars pour 1 euro en décembre 2003 à 97,42 à fin décembre 2004. Au cours de l'année 2005, l'euro a baissé avec un change de 87,16 dinars pour 1 euro en décembre 2005.

Le dinar s'est légèrement redressé contre le dollar au second semestre 2006 puisqu'il fallait 73,16 dinars pour un dollar au lieu de 73,84 dinars en 2005. L'année 2006 a enregistré

<sup>32</sup> Prévision du FMI

<sup>33</sup> Les fondamentaux du taux de change effectif réel d'équilibre sont l'écart entre la productivité de la main-d'œuvre en l'Algérie et celle de ses partenaires commerciaux, et le prix réel du prix du pétrole. (Voir Rapport sur le pays du FMI N° 05/52). L'impact de la hausse récente du prix du pétrole est tempéré par la croissance relativement lente de la productivité de la main-d'œuvre de l'Algérie, de sorte que le taux de change effectif réel d'équilibre n'a presque pas varié ces dernières années.



un dinar en légère appréciation par rapport au dollar qui s'est échangé 72,65 DA/\$ US. Le dinar a été échangé, en moyenne à 70,86 DA pour un dollar, au premier semestre 2007. Le TCER s'appréciera également en 2008.

**Tableau 1 : La parité du dinar par rapport au dollar US et à l'euro**

| Années                                  | 2000  | 2001  | 2002  | 2003  | 2004  | 2005  | 2006  | 2007<br>(1 <sup>er</sup> semestre) |
|-----------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------------------------------------|
| Taux de change moyen DA/US \$           | 75.29 | 77.26 | 79.69 | 77.37 | 72.07 | 73.37 | 72.65 | 70.86                              |
| Taux de change fin de période<br>DA/EUR | 69.98 | 68.91 | 83.45 | 86.32 | 97.42 | 87.16 | 93.75 | 90                                 |

Données de la banque d'Algérie

La politique monétaire est restée prudente et correspond à l'objectif des autorités de maintenir l'inflation à un faible niveau. Mais le ciblage de l'inflation ne doit pas être une priorité économique. Le maintien à tout prix d'un taux d'inflation réduit, à travers une politique de restriction monétaire menée par la Banque d'Algérie, n'a pas abouti à un niveau de croissance économique favorable. La croissance économique limitée signifie que l'économie ne progresse pas. C'est l'accroissement du PIB réel, exprimant la valeur des biens et services produits par une économie, en tenant compte de la variation des prix, qui témoigne de sa bonne santé.

L'inflation sera plus difficile à maîtriser, à cause de l'accroissement envisagé des dépenses budgétaires, et de la forte expansion du crédit à l'économie. Il faut resserrer la politique monétaire, en raffermissant le contrôle de la BA sur les liquidités du système, et en relevant les taux d'intérêt directeurs.

L'accumulation des réserves de change par la Banque d'Algérie, depuis l'année 2000 constitue un élément de sécurité très important pour l'économie nationale contre les " chocs " externes. Dans l'objectif de la consolidation de la position financière extérieure du pays, la Banque d'Algérie conforte ses instruments de sécurité financière au moyen d'un système de contrôle et d'alerte avancée plus fin des flux financiers avec l'extérieur.

La dépréciation du dinar par rapport à l'euro est due à l'appréciation de ce dernier par rapport au dollar. La stratégie de change adoptée par les autorités, du à la prépondérance des hydrocarbures dans la structure des exportations, consiste à limiter les fluctuations de la monnaie vis-à-vis du dollar. Cette stratégie ira à l'avenir, dans le sens d'une pondération plus forte accordée à l'euro, pour tenir compte de la structure de la dette, et de la compétitivité des produits hors hydrocarbures sur le marché européen, dans le cadre de la mise en œuvre de l'Accord d'Association. Le renforcement du cadre juridique s'appliquant aux opérations de change permettrait au pays de mieux bénéficier de son ouverture au reste du monde.

## Conclusion

Au cours des dernières années, l'Algérie a enregistré de bonnes performances économiques, qui se sont traduites par une consolidation du cadre macro-économique. L'économie est cependant tributaire du secteur des hydrocarbures et demeure très sensible aux chocs extérieurs.

L'Algérie compte parmi les principaux pays exportateurs d'hydrocarbures. C'est le quatorzième exportateur de pétrole au monde et elle fournit 20% des besoins en gaz naturel de l'Europe. Le secteur des hydrocarbures domine l'économie, représentant en moyenne sur les dernières années 43% du PIB, 98% des exportations et 75 % des recettes budgétaires. Le pays dispose d'importantes réserves d'hydrocarbures estimées à 11,8 milliards de baril de pétrole, et d'environ 4,5 milliards de m3 de gaz ( 7ème rang dans le monde ).

De 2004 à 2010, le PIB a cru à un taux moyen de 3,4% <sup>34</sup> grâce aux performances du secteur des hydrocarbures, mais également à la contribution des secteurs des services et des bâtiments et travaux publics (BTP), et aussi de l'agriculture, qui a enregistré une récolte céréalière exceptionnelle en 2009.

Le dynamisme du secteur des services et des BTP résulte, du volume important des investissements publics. La vigueur de l'activité dans ces secteurs est reflétée par le niveau relativement élevé de la croissance du PIB hors hydrocarbures, qui est de 6,3% par an au cours de la période 2004-2010. Cependant, sa contribution au PIB constitue une contrainte réelle face au défi de la diversification des ressources du pays.

La production agricole a enregistré des résultats encourageants en 2010, malgré une légère baisse de la croissance du secteur, qui s'est établie à 8,5%, contre 9% en 2009, soutenue par une production céréalière exceptionnelle, due aux conditions climatiques favorables et à l'accélération de la mise en œuvre du Plan de renouveau agricole et rural. Les différents programmes de relance et de soutien à la croissance ont permis au secteur du BTP, qui a représenté près de 10% du PIB en 2010, d'enregistrer une croissance, d'environ 10% au cours des dernières années. Le secteur des services, avec une contribution au PIB de 26%, a enregistré une croissance moyenne de 9% au cours de la même période.

En dépit de la baisse de la demande mondiale et des cours des hydrocarbures, observée en 2009, sous l'effet de la crise économique internationale, la croissance du PIB s'est maintenue à 2,4%, en raison de la bonne tenue des autres secteurs. En 2010, du à la reprise de l'activité économique au plan mondial et au relèvement des cours du pétrole qui en a découlé, la croissance s'est établie à 3,5%. La croissance hors hydrocarbures a été de 9,3% en 2009 et 5,5% en 2010. Les perspectives de croissance à moyen terme s'annoncent positives avec un taux de 3,9% en 2011 et 3,6% en 2012.

Le retour à la croissance dans les secteurs non pétroliers reste un défi. Une politique monétaire prudente permet d'éviter le dérapage de l'inflation. L'inflation est maîtrisée, du fait de la politique monétaire de la Banque d'Algérie. Au cours de la période 2004-2010, l'inflation a été de l'ordre de 3,6% en moyenne annuelle. Du à la pression exercée par l'augmentation des prix des denrées alimentaires, son taux a atteint 4,5% en 2008, 5,7% en

---

<sup>34</sup> Groupe de la Banque Africaine de Développement, note de dialogue 2011-2012, mai 2011.

2009 et 3,9% en 2010. Le niveau de l'inflation connaît un léger accroissement en 2011, se situant autour de 4,5%, du à la pression sur les prix des produits alimentaires importés.

Le secteur bancaire est encore en grande partie aux mains des pouvoirs publics : les banques publiques détiennent plus de 90% des actifs. L'indépendance des banques publiques s'est néanmoins renforcée et les entreprises publiques ne sont plus systématiquement favorisées dans l'accès au crédit. La part des crédits alloués au secteur privé a augmenté ces dernières années pour atteindre plus de 60%.

La position budgétaire excédentaire de 2006 à 2008 (12,9% du PIB en 2006, 11,4% en 2007, 6% en 2008), enregistre depuis 2009 et 2010, des déficits atteignant respectivement 6,9% et 4,4% du PIB<sup>35</sup>, du fait de l'effet conjugué de la baisse des recettes des hydrocarbures et d'un niveau élevé des dépenses publiques liées à la mise en œuvre des programmes d'investissements publics. Les recettes publiques restent tributaires de la fiscalité pétrolière qui a représenté au cours des dernières années, une moyenne de 70% des recettes budgétaires totales. Les déficits de 2009 et 2010 ont été couverts, en partie par le Fonds de Régulation des Recettes ( FRR ) mis en place en 2000, dans le but de garantir les dépenses publiques contre les fluctuations de la production et des cours des hydrocarbures.

Le financement des grands projets d'infrastructures n'implique pas d'endettement public car la fiscalité pétrolière y fait face (fonds de régulation). Le calcul des produits de la fiscalité pétrolière au niveau de l'élaboration du budget se fait à partir d'un prix de référence (37 USD le baril pour les budgets 2009 et 2010) combiné au taux de change dinar /dollar et aux volumes des hydrocarbures projetés pour l'année. A l'origine, les ressources de ce fonds ont contribué surtout au remboursement du service de la dette publique extérieure.

Le plan de soutien à la relance économique (PSRE) et le plan complémentaire de soutien à la croissance (PCSC) sont à l'origine de la nette augmentation de la part du budget d'équipement dans la dépense totale. La poursuite des grands travaux prévus dans le plan quinquennal 2010 - 2014 (286 milliards USD), devrait se traduire par un retour à l'excédent budgétaire vu la tendance haussière des cours des hydrocarbures sur le marché international. Les ressources du FRR semblent suffisantes pour tenir le cap budgétaire de soutien à la demande intérieure et à la croissance économique.

Après les remboursements anticipés des emprunts contractés auprès des institutions multilatérales et du club de Paris et de Londres, intervenus de 2004 à 2006, le pays a renforcé la solvabilité de sa dette extérieure. L'encours de la dette extérieure (estimé à 5,4 milliards USD au 31 décembre 2009) représente environ 2,7% du PIB<sup>36</sup>. Pour ce qui est de la dette publique interne, son encours est estimé à 814 milliards DZD, soit environ 11,4 milliards USD à fin 2009, représentant 8% du PIB. La politique de désendettement de l'Etat, couplée à une gestion prudente des réserves de change, a permis de dégager des ressources importantes pour soutenir la croissance et mettre le pays à l'abri des effets de contagion financière directe, liés aux perturbations des marchés financiers internationaux.

<sup>35</sup> Groupe de la Banque Africaine de Développement, note de dialogue 2011-2012, mai 2011.

<sup>36</sup> Groupe de la Banque Africaine de Développement, note de dialogue 2011-2012, mai 2011.



## ***Chapitre 2***

### ***Modèles de croissance économique***

## Introduction

Une série de raisons justifie le renouveau de l'Etat algérien : le monopole sur les ressources naturelles lui donne un rôle pilote dans l'ajustement macroéconomique mais aussi dans le développement économique compte tenu du niveau de l'épargne budgétaire ; sa reconstruction fait suite à une régression économique doublée d'une instabilité politique et sociale. Et enfin un faible engagement du secteur privé dans les activités productives, malgré les réformes.

L'investissement public se justifie donc par la capacité de financement de l'Etat ; aussi le peu d'engagement du secteur privé et la reconstruction d'un consensus social suite à deux décennies d'instabilité politique.

Les investissements lourds que nécessitent les infrastructures sont hors de portée du secteur privé en l'absence d'un marché financier. L'exploitation des infrastructures nécessite des réseaux de distribution à plusieurs niveaux<sup>37</sup> ; ce qui pose le problème de leur financement. La rentabilité, qui n'apparaît qu'à long terme dans ce type de projets, éloigne le secteur privé pour ces raisons de financement mais aussi pour des raisons liées à la rareté de l'initiative entrepreneuriale

L'État est un employeur important ; il a un rôle central à jouer pour assurer le bon fonctionnement du marché du travail, par le biais de programmes actifs. Cette deuxième mission justifie l'intervention projetée de la coopération dans le secteur de l'emploi, permettant de dynamiser les pôles de productivité et d'emploi notamment dans le secteur privé.

Le rôle des dépenses publiques comme facteur de croissance économique a évolué au cours des dix dernières années. L'investissement public dans les infrastructures serait à l'origine d'une amélioration des performances en termes de croissance et de stimulation de l'investissement du secteur privé et de la Productivité Totale des Facteurs (PTF).

Les investissements représentent le support matériel de la croissance économique. Leurs dimensions, leur rythme, la manière d'allocation dans les secteurs d'activité économique et leur efficacité orientent la croissance économique. Les grands économistes (Keynes, Harrod, Solow, Domar), ont élaboré des modèles mathématiques qui reflètent le rôle de l'investissement dans la croissance économique.

Les théories explicatives de la croissance sont récentes dans l'histoire de la pensée économique. Ces théories ont mis en évidence le rôle primordial du progrès technique sur la croissance. Seul le progrès technique est capable de rendre plus productive une économie, et de lui permettre de produire plus. Ces théories n'expliquent pas d'où provient ce progrès, et en quoi il est lié au fonctionnement de l'économie.

Les économistes Harrod et Domar influencés par Keynes, cherchaient à déterminer les conditions dans lesquelles une phase d'expansion peut être durable. Le modèle de Harrod-Domar permet de faire ressortir le caractère instable de tout processus d'expansion. En particulier, il montre que pour qu'une croissance soit équilibrée, c'est-à-dire que l'offre de

---

<sup>37</sup> P. Jacquet Pierre Jacquet et Olivier Charnoz : '' Infrastructures, croissance et réduction de la pauvreté'', Article pour le Forum franco-vietnamien (6-13 septembre 2003)

production n'augmente ni plus (surproduction) ni moins (sous-production) que la demande, il faut qu'elle respecte un taux précis, fonction de l'épargne et du coefficient de capital de l'économie (quantité de capital utilisée pour produire une entité).

Harrod élabore avec Keynes les premiers concepts de ce qui va devenir la macro-économie au sens moderne, notamment le concept d'une économie à un seul bien, et le raisonnement en termes agrégés, formulation qui simplifie l'analyse. Les idées développées par Harrod appartiennent au courant qui a donné naissance à la "révolution keynésienne". Harrod étend l'analyse de l'équilibre de sous emploi de Keynes au long terme pour conclure à l'instabilité de la croissance.

Robert Solow propose un modèle néoclassique de croissance<sup>38</sup>. Il a établis une explication quantitative de la croissance, et non plus seulement qualitative comme l'avait Schumpeter avec sa théorie de l'entrepreneur. Si la production croît, cela vient de l'augmentation des facteurs de production utilisés, travail et capital. Un pays « en retard » peut donc espérer passer rapidement les étapes en investissant beaucoup.

Ce modèle repose donc sur l'hypothèse d'une productivité marginale décroissante du capital dans la fonction de production. Le modèle est dit néoclassique au sens où les facteurs de production sont utilisés de manière efficace, et rémunérés à leur productivité marginale. Solow démontre que cette économie tend vers un état stationnaire. Dans ce modèle, la croissance de long terme ne peut provenir que du progrès technique (et non plus de l'accumulation du capital).

Le modèle de Ramsey (1928) constitue la seconde référence (avec le modèle de Solow) des modèles de croissance, dans la mesure où il endogénéise le taux d'épargne. Ce taux devient expliqué par les comportements d'optimisation des agents. L'intérêt d'endogénéiser le taux d'épargne permet de prendre en compte les modifications du taux d'épargne à la suite d'une modification économique. Le problème de la croissance se détermine à partir du choix entre consommation présente et consommation future.

Les résultats dans le modèle de Ramsey sont nécessairement optimaux au sens de Paréto. Le taux d'économie est maintenu à son niveau de règle d'or. A l'origine, Ramsey a construit le modèle de résolution du problème d'un planificateur central opérant la maximisation des niveaux des générations successives d'excédent de consommation.

## **Section 1: Le modèle de Harrod – Domar**

Le modèle Harrod-Domar est le premier modèle économique formalisé de la croissance. Ce modèle a ouvert la voie aux modèles modernes de la croissance, en particulier au modèle de Solow. Le modèle Harrod-Domar vise à étendre sur la longue période la Théorie générale de Keynes, qui ne portait que sur le court terme. Tout comme la Théorie générale, ce modèle vise à faire ressortir le caractère instable de la croissance économique, et la nécessité de l'intervention étatique. Ce modèle, même s'il est un peu « rudimentaire » et soumis à nombreuses critiques, constitue un élément de base essentiel à la compréhension de modèles de croissance plus sophistiqués.

---

<sup>38</sup> Robert Solow, « A contribution to the theory of economic growth », dans Quarterly Journal of Economics, 1956.

On va traiter dans cette section la problématique de la croissance de Harrod et Domar qui implique des nouveautés dans la tradition keynésienne. Ces deux modèles de croissance avec progrès technique endogène (implicite dans ce modèle), introduisent d'abord l'idée de nécessité d'un taux de croissance du revenu à l'équilibre et ensuite ils montrent la forte instabilité de cet équilibre. Dans le modèle Harrod-Domar, rien ne garantit qu'une économie soit sur un sentier de croissance stable.

### **1.1. Le modèle de Domar**

Pour Domar, l'investissement est une dépense mais aussi une variation du stock de capital qui dégage des capacités de production. L'hypothèse de Domar évoque que tout investissement a deux effets. A court terme, il augmente la demande globale puisqu'il implique une demande de biens de production. Au delà de la courte période, l'investissement a également un effet sur l'offre : il conduit, en effet, à accroître les capacités de production. Keynes, dans la théorie générale, néglige le second effet : dans la mesure où il se situe dans la courte période, l'investissement n'exerce un effet que sur la demande, effet dont Keynes affirme qu'il dépend de ce qu'il appelle le multiplicateur d'investissement<sup>39</sup>.

L'investissement accroît donc simultanément la demande de biens et l'offre de biens. La question qui se pose est donc: Le surcroît d'offre est-il égal au surcroît de demande? Ou bien: à quelle condition une économie peut bénéficier d'un taux de croissance stable «équilibrée», une croissance stable étant une croissance où l'offre de biens et la demande de biens augmentent de pair? Harrod et Domar arrivent par des voies différentes à la même réponse : si le taux de croissance est juste égal au rapport du taux d'épargne national sur le coefficient de capital.

#### **1.1.1 Les capacités de production et le taux de croissance**

Domar se demande à quelle condition l'accroissement du revenu est compatible avec l'augmentation des capacités de production ? Il veut déterminer les conditions qui permettent à l'augmentation de la demande d'être suffisante par rapport à l'augmentation de l'offre que suscite l'investissement. Selon Domar, pour analyser le processus de la croissance, il faut voir l'investissement non seulement comme un instrument générateur de revenu, mais aussi comme un créateur de capacités de production. Une économie en plein emploi avec un revenu de plein emploi et avec un investissement annuel, peut s'attendre à que ce niveau de plein emploi soit maintenu.

Cependant, s'il y a eu investissement, forcément il y a eu une formation de capital, et donc, s'il y a eu une formation de capital, forcément, les capacités de production de l'économie ont augmenté. Alors, si ce niveau de revenu de plein emploi est maintenu, les capacités de production créées resteront inutilisées, on aura du chômage. A ce moment là, c'est un niveau de revenu supérieur qui permettra d'écouler ce supplément de capacité de production et éviter ainsi le chômage. La solution au problème du chômage réside donc dans un revenu croissant.

---

<sup>39</sup> Un effet multiplicateur est un phénomène d'entraînement qui, pour une variation initiale d'une variable, provoque une variation finale plus importante.



Le problème que se pose alors Domar, c'est: si l'investissement augmente la capacité de production et crée du revenu, quel doit être le taux de croissance de l'investissement de manière à rendre l'augmentation du revenu égale à celle de la production pour que des capacités de production ne restent pas inutilisées ?

### 1.1.2 La formalisation de la condition de Domar

Domar s'interroge sur l'effet de l'investissement dans le temps. Il admet que l'investissement ne fait pas qu'augmenter le revenu de l'économie mais également augmente les capacités de production. Ces deux effets peuvent créer un déséquilibre. Si les capacités de production augmentent plus vite que le revenu de l'économie, il y aura beaucoup de biens disponibles dans l'économie mais pas assez d'argent pour que les consommateurs puissent les acheter. Economiquement, l'offre est supérieure à la demande. Cela peut entraîner une crise de surproduction. En revanche si l'effet créateur de revenu de l'investissement est supérieur à l'effet d'augmentation des capacités de production, les consommateurs sont plus riches mais il y a trop peu de biens à acheter. Economiquement, c'est la demande qui est supérieure à l'offre. Cette situation va naturellement entraîner une augmentation des prix des biens donc de l'inflation.

Naturellement, on peut conclure à première vue que, pour ne pas créer de déséquilibre il faut que l'investissement soit tel que l'effet créateur de revenu et l'effet augmentation des capacités de production doivent être égaux. On peut parler de ce résultat comme étant la condition de Domar. Mais quelle valeur doit-il prendre? Pour répondre à cette question nous allons avoir besoin d'utiliser l'outil mathématique.

Afin de simplifier la démonstration, nous allons poser un certain nombre d'hypothèses.

**Hypothèse 1:** On suppose que nous nous trouvons dans une économie capitaliste fermée et sans état. Techniquement les importations, les exportations, les dépenses publiques et les impôts sont égaux à 0.

**Hypothèse 2:** La fonction de production ne prend en compte qu'un seul facteur, le capital. Domar ne prend pas en considération le facteur travail (qui est bien évidemment très important).

$$Y_t = f(K_t)$$

Afin d'obtenir une solution analytique nous supposons que la fonction de production est de la forme :

$$Y_t = \frac{K_t}{v}$$

Où  $Y_t$  est la production à l'instant  $t$ ,  $K_t$  le capital à l'instant  $t$  et  $v$  un coefficient technique. C'est cette hypothèse qui va nous permettre de quantifier l'effet augmentation des capacités de production de l'investissement. En effet, l'investissement est un flux, une variation du capital entre deux dates consécutives.

$$I_t = DK_t = \frac{\partial K_t}{\partial t}$$

Où  $DK_t$  est la variation du capital entre deux dates très proches. On parle de variation infinitésimale. C'est donc la dérivée du capital par rapport au temps. On peut donc remarquer que la variation de la production dans le temps est déterminée par la dérivée de la production par rapport au temps.

$$\frac{\partial Y_t}{\partial t} = \frac{1}{v} \frac{\partial K_t}{\partial t} = \frac{1}{v} I_t$$

L'effet de l'investissement sur la production est donc une fonction linéaire de l'investissement. En d'autres termes si l'investissement augmente de une unité, la production augmentera de  $1/v$  unités.

**Hypothèse 3 :** L'effet de l'investissement sur le revenu de l'économie est déterminé à partir de l'égalité emplois-ressources. Compte tenu de l'hypothèse 1, l'égalité emplois-ressources se réduit à :

$$Y_t = C_t + I_t$$

**Hypothèse 4 :** nous supposons que la fonction de consommation  $C_t$  est une fonction keynésienne de court terme du type :

$$C_t = cY_t$$

Où  $c$  est la propension marginale à consommer<sup>40</sup>.

### 1.1.3 La double nature de l'investissement

Pour que l'effet de capacité de l'investissement reste égal à son effet créateur de revenu, il faut que l'investissement augmente à un taux constant égal au rapport entre la propension marginale à épargner et le coefficient technologique du capital dans la fonction de production. Domar essaie d'établir une telle équation. Cette équation représente les deux natures de l'investissement: L'effet revenu, du côté de la demande et l'effet capacité, du côté de l'offre.

#### 1.1.3.1 L'effet "revenu" de l'investissement

Du côté de la demande, l'effet de l'investissement est analysé à travers le multiplicateur d'investissement keynésien<sup>41</sup>. On a donc, en notant  $\Delta Y^d$ , l'augmentation de la demande :

$$\Delta Y^d = m \Delta I \dots \dots \dots (1.1)$$

Où le multiplicateur d'investissement  $m$  vaut :  $m = 1 / (1 - c)$

Si on note  $s$  la propension à épargner. D'après Keynes, tout revenu est soit consommé, soit épargné, donc la somme des propensions moyennes à consommer et épargner vaut 1 et la somme des propensions marginales à consommer et épargner vaut aussi 1. On peut donc écrire " $s$ " la propension marginale à épargner sous la forme:  $(1 - c)$  et " $c$ " la propension

<sup>40</sup>La propension marginale à consommer ( $PmC$ ) est la part d'une unité de revenu supplémentaire consacrée à la consommation, c'est-à-dire le rapport entre la variation de la consommation et la variation du revenu ( $\partial C / \partial R$ ). La propension moyenne à consommer ( $PMC$ ) est la part du revenu consacrée à la consommation ( $C/R$ ).

<sup>41</sup> Le multiplicateur keynésien établit une relation multiplicative entre une variation de la dépense de l'État dans une économie, et la variation de la demande agrégée qui en découle.

marginale à consommer sous la forme:  $(1 - s)$ .  $s$  et  $c$  ont tous les deux une valeur comprise entre 0 et 1. On en déduit mathématiquement que pour une unité supplémentaire de revenu acquise, la consommation augmentera mais dans de moins grandes proportions que le revenu.

On a, par définition :  $c + s = 1$ , Par conséquent, l'équation (1.1) peut s'écrire :

$$\Delta Y^d = \Delta I / s \dots \dots \dots (1.2)$$

### 1.1.3.2 L'effet "capacité" de l'investissement

D'autre part, l'investissement augmente l'offre. En notant cette augmentation de l'offre,  $\Delta Y^s$ , on a :

$$\Delta Y^s = I / v \dots \dots \dots (1.3)$$

Où  $v$  est le coefficient de capital, qui correspond à l'inverse de la productivité du capital. Domar présuppose, en effet, que la productivité du capital ( $Y/K$ ) est constante: chaque unité de capital supplémentaire engendre la même croissance supplémentaire.

Dans d'autres termes,  $1/v$  indique l'augmentation de la capacité de production qui accompagne chaque dollar investi et non pas la croissance du revenu produite par chaque dollar investi. Soit  $I$  l'investissement annuel de l'économie,  $I/v$  définit alors l'accroissement possible pour l'économie. C'est le côté de l'offre de l'équation. S'il est élevé cela indique que l'économie est capable d'augmenter sa production relativement vite : la question est de savoir si cette capacité accrue amènera à une plus grande production ou à un chômage. Cela dépendra du comportement du revenu monétaire.

### 1.1.4 La nécessité d'un taux de croissance à l'équilibre

A l'équilibre dynamique la masse de revenu crée par l'accroissement de l'investissement doit permettre d'écouler la masse supplémentaire de biens produits par l'accroissement des capacités de production. Pour qu'il n'y ait pas de capacités de production inutilisées il faut que l'effet capacité et l'effet revenu dégagés par la variation de l'investissement soient égaux.

Autrement dit, pour que la croissance soit équilibrée, il faut que l'augmentation de la demande soit égale à l'augmentation de l'offre, donc que  $\Delta Y^d = \Delta Y^s$ . Pour maintenir cette égalité, il faut que l'investissement et par conséquent la production croissent à un taux constant et égal au rapport du taux d'épargne national  $ss$  sur le coefficient de capital  $v$ .

On arrangeant (1.2) et (1.3) on obtient :

$$\Delta I / I = s / v \dots \dots \dots (1.4)$$

Cette dernière équation définit le taux de croissance annuel de l'investissement  $s/v$  nécessaire au maintien du plein emploi sans gaspillage de capacités de production. Domar veut faire remarquer le fait que l'accroissement du revenu n'est pas fonction du montant investi, il est fonction de l'accroissement de l'investissement. C'est la totalité de l'investissement qui accroît la capacité de production, mais seul la part correspondante à un accroissement de cet investissement augmente le revenu national. En d'autre terme, on

constate que l'effet d'offre de l'investissement est proportionnel à cet investissement, alors que l'effet sur la demande est proportionnel à la variation de l'investissement, ce qui laisse supposer que rien ne garantit que la croissance de la demande soit suffisante pour valider la croissance de l'offre. Rien ne garantit donc que la croissance soit équilibrée.

Plus précisément, en prétendant, que le coefficient de capital est constant, le taux de croissance de l'investissement est égal au taux de croissance ( $\Delta I/I = \gamma$ ). Donc le taux de croissance de la production  $\gamma$  est simplement égal à l'augmentation de la production divisée par le montant total de celle-ci, ainsi  $\gamma$  sera d'autant plus élevé que  $s$  est fort et  $v$  (capital/production) est faible. L'équation (1.4) signifie donc que pour que la croissance soit équilibrée, il faut qu'elle soit égale au rapport  $s/v$ . Or, la propension à épargner, le coefficient de capital et le taux de croissance de la production sont indépendants les uns des autres. Il n'y a donc aucune raison pour que le taux de croissance permettant une croissance équilibrée se réalise.

### ➤ Interprétation des résultats

Si l'investissement croît au taux  $s/v$  alors toutes les autres variables du modèle croissent au même taux. En particulier, Domar distingue deux situations :

Un coefficient technologique  $v$  faible est synonyme d'une technologie efficace. En effet pour un même niveau de capital  $K_t$ , plus  $v$  est faible plus la production  $Y_t$  est élevée. Ainsi il est possible de déduire que le taux de croissance de l'économie est d'autant plus élevé que la technologie est efficace. Si l'augmentation de la demande est supérieure à l'augmentation de l'offre, c'est à dire si  $\gamma > s/v$ , alors le déséquilibre engendrera de l'inflation.

Si le taux d'épargne de l'économie est faible, alors le taux de croissance de l'investissement à l'équilibre entraîne un taux de croissance de l'économie faible. Autrement dit si l'augmentation de la demande est insuffisante par rapport à celle de l'offre, c'est à dire si  $\gamma < s/v$ , alors le déséquilibre engendrera une crise déflationniste.

En partant d'un niveau d'investissement d'équilibre, correspondant à une situation de plein emploi, si l'investissement croît à un taux inférieur à  $s/v$ , alors les capacités de production augmenteront plus que la demande: il en résultera du chômage. C'est cette seconde situation qui paraît la plus probable à Domar, marqué par la crise de 1929. Elle lui semble d'autant plus probable que selon la Théorie générale<sup>42</sup>, la propension à épargner doit croître avec l'accroissement des revenus. Malheureusement, il est extrêmement difficile de vérifier empiriquement de tels résultats. La raison est que ce modèle est trop simpliste pour être testé empiriquement.

Domar retrouve ainsi, en longue période, les conclusions que Keynes formulait pour la courte période : l'équilibre de sous-emploi est le plus probable dans une économie de marché. L'augmentation de l'investissement ne suffit pas, la plupart du temps, à générer une demande suffisante face aux capacités de production supplémentaires qu'elle induit : le chômage en est la conséquence.

---

<sup>42</sup> Avec la Théorie générale, Keynes a développé l'hypothèse que la demande est le principal facteur déterminant le niveau de la production et par conséquent celui de l'emploi.

### 1.1.5 Critiques du modèle de Domar

Le modèle de Domar doit affronter plusieurs critiques assez sévères : En premier lieu, Domar extrait une condition d'équilibre mais ne dit rien sur les situations hors équilibre ce qui est assez paradoxale pour un keynésien. Nous savons seulement que si le taux de croissance de l'investissement est inférieur à  $s/v$  l'économie connaîtra de l'inflation puisque la production augmente moins vite que les revenus. Par ailleurs, si le taux de croissance de l'investissement est supérieur à  $s/v$  il y a un risque de déflation ou de crise de sur production puisque la production croît plus vite que les revenus.

En second lieu, Domar n'introduit pas le travail dans la fonction de production. Or manifestement le facteur travail ne doit pas être oublié. Domar raisonne comme si le marché du travail était toujours à l'équilibre. Cet «oubli» va être réparé par Harrod dès 1939.

Le message le plus important du modèle de Domar est que la croissance n'est pas systématique. Ce n'est pas parce qu'on accumule du capital qu'il y aura de la croissance et donc une augmentation du bien être. Encore faut-il que l'investissement croisse à un taux déterminé par des paramètres exogènes pour que la croissance ne crée pas de déséquilibre.

### 1.1.6 L'investissement, remède et cause

Domar retrouve également Keynes dans les conclusions qu'il en tire : il accorde à l'État un rôle essentiel de régulateur de la demande globale. En effet, l'équation (1.1) est valable pour toute dépense autonome : l'État peut ainsi stimuler la demande, sans augmenter l'investissement et donc sans accroître les capacités d'offre, restaurant ainsi l'équilibre de plein emploi. De même, l'Etat peut modifier, par sa politique fiscale notamment, la répartition des revenus de manière à accroître les revenus des plus pauvres, qui épargnent également le moins, au détriment des plus riches. Cela pour effet de diminuer la propension à épargner de l'économie,  $s$ . Par suite, le ratio  $s/v$  baisse : le taux de croissance de l'investissement nécessaire au maintien du plein emploi est donc plus faible.

Dans ce modèle, le taux d'épargne ( $s$ ) est très difficile à faire varier et fait qu'on ne puisse obtenir un niveau de revenu et donc d'emploi plus élevé qu'à travers un accroissement de l'investissement. Mais cet investissement, en raison de l'effet «capacité» fait que l'économie se trouve dans un dilemme : «si des investissements suffisants ne sont pas atteints aujourd'hui il y aura chômage. Mais si on investit assez aujourd'hui il faudra investir encore plus demain si on ne veut pas qu'il y ait chômage demain. » (Domar, « Expansion et Emploi » 1973). En effet, l'effet «revenu» de l'investissement, à travers le multiplicateur est temporaire tandis que la capacité de production a été accrue pour de bon. Finalement, par rapport au chômage l'investissement est «en même temps un remède contre la maladie et la cause de plus grands troubles pour le futur » (Domar).

Ce modèle reste limité au sens où il n'est pas un modèle réellement dynamique. En particulier, il n'incorpore aucune fonction d'investissement. Il ne fait que transposer deux conditions d'équilibre de courte période sur la longue période. Le modèle de Harrod, en incorporant une fonction d'investissement élémentaire, dépasse en partie cette limitation, même si ses conclusions sont proches.

## 1.2 Le modèle de Harrod

Harrod va soutenir l'argument de Domar d'impossibilité d'une croissance équilibrée. Dès lors, la croissance ne peut qu'être instable et conduire soit à un suremplei des facteurs de production conduisant à l'inflation, soit à un sous-emploi aboutissant à un chômage permanent. Selon Harrod, le capitalisme est donc incapable de maintenir le plein-emploi. Sous l'influence de Keynes, Harrod appuie son raisonnement sur les anticipations de débouchés des entrepreneurs. Keynes place au centre de sa théorie les prévisions de demande des entreprises. Mais seulement dans un modèle de courte période.

### 1.2.1 Présentation du modèle

Harrod détermine d'abord  $\gamma$  qui est le taux de croissance effectif, c'est une transposition dynamique du concept de revenu effectif et représente donc le taux au quel le revenu croît effectivement dans l'économie. Il définit ensuite  $\gamma^e$  comme le taux de croissance qui permet à l'économie de suivre un sentier d'équilibre. Sur ce sentier, les firmes planifient en permanence un montant d'investissement qui correspond exactement à la fraction du revenu qui a été épargnée. Pour le déterminer, Harrod associe la théorie du multiplicateur de Keynes et le principe d'accélération<sup>43</sup>. L'investissement désiré des entrepreneurs à l'équilibre doit être égale à l'investissement effectivement réalisé.

Le modèle de Harrod s'articule donc autour de trois notions fondamentales.

- Le taux de croissance garanti ( $\gamma^e$ ) correspond au taux de croissance qui permet l'équilibre sur le marché des biens sur la longue période, c'est-à-dire celui où les décisions d'épargne des ménages sont égales aux décisions d'investissement des entreprises ex-ante sur le long terme, permettant ainsi aux investissements désirés par les entrepreneurs d'être réalisés.
- le taux de croissance réalisé  $\gamma$ , c'est à dire le taux de croissance effectif de l'économie.
- le taux de croissance naturel de la population active  $n$ , qui est supposé exogène à l'économie.

Deux questions essentielles se posent pour Harrod. Premièrement, à quelles conditions le taux de croissance réalisé peut-il être égal au taux de croissance garanti? Autrement dit, l'économie peut-elle être sur un sentier de croissance stable, permettant un équilibre durable des décisions d'épargne et d'investissement?

D'autre part, le taux de croissance garanti est-il compatible avec le taux de croissance naturel? C'est à dire, le taux de croissance d'équilibre de l'économie est-il suffisant pour que l'augmentation de la population active ne débouche pas sur une augmentation du chômage?

---

<sup>43</sup> Le principe d'accélération intègre l'idée selon la quelle les entrepreneurs fondent leurs projets d'investissement non pas sur le niveau de revenu mais sur la vitesse de son évolution.

### 1.2.2 La fonction de production Keynésienne

Dans le court terme<sup>44</sup>, il est impossible de «jouer» sur la substituabilité des facteurs de production et aussi de remplacer du capital par du travail et inversement. Pour tenir compte de telles rigidités, il convient de prendre une fonction de production à facteurs de production complémentaires. La forme adoptée par Harrod est la suivante :

$$Y_t = \min \left\{ \frac{K_t}{v}; \frac{L_t}{u} \right\}$$

Cette fonction nous dit que la production est égale au minimum des deux termes qui se trouvent entre parenthèses. En d'autres termes on peut écrire que :

Si  $K_t/L_t < v/u$  alors la production est déterminée par  $Y_t = K_t/v$ . Dans ce cas, la production est contrainte par le manque de capital physique. Le terme  $K_t/L_t$  est le capital par travailleur, s'il est faible (inférieur à  $v/u$ ) la production ne dépend que de la quantité de capital disponible dans l'économie.

Si  $K_t/L_t > v/u$  alors la production est déterminée par  $Y_t = L_t/u$ . Dans ce cas, la production est contrainte par le manque de travail.

La fonction de production keynésienne peut être exprimée par tête:

$$y_t = \frac{Y_t}{L_t} = \min \left\{ \frac{K_t}{vL_t}; \frac{L_t}{uL_t} \right\} = \min \left\{ \frac{k_t}{v}; \frac{1}{u} \right\}$$

Où  $y_t$  est la production par tête, et  $k_t$  le capital par tête.

### 1.2.3 La structure du modèle de Harrod

**Hypothèse 1:** Par soucis de simplification on suppose que l'économie est de type capitaliste et fermée.

**Hypothèse 2:** La fonction de production par tête est une fonction de court terme qui prend la forme suivante :

$$Y_t = \min \left\{ \frac{K_t}{v}; \frac{L_t}{u} \right\}$$

**Hypothèse 3:** On suppose que la force de travail croît à taux constant  $n$ .

$$\gamma_L = \frac{DL_t}{L_t} = n$$

**Hypothèse 4:** La fonction de consommation est une fonction keynésienne de long terme :

$$C_t = cY_t$$

---

<sup>44</sup>Les Keynésiens s'opposent aux classiques et considèrent que l'analyse économique doit se mener dans le court terme et non dans le long terme. Ils ne remettent pas totalement en cause l'analyse de long terme mais considèrent que ce type d'analyse dissimule les problèmes de déséquilibre dans le court terme.

**Hypothèse 5:** La fonction d'investissement est fonction de la production attendue :

$$Y_t = \frac{K_t}{v}$$

Pour atteindre un niveau de production  $Y_t^e$ , il faudra donc un capital égal à :

$$K_t^e = v Y_t^e$$

On en déduit que le taux de croissance anticipé du capital doit être égal au taux de croissance de la production anticipée

$$\frac{DK_t^e}{K_t^e} = \frac{DY_t^e}{Y_t^e} = \gamma^e$$

$$I_t = \gamma^e K_t$$

L'investissement par tête est obtenu en divisant par la population

$$\frac{I_t}{L_t} = \gamma^e k_t$$

**Hypothèse 6:** L'égalité emploi ressource est:

$$Y_t = C_t + I_t$$

En divisant l'égalité emplois-ressources par  $L_t$  puis en remplaçant l'investissement par tête par l'expression précédente on obtient :

$$y_t = c_t + \gamma^e k_t$$

#### 1.2.4 Le sentier d'équilibre

En partant des formulations de Keynes, Harrod pose que l'épargne ( $S$ ) est proportionnelle au revenu ( $Y$ ) :

$$S = sY \dots \dots \dots (1.5)$$

Où  $s$  est la propension à épargner, comprise entre 0 et 1.

Harrod suppose également que l'investissement ( $I$ ) est proportionnel aux variations du revenu, selon le principe de l'accélérateur d'investissement<sup>45</sup> :

Soit  $Y_0; Y_1$  revenu à la période 0 et à la période 1, et  $v(Y_1 - Y_0)$ , l'investissement désiré,

$$I = v \cdot \Delta Y \dots \dots \dots (1.6)$$

---

<sup>45</sup>L'effet accélérateur désigne en économie l'effet d'entraînement réciproque entre la croissance de la demande et de celle de l'investissement productif.



Où  $v$  est le rapport entre le capital disponible et la production qu'il permet de mettre en œuvre ( $K/Y$ ). Le coefficient marginal du capital est nécessaire à la maximisation du profit des entrepreneurs

A l'équilibre on doit avoir l'égalité entre l'investissement désiré et l'investissement effectivement réalisé qui correspond à l'épargne réalisée. Pour qu'il y ait équilibre sur le marché des biens, on doit avoir  $I = S$ .

$$S = sY = I = v \cdot \Delta Y \dots \dots (1.7)$$

$$s \cdot Y = v \cdot \Delta Y \dots \dots \dots (1.8)$$

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \gamma = s/v \dots \dots \dots (1.9)$$

Il existe donc un taux de croissance du produit brut qui permet la satisfaction des plans des entrepreneurs. A ce taux les plans d'investissement sont parfaitement coordonnés avec les plans de consommation (ou épargne). Une telle problématique tire son inspiration de Keynes qui disait déjà dans sa Théorie Générale que les défauts de coordination conduisent les agents à faire des anticipations de dépenses que ne se réalisent pas, c'est à dire que la demande effective ne permet pas le plein usage des capacités.

Le problème est donc de savoir si ce taux qui satisfait les plans des producteurs coïncide avec le taux de croissance effectif du revenu, constaté dans l'économie. En effet si les producteurs n'anticipent pas bien les plans de consommation, le taux de croissance garanti  $\gamma^e$  ne sera pas égal au taux de croissance réel ou effectif  $\gamma$ , ceci est le premier problème de Harrod.

Harrod soulève un second problème : même si l'économie restait sur son sentier équilibré «taux garanti» il n'y a aucune raison que ce taux assure le plein-emploi. Harrod appelle le taux naturel le taux qui garantit l'absorption de la main d'œuvre totale. Admettons que l'économie progresse au taux garanti mais que le taux naturel soit inférieur. La croissance va résorber le chômage puis buter sur le plein-emploi. L'économie devra donc admettre un taux inférieur au taux garanti.

#### 1.2.4.1 Confrontation de l'offre et de la demande

L'offre de biens et services dans le modèle d'Harrod est :

$$y_t^s = \min \left\{ \frac{k_t}{v}; \frac{1}{u} \right\}$$

La demande dans le modèle d'Harrod est :

$$y_t^d = c_t + \gamma^e k_t$$

Nous allons étudier les cas de l'équilibre. Deux cas se présentent soit l'offre est inférieure à la demande, soit la demande est inférieure à l'offre.

### ➤ Situations de demande excédentaire

Si l'offre est inférieure à la demande, nous avons deux cas de figure puisque l'offre peut prendre deux valeurs :

**1<sup>er</sup> cas :**  $y_t^s = k_t/v$  c'est à dire :  $k < v/u$  , la demande est :

$$y_t^d = c \frac{k_t}{v} + \gamma^e k_t$$

L'offre est inférieure à la demande si :

$$y_t^s < y_t^d \Rightarrow \frac{k_t}{v} < c \frac{k_t}{v} + \gamma^e k_t$$

En simplifiant par  $k_t$  et en arrangeant on obtient :

$$\gamma^e > \frac{1-c}{v} = \frac{s}{v}$$

Dans ce cas, l'offre est contrainte par le manque de capital et la demande n'est pas satisfaite. Pourtant, il existe dans l'économie assez de travailleur pour produire plus mais le système de production manque cruellement de capital. Comme la fonction de production est à facteur complémentaire, il y a des chômeurs dans cette économie. On parle de chômage classique puisque c'est l'offre (qui pourrait être plus importante) qui est à l'origine du chômage.

Comme le taux de croissance anticipé par les producteurs est supérieur à la valeur  $s/v$  et que l'offre est inférieure à la demande, on s'attend, dans le paradigme néoclassique à ce que les prix augmentent. Mais dans un paradigme Keynésien, ce sont les quantités qui s'ajustent et donc les producteurs vont augmenter leurs investissements de façon à augmenter leur production pour répondre à une demande excédentaire. Ainsi, le taux de croissance anticipé de l'économie  $\gamma^e$  est reconsidéré à la hausse.

Quel est l'effet sur l'évolution du capital par tête?

$$k_t = \frac{K_t}{L_t} \Rightarrow \frac{Dk_t}{k_t} = \frac{DK_t}{K_t} - \frac{DL_t}{L_t} = \gamma^e - n$$

$$Dk_t = (\gamma^e - n)k_t \dots \dots \dots (1.10)$$

Les variations du capital par tête dépendent de la différence entre le taux de croissance anticipé et le taux de croissance de la population. Si le taux de croissance anticipé est inférieur au taux de croissance de la population, le capital par tête diminue (le capital augmente moins vite que la population). En revanche, si le taux de croissance anticipé de la production est supérieur au taux de croissance de la population, le capital par tête augmente (le capital augmente plus vite que la population).

**Synthèse de ce premier cas:** Il y a chômage keynésien si :

$$\begin{cases} k < v/u \\ \gamma^e > s/v \end{cases}$$

Le capital par tête varie de la façon suivante: si

$$\begin{aligned} \gamma^e > n &\Rightarrow k \uparrow \\ \gamma^e < n &\Rightarrow k \downarrow \end{aligned}$$

Les anticipations des producteurs augmentent  $\gamma^e \uparrow$

**2<sup>ème</sup> cas :**  $y_t^s = 1/u$  c'est à dire :  $k > v/u$

Dans ce cas, l'offre est constante. C'est le nombre de travailleurs qui détermine les quantités offertes. Il n'y a pas donc de chômage. On parle encore de plein emploi du facteur travail. La production est contrainte par le manque de "mais d'œuvres". La demande est :

$$y_t^d = c \frac{1}{u} + \gamma^e k_t$$

L'offre est inférieure à la demande si :

$$y_t^s < y_t^d \Rightarrow \frac{1}{u} < c \frac{1}{u} + \gamma^e k_t$$

$$\gamma^e > \frac{s}{v} \frac{1}{k_t}$$

Si le taux de croissance anticipé par les producteurs est supérieur à la valeur  $(s/vk_t)$  alors l'offre restera inférieure à la demande. Dans un paradigme néoclassique, on peut s'attendre à ce que les prix augmentent. Mais dans un paradigme Keynésien, ce sont les quantités qui s'ajustent. Mais, augmenter l'investissement ne permettra pas d'augmenter l'offre, car on ne peut plus embaucher. Ainsi, le taux de croissance anticipé de l'économie  $\gamma^e$  est reconsidéré à la baisse.

Quel est l'effet sur l'évolution du capital par tête?

$$Dk_t = (\gamma^e - n)k_t$$

Si le taux de croissance anticipé est inférieur au taux de croissance de la population, le capital par tête diminue. En revanche, si le taux de croissance anticipé de la production est supérieur au taux de croissance de la population, le capital par tête augmente.

**Synthèse de ce deuxième cas :** Il y a chômage keynésien,  
Si :

$$\begin{cases} k > v/u \\ \gamma^e > \frac{s}{v} \frac{1}{k_t} \end{cases}$$

Le capital par tête varie de la façon suivante:

Si :

$$\begin{aligned}\gamma^e > n &\Rightarrow k \uparrow \\ \gamma^e < n &\Rightarrow k \downarrow\end{aligned}$$

Les anticipations des producteurs diminuent  $\gamma^e \downarrow$

➤ **Situations d'offre excédentaire**

L'économie produit des biens et services mais la demande est trop faible. En d'autres termes l'effet de capacité de l'investissement est supérieur à l'effet créateur de revenu. Le premier cas est naturellement celui pour lequel :

$$\begin{cases} k < v/u \\ \gamma^e < s/v \end{cases}$$

Dans cette situation, l'offre est supérieure à la demande. Si l'effet créateur de revenu était plus important, l'offre pourrait être écoulee. On parle de chômage keynésien puisqu'il suffit de "payer" plus les travailleurs de façon à ce qu'ils augmentent leur demande et puisse acheter l'offre excédentaire. Mais les producteurs n'anticipent pas cette possibilité, ne pouvant écouler leur production révisent leurs anticipations à la baisse  $\gamma^e \downarrow$ .

Cette situation ne change rien à la dynamique du capital.

Si :

$$\begin{aligned}\gamma^e > n &\Rightarrow k \uparrow \\ \gamma^e < n &\Rightarrow k \downarrow\end{aligned}$$

Le second cas est naturellement celui pour lequel :

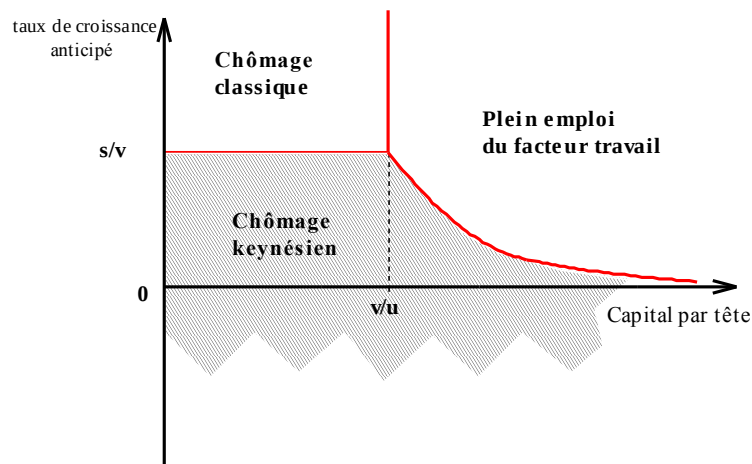
$$\begin{cases} k > v/u \\ \gamma^e < \frac{s}{v} \frac{1}{k_t} \end{cases}$$

La encore nous nous trouvons dans une situation de chômage keynésien. Le problème dans ce cas est que l'offre est déterminée par le nombre de "mains d'œuvres" disponibles dans l'économie. Mais la demande est inférieure à l'offre. Les producteurs vont chercher à réduire leur production pour s'ajuster à la demande. Leurs anticipations sont donc revues à la baisse  $\gamma^e \downarrow$ .

Cette situation ne change rien à la dynamique du capital.

Si :

$$\begin{aligned}\gamma^e > n &\Rightarrow k \uparrow \\ \gamma^e < n &\Rightarrow k \downarrow\end{aligned}$$



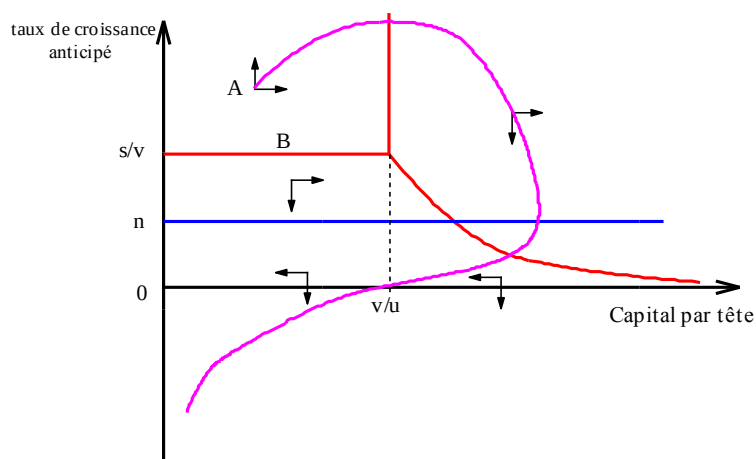
Graphe 1.1

### ➤ Synthèses graphiques des situations de déséquilibre

Nous allons présenter graphiquement les situations de déséquilibres (chômage classique, chômage keynésien, plein emploi du facteur travail) ainsi que les dynamiques du capital et des anticipations. Nous distinguerons trois cas lorsque le taux de croissance de la population est inférieur à  $s/v$ , ensuite lorsque le taux de croissance de la population est supérieur à  $s/v$  et enfin lorsque le taux de croissance de la population est strictement égal à  $s/v$ .

Nous allons observer que l'économie est vouée à la ruine dès lors que le taux de croissance de la population ( $n$ ) est différent de  $s/v$ .

**1<sup>er</sup> cas :  $n < s/v$**



Graphe 1.2

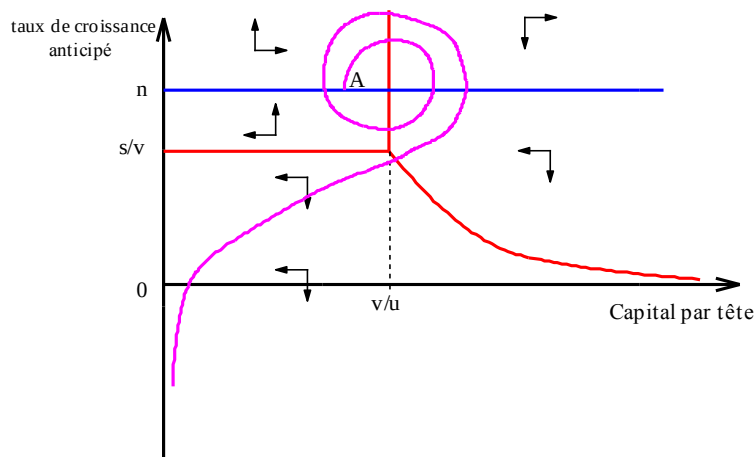
Si l'économie se trouve au point A (zone de chômage classique) et que le taux de croissance de la population est inférieur à  $s/v$ , alors l'investissement global croît à un rythme supérieur à celui de la population et donc le capital par tête augmente. Les anticipations sont révisées à la hausse puisqu'il suffit d'investir pour produire plus, répondre à la demande excédentaire et embaucher.

L'économie se déplace donc vers le "nord-est". Une fois le plein emploi réalisé, les perspectives de production sont revues à la baisse (taux de croissance de la production est supérieur à 0). On se déplace donc vers le "sud-est". Le taux de croissance de l'investissement devient inférieur au taux de croissance de la population, le capital par tête diminue. On se déplace donc vers le "sud-ouest". On entre dans la zone de chômage keynésien, la demande est trop faible par rapport à la production, le taux de croissance anticipé est revu à la baisse (jusqu'à en devenir négatif) et l'investissement est tellement faible que le capital par tête diminue. L'économie se trouve dans une situation dramatique qui va la conduire à la ruine.

On remarquera que même si l'économie démarre au point B elle atteint la zone de plein emploi du facteur travail pour finir ruinée dans la zone de chômage keynésien.

## 2<sup>ème</sup> cas $n > s/v$

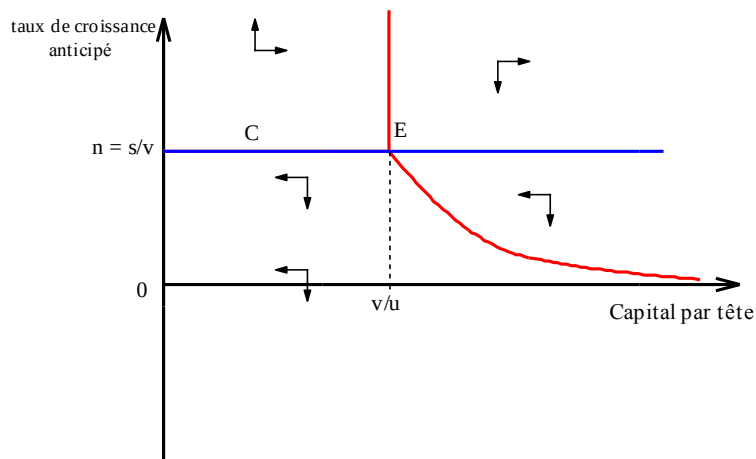
Le raisonnement reste globalement le même. Sur le graphique suivant il représente une dynamique peu plausible dans la réalité, qui laisse entrevoir un passage de la zone de plein emploi du facteur travail à une zone de chômage classique. Cela a pour effet de "relancer" la machine économique. Malheureusement l'économie atteint tôt ou tard la zone de chômage classique qui déstabilise l'économie et la voue à la ruine.



Graphe 1.3

## 3<sup>ème</sup> cas : $n = s/v$

Dans ce cas les économies ayant les paramètres  $n, s$  et  $v$  tels que  $n = s/v$  garde le capital par tête qu'elles avaient. La croissance économique se fait donc au rythme d'évolution de la population. On remarque qu'une économie qui débute au point E a un capital par tête supérieur tout au long de son existence à celle qui débute en C. Ainsi le modèle d'Harrod et Domar laisse entrevoir la possibilité d'existence de pays riches et de pays pauvres !



Graphe 1.4

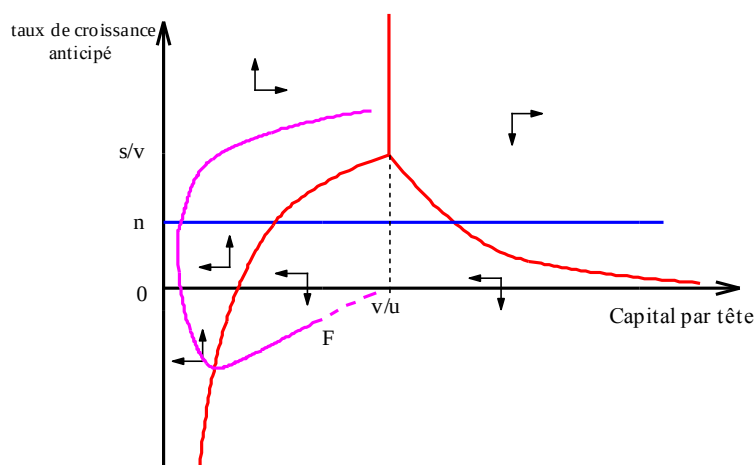
### 1.3 Les enseignements du modèle de Harrod et Domar

Pour ces deux keynésiens, la croissance économique est un phénomène extrêmement instable. Le but n'est pas forcément la critique du système capitaliste mais plutôt la recherche de la justification de l'intervention de l'Etat. La question qui se pose est bien sûr : que peut faire l'Etat pour empêcher l'économie de rentrer dans la zone de chômage keynésien qui sera déstabilisatrice ?

C'est la faiblesse de la demande qui est à l'origine de révisions à la baisse des anticipations. Il suffit donc que l'Etat crée une demande pour arrêter cette baisse. La fonction de demande va donc être augmentée des dépenses publiques faites par le gouvernement  $G_t$ :

$$y_t^d = c_t + \gamma^e k_t + G_t$$

Cette intervention a pour effet de modifier la frontière entre chômage classique et chômage keynésien. Ainsi l'économie qui se trouve en situation de chômage keynésien revient de façon systématique dans une zone de chômage classique où les anticipations sont révisées à la hausse.



Graphe 1-5

L'intervention de l'état dans la vie économique par le biais des dépenses publiques peut empêcher une économie d'être vouée à la ruine.

La croissance n'est stable que si le taux de croissance de la population est strictement égal à  $s/v$ . Or cette conditions est extrêmement difficile à réaliser car le taux de croissance de la population, le taux d'épargne et le coefficient de technologie sont donnés et exogène. Il suffirait de rendre endogène un de ces trois paramètres pour retrouver une stabilité de la croissance économique.

### 1.3.1 L'endogénéisation du taux de croissance de la population

Harrod note  $n$  le taux de croissance de la population active. Ce taux est exogène à l'économie, c'est-à-dire qu'il n'est pas influencé par les phénomènes économiques. Pour que le taux de chômage reste stable, il faut que la population active augmente au même rythme que le taux de croissance garanti :  $n = \gamma^e$ . Pour que la croissance soit équilibrée et sans chômage, on doit donc avoir :

$$n = s/v \dots \dots \dots (1.10)$$

Or, il n'y a aucune raison pour que cette dernière égalité soit réalisée : les trois variables  $n$ ,  $s$  et  $v$  sont toutes indépendantes les unes des autres. Par conséquent, pour Harrod, la croissance est fondamentalement instable et porteuse de chômage.

Il serait nécessaire de trouver un mécanisme qui inciterait les ménages à faire des enfants de façon à ce que le taux de croissance de la population soit strictement égal à  $s/v$ . Il semble difficile de convaincre les ménages de faire des enfants en fonction du taux d'épargne social et de la technologie. Cela dit à technologie identique, le taux de croissance de la population devrait être d'autant plus élevé que le taux d'épargne est grand. En retour, le taux de croissance de la population devrait être d'autant plus élevé que la technologie est efficace. On constate empiriquement que les pays qui ont un fort taux de croissance de la population n'ont ni un taux d'épargne élevé ni une technologie très performante.

### 1.3.2 L'endogénéisation du taux d'épargne social

Les implications sur le taux d'épargne dépendent des caractéristiques de l'économie. L'épargne est une vertu si le taux de croissance garanti est inférieur au taux naturel. Il est un vice dans le cas contraire.

Il serait donc nécessaire de trouver un mécanisme qui ajusterait le taux d'épargne social à  $nv$ . L'idée a été retenue par Kaldor qui suppose que l'économie est constituée de capitalistes qui ne vivent que du revenu du capital et de travailleurs qui ne vivent que du revenu de leur travail. Les capitalistes ont un taux d'épargne supérieur à celui des travailleurs. Ainsi, en faisant varier la rémunération du capital ou du travail il devient possible de modifier la part de la production qui revient aux capitalistes et aux travailleurs. De ce fait, on s'offre la possibilité de faire varier le taux d'épargne social entre deux bornes, une baisse qui est le taux d'épargne des travailleurs et une élevée qui est le taux d'épargne des capitalistes.

### 1.3.3 L'endogénéisation de la technologie

La fonction de production keynésienne interdisait la substituabilité des facteurs de production. Si cela reste plausible dans le court terme, il n'est plus possible de soutenir une telle hypothèse dans le long terme. Ainsi, en prenant une fonction de production de type Cobb



Douglas on peut rendre variable  $v = K/Y$  de façon à ce qu'il s'ajuste automatiquement à  $n/s$ . C'est ce que préconise Solow, dont on étudiera le modèle ultérieurement.

#### 1.4 Le modèle de Harrod-Domar et l'économie du développement

Le modèle de Harrod-Domar a exercé une importante influence sur l'économie du développement durant les trente glorieuses<sup>46</sup>. Dans la mesure où la productivité du capital ( $1/v$ ) était supposée à l'époque constante, car dépendante de paramètres technologiques, le modèle suggérait que le seul moyen pour un pays en développement d'accroître son taux de croissance passait par une augmentation de son épargne. L'épargne privée étant insuffisante dans ces pays, seule l'aide étrangère et l'État, par une politique d'excédents budgétaires, pouvaient accroître le taux d'épargne de l'économie, finançant ainsi un taux d'investissement plus élevé.

Toutefois, comme le soutient Bhagwati (1998), le développement dépend plus de l'accroissement de la productivité du capital que de l'accroissement du taux d'investissement. Par ailleurs, rien ne garantit que l'aide étrangère se traduise par un accroissement identique de l'investissement, elle peut provoquer une baisse de l'épargne privée et de la productivité du capital.

##### 1.4.1 Limite du modèle

Pour Harrod et Domar, la croissance est toujours "sur le fil du rasoir": elle est fondamentalement instable, et peut s'accompagner d'un chômage durable. Seul l'Etat est à même de stabiliser le sentier de croissance de l'économie, en régulant la demande globale. Ce modèle est néanmoins critiquable, en particulier en raison des hypothèses qui le fondent.

Premièrement, le modèle repose sur l'hypothèse que la propension à épargner est stable, et ne dépend pas des autres variables du modèle. Or, sur le long terme, la propension à épargner d'une économie varie. Cela a conduit les post keynésiens de Cambridge (Joan Robinson et Nicholas Kaldor) à élaborer à partir du modèle de Harrod-Domar et de l'œuvre de Michal Kalecki, des modèles de croissance où l'épargne joue le rôle de variable d'ajustement.

D'autre part, le modèle repose sur l'hypothèse fondamentale que le travail et le capital ne sont pas substituables : toute augmentation de la production implique un accroissement proportionnel du capital et de la main d'œuvre. La fonction de production est ainsi supposée être à proportion de facteurs fixe. Les ratios  $K/Y$  et  $K/L$  sont donc stables. Or, cette hypothèse est difficile à soutenir pour la longue période.

Le modèle de Harrod est fortement inspiré de la théorie de Keynes, par la contradiction de la loi de Say<sup>47</sup> et par l'effet du multiplicateur de l'investissement. L'apport majeur de ce modèle est l'approche par le capital, en considérant qu'une variation de l'investissement augmente non seulement le revenu, mais dégage aussi des capacités supplémentaires de production. Domar arrive donc à déterminer le taux de croissance nécessaire de l'investissement qui fait que l'augmentation du revenu qui en découle est suffisante pour combler les capacités de production dégagées par ce même accroissement de

---

<sup>46</sup> Les Trente Glorieuses sont la période de forte croissance économique qu'ont connu entre 1945 et 1973 une grande majorité des pays développés, principalement les membres de l'OCDE.

<sup>47</sup> L'offre crée sa propre demande, c'est-à-dire que la création d'un bien trouve toujours un débouché.

l'investissement. Harrod lui, montre l'instabilité de ce sentier de croissance équilibrée et que tout écart du sentier mènera à une expansion ou à une dépression cumulative qui s'écartera de plus en plus de l'équilibre.

Ces résultats négatifs, correspondent bien au pessimisme dû à l'instabilité économique et financière après la crise de 1929. Par la suite, le modèle de Solow modifiera ces résultats négatifs en relâchant certaines hypothèses restrictives du modèle Harrod-Domar, comme la rigidité du coefficient du capital ( $v$ ) et en recourant à la substitutabilité des facteurs de production. Kaldor, aussi, corrigera le modèle Harrod-Domar en relâchant l'hypothèse de la rigidité de la propension marginale à épargner ( $s$ ).

Le modèle de Domar est fondé sur la distinction entre les deux effets de tout investissement : un effet de revenu et un effet de capacité. Pour que la croissance soit équilibrée, il faudrait que ces deux effets soient égaux : la demande supplémentaire créée par l'augmentation des revenus ouvrant suffisamment de débouchés à l'offre supplémentaire créée par des capacités de production. Domar démontre qu'il n'y a aucune raison pour qu'il en soit durablement ainsi : le système capitaliste est condamné au déséquilibre, puis à la stagnation.

L'équilibre implique donc que le taux de croissance garanti soit égal au rapport  $s/v$ . Or, il n'y a pas de raison pour que le taux de croissance réalisé, qui dépend de décisions individuelles, respecte ce ratio, qui dépend des structures de l'économie (de sa propension à épargner et de son coefficient de capital). L'effet demande peut être plus ou moins fort selon que  $s$  est plus ou moins faible. De même, l'effet capacité dépend de la taille de  $v$ .

Domar en conclue à une tendance excessive à l'épargne ou à une faiblesse de la demande,  $\gamma^e < sv$ , soit encore :  $s > \gamma^e v$ . Dans ce cas l'effet de capacité est supérieur à l'effet de demande et la faiblesse cumulative des débouchés conduit à la stagnation. Le taux de croissance de l'investissement est faible est induit trop de capital et donc trop d'offre par rapport à la demande que génère l'investissement. L'idée est que la mise en place de capital nouveau génère une demande insuffisante par rapport au surcroît d'offre que cela entraîne.

La théorie de Harrod peut s'exposer en 3 points: à savoir le problème de l'existence de l'équilibre et le taux de croissance garanti, le problème de l'unicité de l'équilibre et ses propriétés et enfin le problème de la stabilité de l'équilibre à long terme, point qui fait la différence avec Domar. Harrod démontre alors que toute déviation à partir de l'équilibre a tendance à s'accroître, les taux de croissance anticipés et réalisés, s'éloignent de plus en plus du taux de croissance nécessaire. Il en conclut que le processus de croissance est fondamentalement instable et que la probabilité d'une croissance équilibrée de plein-emploi est, contrairement à ce que pensent les néoclassiques, très faible.

Le modèle de Harrod et celui de Domar sont proches, même si leurs problématiques ne sont pas identiques. Domar ne cherchait qu'à attirer l'attention des Keynésiens sur les effets sur le plein emploi de l'investissement au-delà de la courte période tandis que Harrod visait à dynamiser la théorie keynésienne pour en faire un modèle de la croissance de long terme. Domar abandonnera d'ailleurs son modèle au profit du modèle néoclassique de Solow.

## Section 2: le modèle de Solow

L'intérêt du modèle de Solow est de mettre en avant le rôle crucial du progrès technique dans la croissance économique. Selon ce modèle, le développement économique s'explique par trois paramètres : les deux premiers sont l'accroissement des deux principaux facteurs de production (le capital et le travail) et le troisième le progrès technique.

C'est surtout la qualité du travail qui détermine la croissance (beaucoup moins que sa quantité). Ainsi, on travaille moins et pourtant on produit plus, grâce notamment au progrès technique incorporé dans le capital, ce qui exige une qualité du travail plus élevée, ceci du fait de moyens et méthodes de production de plus en plus sophistiqués et fortement exigeants en qualification. Il apparaît certain que travailler plus en nombre d'heures et en qualité effective, si les revenus sont proportionnels à la hausse de la productivité, joue en faveur de la croissance économique.

L'objectif premier de cette section est de s'intéresser aux apports que cet économiste a fait à la théorie de la croissance. Au départ, Solow a commencé par mesurer la contribution des différents facteurs de production à la croissance, puis il fini par introduire une variable manquante à l'explication de la croissance, il s'agit là du progrès technique. Par ailleurs, Solow s'est interrogé sur le rapport entre les innovations, la croissance économique, et plus particulièrement la productivité du travail. Ceci correspond au célèbre paradoxe de Solow.

### 2.1 Présentation du modèle

D'inspiration néo-classique, le modèle de Solow se fonde sur une fonction de production à deux facteurs: le travail et le capital. La production résulte donc exclusivement de la mise en combinaison d'une certaine quantité de capital (capital physique) et de travail (main d'œuvre).

Aussi, ce modèle se fonde sur l'hypothèse que les facteurs de production connaissent des rendements croissants<sup>48</sup>. Il pose également comme hypothèse que les facteurs de production sont utilisés de manière efficace par tous les pays. En posant que la population connaît un taux de croissance que Solow qualifie de «naturel», le modèle déduit trois prédictions:

- Augmenter la quantité de capital augmente la croissance : avec un capital plus important, la main d'œuvre augmente sa productivité.
- Les pays pauvres auront un taux de croissance plus élevé que les pays riches. Ils ont accumulé moins de capital, et connaissent donc des rendements moins décroissants, c'est-à-dire que toute augmentation de capital engendre une augmentation de la production proportionnellement plus forte que dans les pays riches.
- En raison des rendements décroissants des facteurs de production, les économies vont atteindre un point où toute augmentation de ces facteurs n'engendrera plus

---

<sup>48</sup> Une augmentation de facteurs de production dans une certaine proportion engendre une augmentation dans une proportion plus faible de la production.

d'augmentation de la production par tête. Ce point correspond à l'état stationnaire<sup>49</sup>.

Pour Solow, sur le long terme, la croissance provient du progrès technologique. Toutefois, ce progrès technologique est exogène au modèle, c'est-à-dire qu'il ne l'explique pas mais le considère comme donné.

## 2.2 Structure générale des modèles de croissance

**Hypothèse 1:** Les pays produisent et consomment un seul bien homogène (le produit  $Y$ ); Les ménages possèdent les actifs et les facteurs de production et ils choisissent la part de leur revenu qui sera consacrée à la consommation; La production se fait en concurrence parfaite.

**Hypothèse 2:** La technologie est exogène; Les firmes louent les services des facteurs de production (le capital et le travail) et vendent leurs produits aux ménages et aux autres firmes. Elles ont accès à une technologie qui leur permet de transformer ces facteurs en produits. Cette technologie peut évoluer dans le temps du fait du progrès technique.

**Hypothèse 3:** Les marchés où les inputs et les produits sont échangés entre les ménages et les firmes existent. Les quantités demandées et offertes déterminent les prix relatifs des inputs et des produits. Nous allons négliger les transactions de marché pour considérer le cas d'un ménage composite qui est à la fois producteur et consommateur. La technologie peut être représentée par une fonction de production basée sur des facteurs substituables: le capital physique  $K_t$ , et le travail  $L_t$ .

La fonction de production prend la forme suivante:

$$Y_t = F(K_t, L_t, t) \dots \dots \dots (2.1)$$

**Hypothèse 4:** L'économie a un secteur productif dans laquelle un bien homogène peut être soit consommé ( $C_t$ ) soit investi ( $I_t$ ) en vue de créer ou d'accroître le capital physique. En général c'est une économie fermée où la production est égale à la demande et l'investissement à l'épargne. La consommation agrégée est représentée par une fonction keynésienne:

$$C = cY \Rightarrow S = (1 - c)Y = sY$$

Soit  $s$  le taux d'épargne et donc,  $(1 - s)$  est la fraction du produit qui est consommée. Dans le cas général  $s$  sera le fruit d'un arbitrage des ménages entre la consommation présente et la consommation future. Pour l'instant,  $s > 0$  est constant et exogène.

**Hypothèse 5:** Le capital se déprécie au taux constant  $\delta$ . Etant donné la technologie et le facteur travail, la variation nette du capital à chaque instant est donc donnée par:

$$\frac{dk}{dt} = \dot{K} = I - \delta K = sY - \delta K = sF(K, L, t) \dots \dots \dots (2.2)$$

<sup>49</sup> Solow note toutefois que cette troisième prédiction est irréaliste : en fait, les économies n'atteignent jamais ce stade, en raison du progrès technique qui accroît la productivité des facteurs.

La variation du capital est égale à la différence entre investissement et la dépréciation du capital. L'épargne est intégralement investie, ce qui accroît le stock de capital de l'économie, et par ailleurs le capital en place se déprécie, au rythme du taux de dépréciation du capital ( $\delta$ ).

**Hypothèse 6:** Le facteur travail,  $L$ , augmente dans le temps du fait de la croissance de la population. Le taux de participation à l'emploi de la population est constant. Si la population croît au taux  $n$  l'offre de travail ( $L$ ) augmente aussi à ce taux  $n$ .

$$\begin{aligned}\frac{d \log(L)}{dt} &= \frac{\frac{dL}{dt}}{L} = \frac{\dot{L}}{L} = n \\ \Rightarrow \log(L) &= \int n dt = nt + C_0 \\ \Rightarrow L_t &= e^{nt+C_0} \\ L(0) &= e^{C_0} = L_0\end{aligned}$$

La population a un taux de croissance constant:  $\dot{L}/L = n > 0$ . Si l'on normalise :

$$L(0) = 1 \Rightarrow L_t = e^{nt} \dots \dots \dots (2.3)$$

Cette équation, ainsi que (2.2) déterminent l'évolution dans le temps de cette économie.

## 2.3 Le modèle néo-classique

### 2.3.1 La fonction de production néo-classique

Une fonction de production est dite néo-classique si elle vérifie les trois propriétés suivantes:

**Propriété 1 :** Productivités marginales décroissantes

$$\forall K > 0, L > 0, \begin{cases} \frac{\partial F}{\partial K} > 0, \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0 \\ \frac{\partial F}{\partial L} > 0, \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0 \end{cases} \dots \dots \dots (2.4)$$

Les productivités marginales de chacun des facteurs sont fonction des proportions des quantités utilisées des deux facteurs. La productivité marginale d'un facteur diminue lorsqu'on accroît son utilisation.

**Propriété 2 :** Rendements d'échelle constants

D'après Solow dans la notion de rendements d'échelle unitaires, la taille de l'économie ne confère pas de bénéfice. L'augmentation dans la même proportion des facteurs entraîne un accroissement du même ordre de la production:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L), \forall \lambda > 0 \dots \dots \dots (2.5)$$

$F$  est homogène de degré 1, avec  $\lambda$  un paramètre d'échelle.

**Propriété 3 :** Conditions d'Inada (1963)

$$\begin{cases} \lim_{K \rightarrow 0} F_K = \lim_{L \rightarrow 0} F_L = \infty \\ \lim_{K \rightarrow \infty} F_K = \lim_{L \rightarrow \infty} F_L = 0 \dots \dots \dots \end{cases} (2.6)$$

$F_K$  et  $F_L$  sont de type hyperbolique.

Grâce aux rendements d'échelle constants, la fonction de production peut s'écrire sous la forme:

$$Y = F(K, L) = LF(K/L, 1) = Lf(k)$$

$$\Rightarrow y \equiv Y/L = f(k) \dots \dots \dots (2.7)$$

$$f(k) \equiv F(K/L, 1)$$

Avec ces nouvelles notations, les productivités marginales peuvent s'écrire

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \frac{\partial Y}{\partial K} = f(k) + L \frac{1}{L} f'(k) \\ \frac{\partial Y}{\partial L} = f(k) + L \left( -\frac{K}{L^2} \right) f'(k) \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} \frac{\partial Y}{\partial K} = f'(k) \\ \frac{\partial Y}{\partial L} = f(k) - kf'(k) \end{cases} \dots \dots \dots (2.8) \end{aligned}$$

Et les conditions d'Inada impliquent

$$\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty; \lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0$$

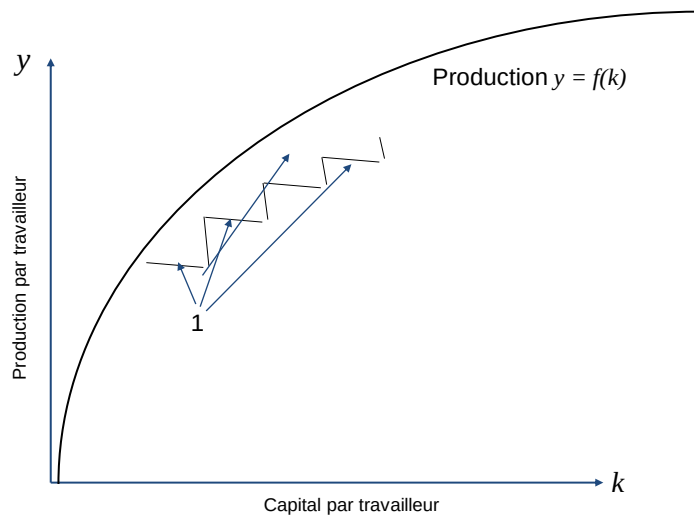
De plus les conditions (2.4) et (2.6) impliquent que les deux inputs sont essentiels:

$$F(0, L) = F(K, 0) = f(0) = 0$$

Du fait de l'homogénéité et de la constance des rendements d'échelle (identité d'Euler). Cette technologie avec des productivités marginales décroissantes est la différence principale de ce modèle par rapport au modèle de Harrod. Nous allons utiliser une version de ce modèle exprimée en termes de valeurs par tête:

$$\begin{aligned} y = \frac{Y}{L} = f(k) &= \frac{F(K, L)}{L} = \frac{K^\alpha L^{1-\alpha}}{L} = \left( \frac{K}{L} \right)^\alpha = k^\alpha \\ \Rightarrow y &= f(k) = k^\alpha \end{aligned}$$

## La fonction de production macroéconomique



Ce graphique fait clairement apparaître les rendements décroissants du capital par travailleur : chaque unité de capital supplémentaire décroît la productivité marginale du capital ( $pmk$ ). Solow utilise comme fonction de production la fonction Cobb Douglas :

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}, A > 0, 0 < \alpha < 1 \dots \dots (2.9)$$

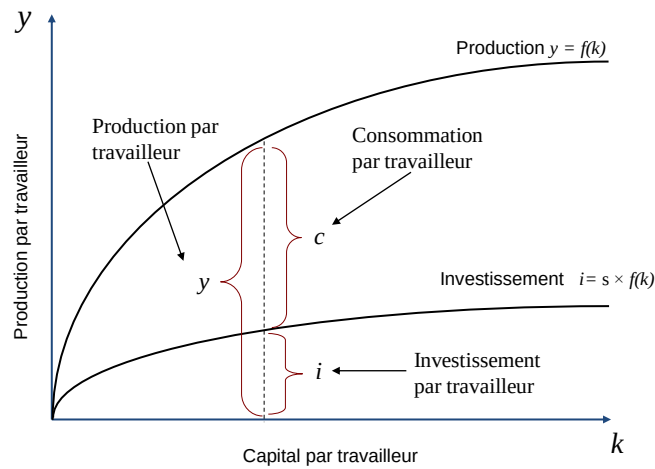
Où  $Y$  représente la production totale de l'économie,  $A$  la productivité totale des facteurs,  $K$  le capital et  $L$  le travail.  $\alpha$  est la part de la contribution du capital

$$y = f(k) = Ak^\alpha \dots \dots (2.10)$$

Avec la même combinaison de facteurs de production, le progrès technique  $A$  permet de créer plus de richesse. Mais l'augmentation de la PGF peut aussi résulter d'une modification de la structure de production (on fabrique plus de biens et services nécessitant moins de capital et de travail) ou de son organisation (à fabrication égale, on combine mieux le capital et le travail, de sorte qu'à niveau de facteurs constants, la richesse créée est plus grande).

Dans une approche simplifiée la demande de bien dans une économie fermée peut s'écrire  $Y = C + I$ . Réécrit par unité de travail, l'équilibre devient  $y = c + i$ , où  $c$  et  $i$  représentent la consommation et l'investissement par unité de travail. L'hypothèse de consommation est énoncée  $c = (1 - s)y$ , où  $s$  est le taux d'épargne. La dépense totale s'énonce alors :  $y = c + i = (1 - s)y + i$ . Soit encore  $i = sy = sf(k)$ : l'investissement par tête est égal à l'épargne par tête.

## Production, consommation et investissement



### 2.3.2 L'équation dynamique fondamentale du stock de capital

Les évolutions du stock de capital proviennent des deux flux : l'investissement accroît le stock de  $i = sy = sf(k)$ ; le stock de capital augmente lorsque les entreprises achètent de nouveaux équipements. La consommation du capital dans le processus de production réduit le stock disponible par travailleur. Sous l'hypothèse d'une fraction  $\delta$  du stock consommé à chaque période, le flux de consommation de capital devient  $\delta k$ . En divisant par  $L$  les deux cotés de l'équation (2.2), nous obtenons la variation du stock de capital.

$$\frac{\dot{K}}{L} = sf(k) - \delta k \dots \dots \dots (2.11)$$

Sur le long terme, il est peu réaliste de faire l'hypothèse de population constante, ceci crée une deuxième source de consommation du capital, car il faut fournir du capital au nouveau travailleur. Avec une croissance de la population de  $n$ , la dépense nécessaire pour conserver un stock de capital par travailleur de  $k$  est égal à  $nk$ .

$$\dot{k} = \frac{d}{dt} \left( \frac{K}{L} \right) = \frac{\dot{K}L - K\dot{L}}{L^2} = \frac{\dot{K}}{L} - \frac{K}{L} \frac{\dot{L}}{L}$$

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}}{L} - n(k); \quad \frac{\dot{L}}{L} = n$$

Avec  $\frac{\dot{K}}{L} = \dot{k} - n(k) = sf(k) - \delta k$

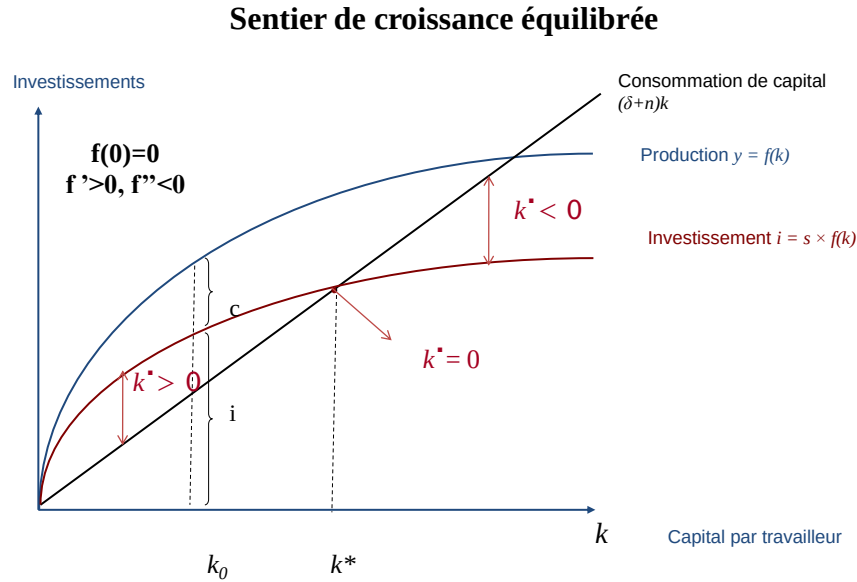
$$\dot{k} = sf(k) - (\delta + n)k \dots \dots \dots (2.12)$$

C'est l'équation dynamique fondamentale de ce modèle. Le terme  $sf(k)$  représente naturellement l'épargne (l'investissement) par unité de main d'œuvre. Le terme  $\delta + n$  correspond au taux de dépréciation du rapport  $K/L$ .



### 2.3.3 Sentier de croissance équilibrée

La dynamique de l'équation (2.12) peut être représentée graphiquement.



Cette représentation résume de manière très simple toutes les données de l'économie en fonction du capital par tête. On voit bien que les conditions d'Inada, en conjonction avec les conditions sur les dérivées de  $f$ , assurent l'existence d'un  $k^*$ .

#### 2.3.3.1 L'état stationnaire du stock de capital

L'état stationnaire se définit comme la situation où le stock de capital par tête ne change pas. Ce qui implique que le produit par tête  $y$  ne change pas, et qu'une fois atteint ce niveau, l'économie est à « l'équilibre de long terme ». On peut le définir par  $k^*$  ou encore par:

$$\frac{dk}{dt} = \dot{k} = 0 \Rightarrow sf(k^*) = (\delta + n)k^* \dots \dots \dots (2.13)$$

Notamment le taux de variation de  $k$  est donné par l'écart entre les deux courbes:  $sf(k)$  et  $(\delta + n)k$ . A l'intersection de ces deux courbes nous avons :

$$\frac{\dot{k}}{k} = 0 \Rightarrow \dot{k} = 0, k = k^*$$

C'est l'état stationnaire et le capital par tête ne change plus à partir de cet état. Sur ce sentier, les différentes grandeurs de l'économie croissent à une vitesse constante. Dans ce modèle, cela correspond à l'équation (2.10). Les variables par tête sont donc constantes sur ce sentier :

$$y^* = f(k^*), c^* = (1 - s)f(k^*)$$

En dehors de l'état stationnaire, nous avons :

$$k_0 < k^* \Rightarrow \dot{k} > 0$$

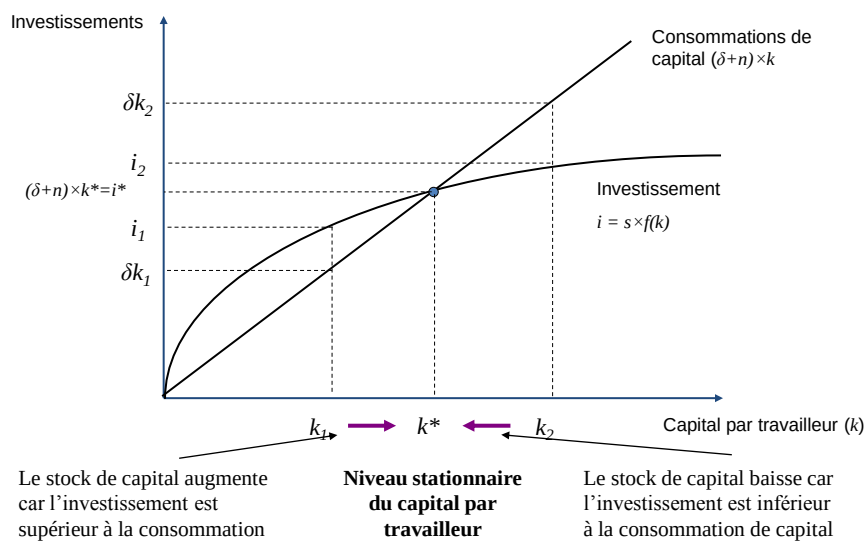
$$k_0 > k^* \Rightarrow \dot{k} < 0$$

Dans le premier cas, le capital par tête de l'économie augmente et on a une intensification du capital dans l'économie. Dans le second cas le capital par tête diminue et on a un élargissement du capital dans l'économie.

### 2.3.3.2 La dynamique du capital par tête

Les deux équations fondamentales du modèle de Solow sont donc (2.10) et (2.12). Si l'économie part d'une situation initiale  $k_0$ , la première équation nous donne, pour chaque période, la production donc l'épargne et l'investissement, la seconde, la manière dont ces éléments déterminent l'accumulation du capital. On peut dérouler l'évolution de l'économie dans le temps en utilisant ces deux équations. Mais est-ce que ce modèle peut nous permettre d'expliquer les différents faits stylisés? Peut-il expliquer les différences qui existent entre les économies? On peut répondre à ces questions en utilisant une représentation graphique de cette dynamique: La dynamique de cette équation peut être représentée graphiquement :

#### La dynamique du capital par tête



En d'autres termes, l'économie converge vers un état stationnaire  $k^*$  tel que :

$$k^* = \frac{sf(k^*)}{(\delta + n)}$$

En ce point le taux de croissance de l'économie est nul. Cet état régulier vers lequel tend l'équation différentielle fondamentale, est atteint lorsque  $k^*$ ,  $y^*$  et  $c^*$  sont constants, ce qui signifie que  $K$ ,  $Y$  et  $C$  continuent éventuellement à croître, mais au même taux que  $L$ .

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{y}}{y} = 0 \Rightarrow \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{L}}{L} = n$$

### 2.3.4 Propriétés de l'état stationnaire

L'état stationnaire est déterminé par la condition

$$\gamma_k = 0 \Rightarrow \dot{k} = sf(k^*) - (\delta + n)k^* = 0$$

$$\dot{k} = sk^{*\alpha} - (\delta + n)k^* = 0 \Rightarrow sk^{*\alpha} = (\delta + n)k^*$$

$$k^* = \left(\frac{s}{\delta + n}\right) k^{*\alpha} \Rightarrow \left(\frac{\delta + n}{s}\right) = k^{*\alpha-1}$$

$$k^* = \left(\frac{s}{\delta + n}\right)^{1/(1-\alpha)}$$

La production par tête à cet état stationnaire est donnée par

$$y^* = f(k^*) = \left(\frac{s}{\delta + n}\right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Le modèle de Solow prédit que les pays à fort taux de croissance démographique auront, toutes choses égales par ailleurs, un revenu par habitant plus faible. Cela donne une première réponse à la question « Pourquoi certains pays sont riches et certains sont pauvres ? » la première proposition est que les pays qui ont un taux d'épargne plus élevé ont tendance à être plus "riches" et ceux qui ont un taux de croissance démographique plus fort ont tendance à être plus "pauvres".

Les pays riches ont un capital par tête plus élevé, ce qui implique une production par tête plus importante. A l'inverse un taux de croissance élevé de la population exerce un effet appauvrissant. Au faite, plus la population croit rapidement, plus la part de l'épargne qui sert simplement à maintenir le capital par tête constant doit être élevé. L'état stationnaire est important pour trois raisons :

- Une économie qui l'atteint ne bouge plus
- Une économie qui le l'a pas atteint tend naturellement vers lui
- Il définit l'équilibre de longue période de l'économie

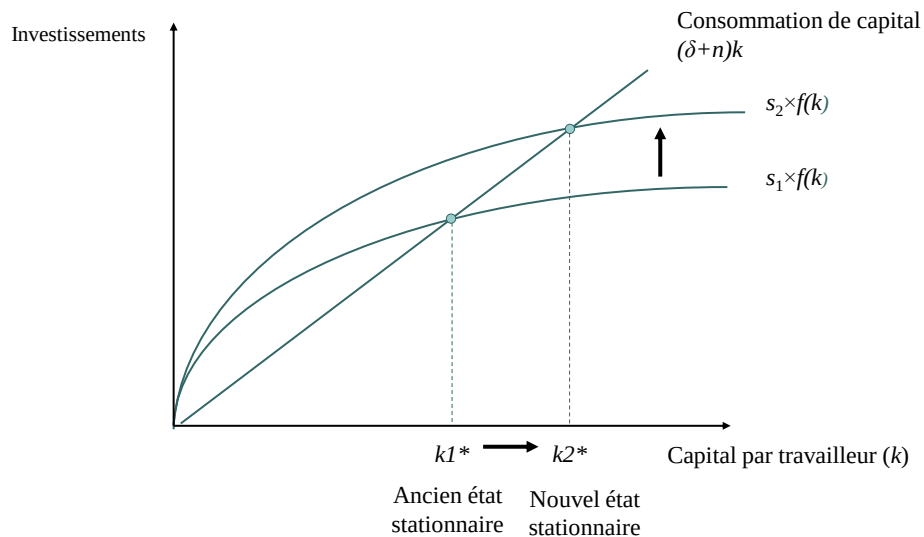
Cependant, l'état stationnaire dépend du taux d'épargne, cela laisse de la place à une politique de croissance.

#### ➤ Statiques comparatives

Le modèle de Solow montre l'importance du taux d'épargne dans la détermination de l'état stationnaire. Si à partir d'un état stationnaire les consommateurs augmentent leur taux

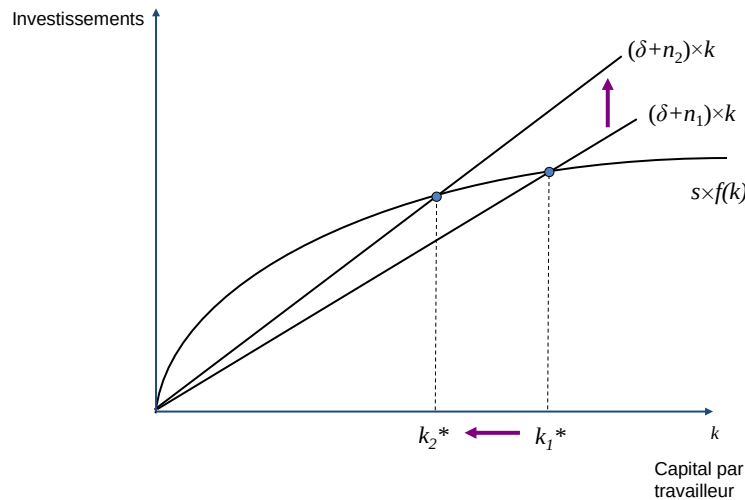
d'épargne  $s_1 \rightarrow s_2 > 0$ , cela se traduira nécessairement par une augmentation du taux d'investissement dans l'économie. Alors l'investissement va devenir supérieur à la consommation de capital et l'équilibre stationnaire va s'élever. Si des économies diffèrent par leur taux d'épargne, les états stationnaires de ces économies devraient différer et « expliquer » les différences de niveau de vie. Les facteurs réduisant l'épargne sont donc défavorables à la croissance notamment le déficit public.

### Une hausse du taux d'épargne



On constate qu'une hausse du taux d'épargne augmente le stock de capital de l'état stationnaire. Aussi une augmentation du taux de croissance démographique  $n_2 > n_1$  impose une pression plus forte sur l'accumulation du capital en augmentant le dénominateur du capital par tête. L'effet sur l'état stationnaire de l'économie peut de nouveau être analysé par le graphique suivant :

### Une hausse de la croissance démographique



Une croissance démographique plus forte diminue le stock de capital par travailleur et donc réduit le stock de capital qui correspond à l'état stationnaire de l'économie. On voit deux effets : Le capital par tête correspondant au sentier de croissance équilibrée augmente si le taux d'épargne augmente; il diminue si le taux de croissance de la population ou le taux de dépréciation du capital augmente. Néanmoins, ces paramètres n'influencent pas les taux de croissance des variables par tête sur le sentier de croissance équilibrée: produit par tête, consommation par tête et capital par tête. Ces variables ont toutes un taux de croissance nul.

#### ➤ Le progrès technique

Le progrès technique a pour effet d'augmenter la force de travail, parce qu'il en augmente l'efficacité. Pour compléter le progrès technique, nous revenons sur la fonction de production initiale de la manière suivante :

$$Y = F(K, L, E)$$

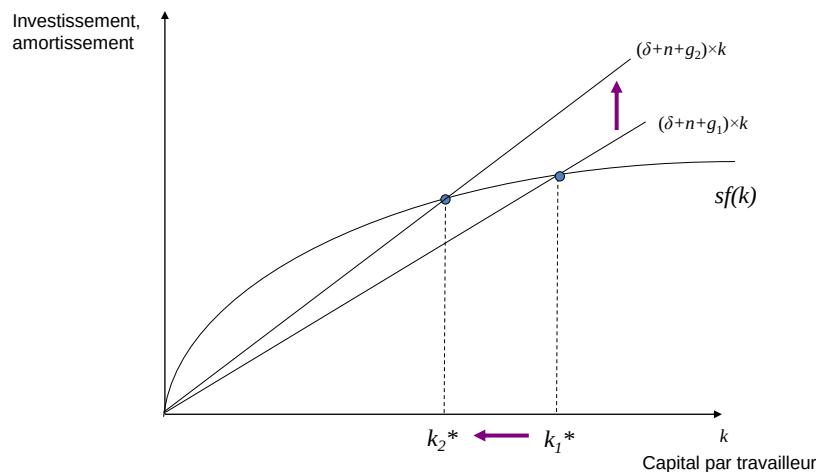
Où  $E$  est l'efficacité productive du travail. Elle reflète l'état des connaissances de la société considérée sur les méthodes de production. Cela revient à émettre l'idée que l'efficacité productive du travail augmente à mesure que les technologies disponibles deviennent plus performantes (mécanisation, informatisation, etc). Cette forme de progrès technique accroît donc l'efficacité du travail.

Si de nouvelles technologies sont introduites, les travailleurs deviennent plus efficaces. Il faut moins de travail pour produire la même quantité de biens, cela implique qu'une partie du facteur travail redevient disponible. Ce progrès technique est donc assimilable à une augmentation du nombre de travailleurs disponibles, donc à une croissance du facteur travail qui est égale à  $g$ . Rappelons que l'efficacité  $E$  de chaque unité de travail augmente au taux  $g$ , et que le nombre de travailleur augmente au taux  $n$ , le nombre de travailleur efficace augmente donc au taux  $n + g$ .

Le progrès technique permet à chaque travailleur de produire plus. L'efficacité croissante du travail induit une intensité capitaliste décroissante par travailleur efficient. Pour simplement maintenir le capital par tête efficient, il faudra accumuler au rythme  $g$ . Cela revient à considérer une source supplémentaire de consommation par capital : la plus grande efficacité du travail. L'équation (2.12) devient alors:

$$\dot{k} = sf(k) - (\delta + n)k \dots \dots (2.13)$$

### Amélioration du progrès technique

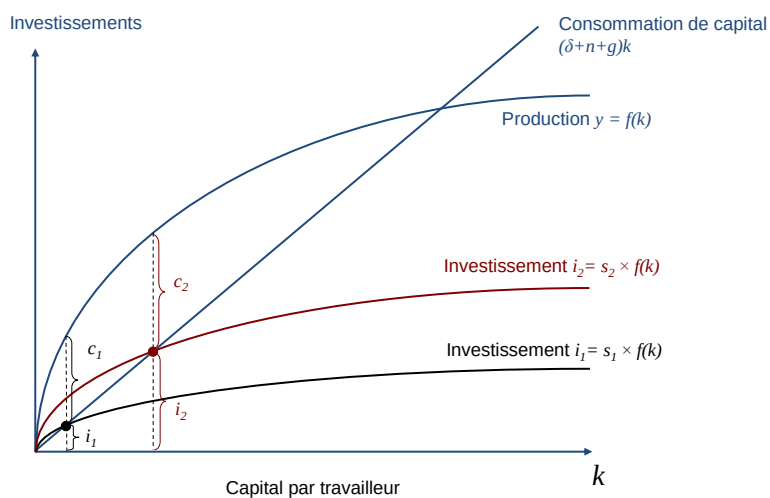


Les gains de productivité diminuent le stock de capital par travailleur et donc réduisent le stock de capital stationnaire.

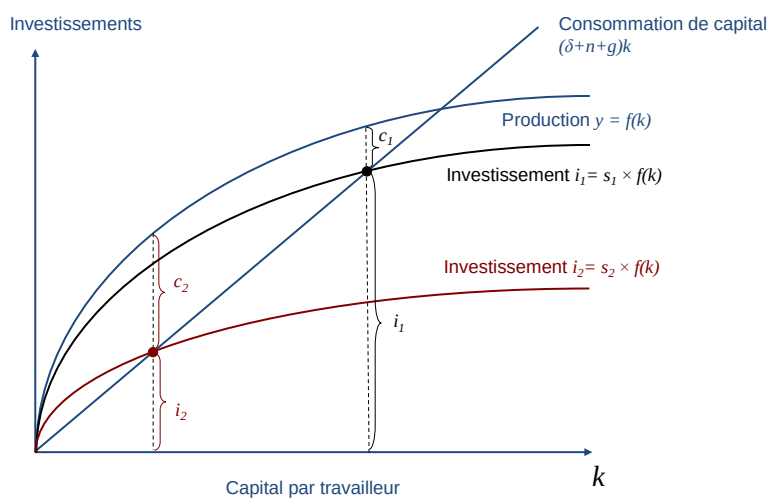
#### ➤ La règle d'or de l'accumulation du capital

L'état stationnaire est défini par la stabilité du stock de capital par tête, mais ne dit rien sur le bien être des individus de cette économie. Rechercher un bien être maximum peut alors conduire à rechercher un état stationnaire particulier et à mettre en place les politiques économiques adaptées. Le bien être des agents sera résumé par leur consommation. La règle d'or détermine la condition d'obtention de cet état stationnaire optimal.

## Taux d'épargne et « règle d'or »



## Taux d'épargne et « règle d'or »



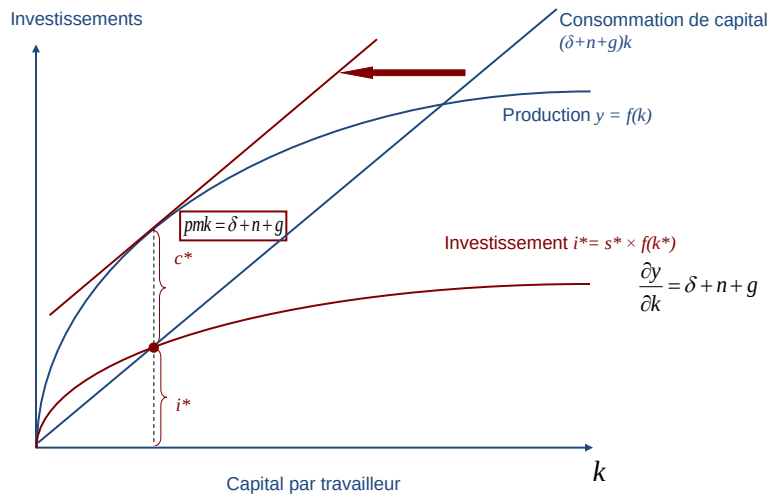
Le modèle de base de Solow montre que le taux d'épargne est le déterminant clef du stock de capital d'état stationnaire, car il détermine le niveau de l'investissement. Si le taux d'épargne est élevé, l'économie se dote d'un stock de capital important qui lui permet de produire un volume élevé de production. Si le taux d'épargne est faible, le stock de capital est lui-même faible et ne permet pas à l'économie de créer un volume de production important.

Lequel des deux états stationnaires est socialement préférable ?

## ➤ L'état stationnaire optimal

L'état stationnaire optimal est celui qui maximise la consommation, cette condition est réalisée quand la pente de la fonction de production est égale à la pente de la consommation de capital.

### Taux d'épargne et « règle d'or »



La règle d'or maximise la consommation à l'état stationnaire (croissance régulière).  $c^*$  peut s'obtenir en rappelant  $c = y - i$  soit:

$$c^* = f(k^*) - sf(k^*)$$

Et puisque à l'état stationnaire  $sf(k^*) = (\delta + n + g)k^*$

$$c^* = f(k^*) - (\delta + n + g)k^*$$

Ce qui montre que le bien être optimal dépend du niveau de l'état stationnaire. La maximisation de  $c^*$  conduit alors à la règle d'or  $f'(k^*) - (\delta + n + g) = 0$ , soit :

$$PmK = \delta + n + g$$

Le bien être est lié inversement à la croissance démographique, par contre le progrès technique conduit à une amélioration durable du bien être.

## ➤ La règle d'or

Etant données les valeurs de  $n, \delta$  et  $g$  chaque valeur de  $s$  correspond à une valeur unique  $k^* > 0$ :

$$k^*(s) = \frac{dk^*(s)}{ds} > 0 \dots \dots \dots (2.14)$$



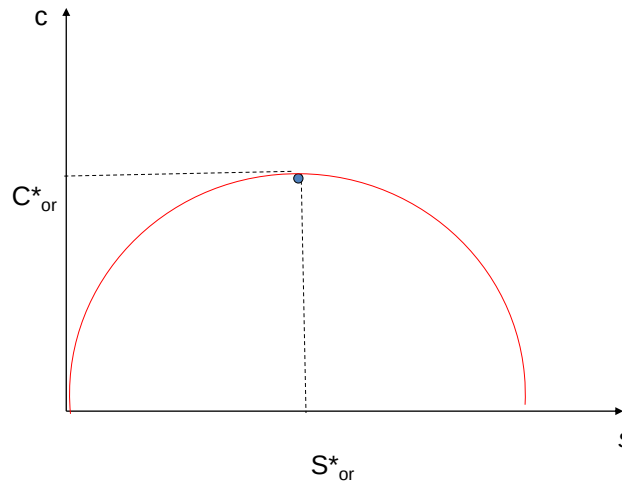
$$sf(k^*(s)) = (\delta + n + g)k^*(s) \dots \dots \dots (2.15)$$

$$c^*(s) = (1 - s)f(k^*(s))$$

$$c^*(s) = sf(k^*(s)) - (\delta + n + g)k^*(s) \dots \dots \dots (2.16)$$

Cette fonction est représentée dans la figure suivante :

### La règle d'or



La valeur de croissance équilibrée de  $c^*$  est d'abord croissante avec  $s$  puisque celle-ci permet de financer l'investissement et donc la demande, et décroissante ensuite car  $s$  réduit la demande en réduisant directement la consommation. Donc il existe une valeur optimale de  $s$  qui maximise  $c^*$ .

$$s_{or} = \operatorname{argmax} c^*(s)$$

$$\frac{dc^*}{ds} = \frac{df}{dk^*} \frac{dk^*}{ds} - (\delta + n + g) \frac{dk^*}{ds} = [f'(k^*) - (\delta + n + g)] \frac{dk^*}{ds} = 0$$

$$\Rightarrow f'(k_{or}) = (\delta + n + g) \dots \dots \dots (2.17)$$

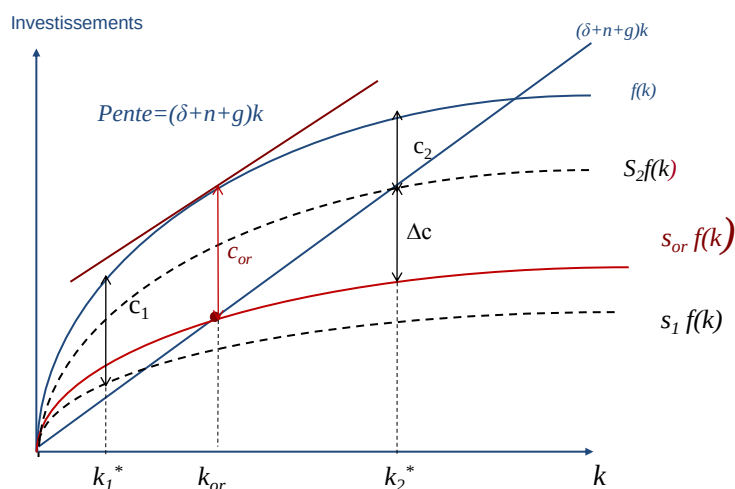
Avec  $k_{or} = k^*(s_{or})$

$$c_{or} = f(k_{or}) - (\delta + n + g)k_{or} \dots \dots \dots (2.18)$$

La règle (2.17) est la règle d'or de l'accumulation du capital. Elle correspond à une variation du produit par tête qui compense exactement la dépréciation globale du capital par tête.  $s_{or}$  est le taux d'épargne qui est dynamiquement efficace. Grâce à ce taux d'épargne, nous avons un sentier de croissance équilibré qui maximise la consommation par tête et donc, le bien-être social.

Considérons les trois cas suivant:  $s_1 < s_{or} < s_2$

## Comportements hors-équilibre I

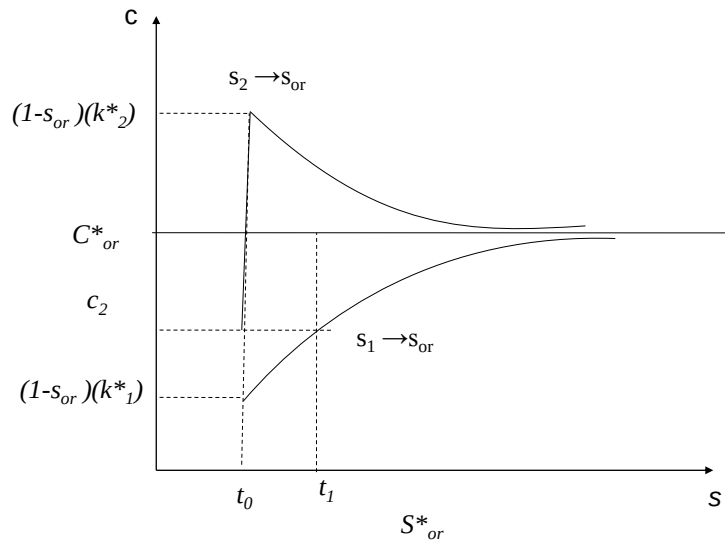


$$s_1 < s_{or} < s_2 \Rightarrow k_1^* < k_{or}^* < k_2^*$$

Supposons une diminution du taux d'épargne de  $s_2$  à  $s_{or}$ . Cette variation va d'abord impliquer une croissance de  $c$  étant donné  $k_2^*$  et nous allons avoir  $\dot{k} < 0$ .  $k$  va donc commencer à baisser dans le temps et  $c$  va baisser aussi continuellement pour atteindre  $c_{or}$  ; or, par définition  $c_{or} > c_2$ , donc la consommation par tête sera supérieure à  $c_2$  à chaque moment de la trajectoire et à la nouvelle solution de croissance équilibrée. Une économie avec un taux d'épargne  $s_2$  est donc dynamiquement inefficace car il est possible d'améliorer la consommation par tête à chaque point du temps.

Par contre, s'il y'aura lieu à une augmentation d'épargne de  $s_1$  à  $s_{or}$  : la consommation par tête va d'abord baisser et elle va rester inférieure à  $c_1$  pendant un certain temps, tout en augmentant vers  $c_{or}$  ; en définitive, elle sera supérieure à  $c_1 < c_{or}$ , néanmoins, l'effet total sur le bien-être dépendra de l'arbitrage des consommateurs entre la consommation présente et future.

## Convergences



### 2.3.5 Dynamique de transition

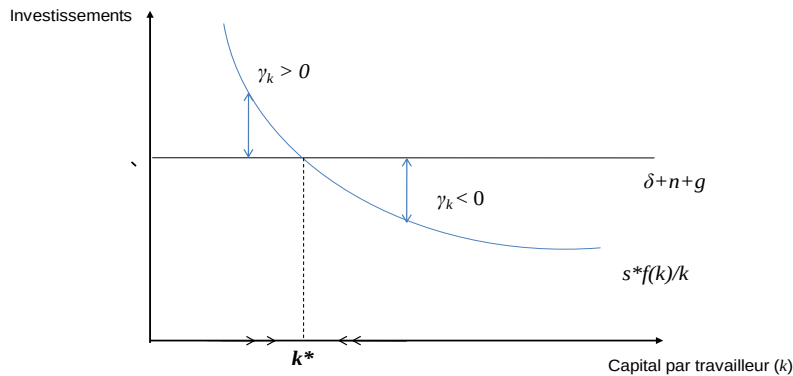
Les résultats de ce modèle sont relativement contestés. A l'équilibre, la croissance est uniquement expliquée par des facteurs exogènes. Les taux de croissance de long terme sont indépendants du taux d'épargne et de la fonction de production. Il est néanmoins possible d'obtenir plus d'information sur le fonctionnement de cette économie en étudiant sa dynamique de transition : la manière dont le revenu par tête converge sur sa valeur de croissance équilibrée. Comme à l'état régulier le taux de croissance de  $k$  est nul, la valeur d'état régulier  $k^*$  satisfait à la condition suivante:

$$sf(k^*) = (\delta + n + g)k^*$$

En divisant par  $k$  les deux membres de l'équation (2.13), nous obtenons :

$$\gamma_k = \frac{\dot{k}}{k} = s \frac{f(k^*)}{k} - (\delta + n + g) \dots \dots \dots (2.19)$$

### dynamique de transition Solow-Swan



Le taux de croissance du capital par travailleur effectif est donné par la distance verticale entre la fonction  $s^*f(k)/k$  et la ligne de dépréciation effective  $(\delta + n + g)$ . A droite de  $k^*$  le taux de croissance est positif et à gauche il est négatif. Le point  $k^*$  est un point attracteur et il est donc stable. Lorsque la transition débute avec un capital par tête initialement faible le taux de croissance  $\gamma_k$  décline de façon monotone jusqu'à zéro. Puisque l'efficacité productive du travail croît au taux constant  $g$ , la croissance à taux constant du capital par tête  $k$  est aussi égale à  $g$ .

Le sentier de croissance équilibrée est donc globalement stable. Cette stabilité provient en fait des rendements décroissants du facteur capital. Quand  $k$  est relativement faible  $< k^*$ , la productivité moyenne du capital  $f(k)/k$  est relativement forte.

- les agents épargnent et investissent une part constante du revenu et donc l'investissement brut par unité de capital,  $f(k)/k$  est fort;
- la dépréciation du  $k$  se fait à un taux constant  $(\delta + n + g)$ ;
- le taux de croissance  $\dot{k}/k$  est donc positif et relativement fort.

le raisonnement est inversé si  $k > k^*$ .

### 2.3.6 Dynamique du revenu par tête

Nous pouvons aussi calculer le taux de croissance du revenu par tête :

$$\gamma_k = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{f'(k)\dot{k}}{f(k)} = k \frac{f'(k)}{f(k)} \frac{\dot{k}}{k} = \left[ k \frac{f'(k)}{f(k)} \right] \gamma_k \dots \dots \dots (2.20)$$

L'expression  $\left[ k \frac{f'(k)}{f(k)} \right]$  correspond à la part de la rémunération du capital dans le revenu total :

$$\psi(k) = k \frac{f'(k)}{f(k)} = \frac{\frac{K}{L} F_K}{\frac{Y}{L}} = \frac{K F_K}{Y} \dots \dots \dots (2.21)$$

Dans le cas d'une fonction Cobb-Douglas cette part est constante et elle est égale à  $\alpha$  et donc le taux de variation du revenu par tête est une fraction constante  $\alpha$  de  $\gamma_k$ . De manière générale, en utilisant l'équation (2.19) :

$$\gamma_y = s f'(k) - (\delta + n + g) \psi(k) \dots \dots \dots (2.22)$$

Nous pouvons étudier comment ce taux de variation se modifie avec  $k$  (sur une trajectoire) :

$$\frac{\partial \gamma_y}{\partial k} = s f''(k) - (\delta + n + g) \frac{d\psi(k)}{dk} \dots \dots \dots (2.23)$$

$$\frac{d\psi(k)}{dk} = \frac{(f' + k f'') f - k f'^2}{f^2} \dots \dots \dots (2.24)$$

$$= \frac{f'}{f} \left[ 1 - k \frac{f''}{f} \right] + k \frac{f''}{f} = \frac{f'}{f} [1 - \psi(k)] + k \frac{f''}{f}$$

$$\frac{\partial \gamma_y}{\partial k} = s f''(k) - (\delta + n + g) \left[ \frac{f'}{f} [1 - \psi(k)] + k \frac{f''}{f} \right]$$

$$\frac{\partial \gamma_y}{\partial k} = f'' \left[ s - \frac{(\delta + n + g)k}{f} \right] - \frac{(\delta + n + g)f'}{f} [1 - \psi(k)]$$

$$= f'' \frac{k}{f} \left[ s \frac{f}{k} - (\delta + n + g) \right] - \frac{(\delta + n + g)f'}{f} [1 - \psi(k)]$$

$$\frac{\partial \gamma_y}{\partial k} = \underbrace{f'' \frac{f}{k} \gamma_k}_{<0} - \underbrace{\frac{(\delta + n + g)f'}{f} [1 - \psi(k)]}_{>0} \dots \dots \dots (2.25)$$

Nous avons deux cas :

➤  $k \leq k^*$

$$\gamma_k \geq 0 \Rightarrow \gamma_y \geq 0 \text{ et } \frac{\partial \gamma_y}{\partial k} < 0 \dots \dots \dots (2.26)$$

Si le capital par tête croît, le revenu par tête croît aussi mais de moins en moins.

➤  $k \geq k^*$

$$\gamma_k \leq 0 \Rightarrow \gamma_y \leq 0 \text{ et } \frac{\partial \gamma_y}{\partial k} ? < 0 \dots \dots \dots (2.27)$$

Dans ce cas le premier terme devient positif et le résultat est ambigu.

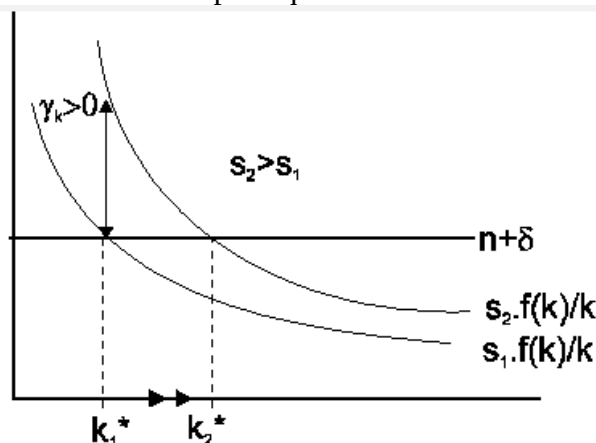
Si l'on est proche de  $k^*$  alors  $\gamma_k$  est très faible en valeur absolue et le second terme négatif domine :

$$\lim_{k \downarrow k^*} \frac{\partial \gamma_y}{\partial k} < 0 \dots \dots (2.28)$$

Ce raisonnement est aussi valable pour la consommation par tête car  $\gamma_c = \gamma_y$  à chaque point du temps : la consommation possède la même dynamique que le revenu.

## 2.4 Effets des politiques économiques

Partons d'une économie qui est sur un SCE avec un taux d'épargne  $s_1$  et un capital par tête  $k_1^*$ . Considérons une politique qui relève le taux d'épargne à  $s_2 > s_1$  de manière permanente. Quels seront les effets de cette politique ?

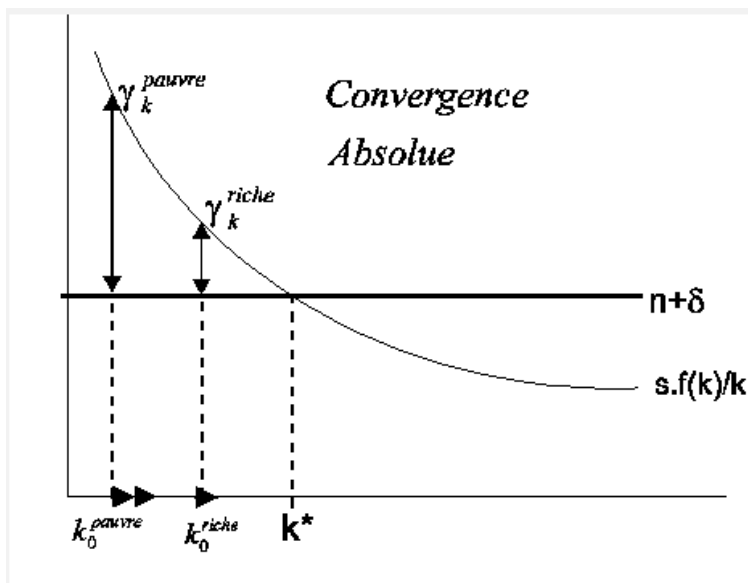


Cette politique modifie donc les valeurs par tête, mais les taux de croissance de ces valeurs est de nouveau nul sur le nouveau SCE. De même, les niveaux absolus ont toujours un taux de croissance égal à  $n$ . Un progrès technique continu aurait un effet similaire.

Dans ce modèle les économies peuvent croître à court terme mais pas à long terme: même si un pays s'écarte à un moment donné de l'état stationnaire, il suivra un sentier de transition et finira par atteindre le nouvel état stationnaire. La croissance se ralentit en plus au fur et à mesure que l'économie s'approche de l'état stationnaire. Ce résultat est dû à  $\alpha < 1$  dans l'équation dynamique fondamentale

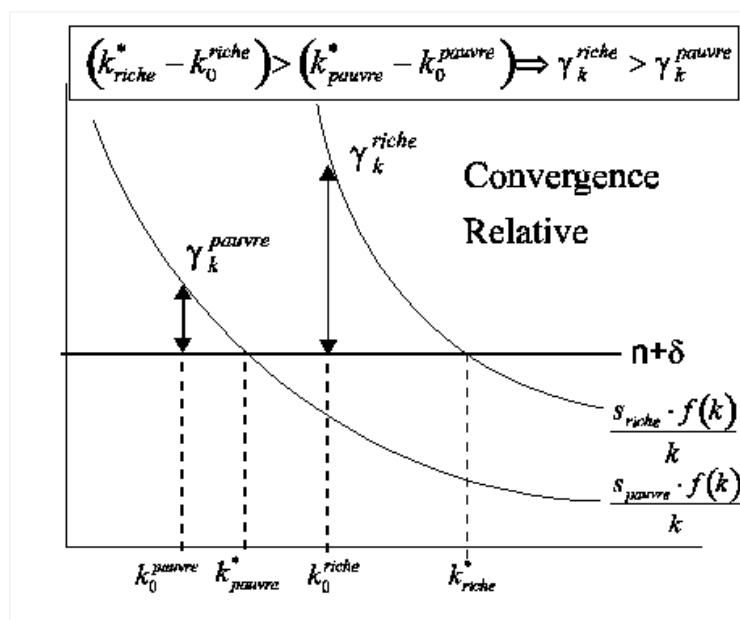
### 2.4.1 Convergence absolue

La théorie de la convergence absolue semble être vérifiée par les premières études empiriques. Ces travaux menés dans les années 1960 et 1970, centrés sur les Etats- Unis, le Japon et les pays d'Europe occidentale mettent en évidence un rattrapage rapide des Etats- Unis par les autres pays.



La convergence absolue signifie que le pays retardataire rejoint le niveau de production par habitant du pays avancé. Le phénomène de convergence est loin d'être absolu, les économies ne convergent pas, au contraire, elles auraient même tendance à diverger. Ainsi, si on observe un large échantillon de pays, on s'aperçoit que les pays riches continuent certes à croître mais que les pays pauvres ont eux plutôt tendance à s'appauvrir encore. Les pays médians ont eux tendance à converger vers l'un ou l'autre des opposés.

#### 2.4.2 convergence conditionnelle



Le niveau d'innovation assimilée par l'économie joue également un rôle. Si les caractéristiques technologiques d'un pays ou d'une région ne déterminent pas le taux de croissance d'une économie qui a atteint son sentier de croissance, elles déterminent la position de celui-ci. Ainsi, plus le potentiel technologique d'un pays est élevé, plus le niveau de revenu vers lequel il converge est important. Cette interprétation du modèle de Solow conclue par conséquent que la convergence des économies est conditionnelle. Elle n'a lieu que si les

économies possèdent les mêmes caractéristiques structurelles : taux d'épargne, taux de croissance démographique, niveau d'innovation.

## 2.5 Limite du modèle

Si le modèle de Solow est plus ou moins sauvé, cela n'est pas le cas de la convergence, puisque ce qui compte réellement c'est si les économies vont bien converger vers le même niveau de vie. Le problème, c'est que ce sont les pays pauvres qui en moyenne sont caractérisés par les paramètres structurels les plus défavorables. Ils ont un taux de croissance démographique plus fort et un taux d'épargne plus faible. C'est de là d'ailleurs que provient cet écart empirique entre convergence absolue et convergence conditionnelle.

Ce modèle implique que les écarts de niveau de vie à instant donné s'expliquent essentiellement par les écarts de capital par tête. Ces écarts de niveau de vie doivent se réduire au cours du temps. Ces deux implications du modèle de Solow sont testables. La première invalidation indique que les écarts de capital par tête ne peuvent pas eux seuls expliquer les différences de niveau de vie. Il existe en fait deux problèmes quand on essaye de rendre compte des différences de revenu par habitant ( $Y/L$ ) par des différences d'intensité capitaliste ( $K/L$ ) en laissant de côté le résidu.

Le premier problème est que les différences de capital par tête requises pour expliquer la dispersion des revenus par tête est bien trop importante. Si les écarts de capital par tête requis sont si grands, les rendements associés vont être également gigantesques. Or, comme le dit Lucas(1990), si les écarts de rendement entre l'Inde et les EU étaient réellement aussi élevés, c'est la totalité des investissements des pays riches qui devraient migrer vers les pays pauvres.

Le second test était la question du rattrapage. Les faits stylisés de Kaldor ne montrent aucune tendance globale au rattrapage ce qui explique l'invalidation. C'est ce que l'on a cru pendant les années 80 et une partie des années 90. Mais, un résultat essentiel du modèle de Solow est qu'il prédit la convergence conditionnelle et non pas absolue des revenus par habitants.

Le modèle de Solow décrit comment un accroissement du stock de capital, de la quantité de travail et le progrès technique interagissent et affectent la production au sein de l'économie. À long terme, il montre que l'économie tend vers un état stationnaire. Cette situation d'équilibre est déterminée par le taux d'épargne, le progrès technique et la croissance démographique. Le taux d'épargne et le progrès technique étant des données dans le modèle, la croissance économique dépend, à long terme, de celle de la population.

Si on critique le modèle de Solow pour prédire un rattrapage qui n'a pas lieu, un groupe de pays ont été effectivement sur la voie du rattrapage des pays riches. Ce sont les nouveaux pays industrialisés: Corée du Sud, Hong Kong, Singapour et Taiwan. Young (1995) : les taux de croissance moyens de ces pays étaient supérieurs à 5% pendant la période 1969-1990.

D'autres analysent, notamment celles de Robert J. BARRO (1991) et de Baumol mettent en évidence l'existence d'une convergence économique, mais seulement aux seins de groupes particuliers. On parle alors de clubs de convergence. Les pays de l'OCDE formeraient ainsi le club de convergence le plus développé tandis que les pays d'Asie,



d'Afrique et d'Amérique du Sud se regrouperaient au sein de groupes de convergence distincts.

Plusieurs économistes ont préféré construire d'autres modèles de croissance. Contrairement à celui de Solow, ces modèles reposent sur l'hypothèse de rendements marginaux croissants. Ainsi, une économie déjà avancée pourrait croître plus vite qu'une autre économie en bénéficiant de son niveau de développement. Le facteur clé qui explique l'existence de clubs de convergence est dans ce cadre la dotation initiale des pays en capital physique et humain.

Les pays fortement dotés en capital pourraient s'approprier plus facilement les nouvelles technologies et connaîtraient par conséquent une innovation accrue. En outre, chaque choc technologique aurait pour conséquence une augmentation du potentiel de croissance, et non seulement le déplacement d'un sentier de croissance toujours déterminé uniquement par le taux d'épargne et la croissance démographique. Contrairement aux théories néoclassiques, les théories de la croissance endogène montrent qu'il n'y a aucune raison naturelle pour que les économies convergent. Elles montrent toutefois également l'existence d'une convergence conditionnelle, fondée sur la dotation initiale de chaque pays.

### **Section 3 : Le modèle de Ramsey**

Les théories de la croissance économique s'interrogent sur les fondements de l'amélioration du niveau de vie, et mettent en avant l'accroissement du produit par tête qui a lieu avec l'accumulation de capital. Le modèle standard de R. Solow<sup>50</sup> (1956), démontre sous certaines hypothèses que l'épargne réinvestie à chaque période permet d'accumuler du capital par tête, mais uniquement jusqu'à un certain niveau d'équilibre. L'économie arrive à ce stade sur son sentier stationnaire, où le produit agrégé croît simplement au rythme de la population, et où le progrès technique devient seul déterminant d'une croissance supérieure.

La théorie de la croissance optimale intervient sur la phase transitoire qui précède ce niveau stationnaire, afin de lever l'hypothèse d'une propension à épargner fixe et exogène dans le modèle. Elle tente d'apporter des fondements microéconomiques, décrits par Ramsey<sup>51</sup> (1928), qui portent sur la question du choix optimal du niveau de l'épargne dans une économie. Ce choix résulterait d'un programme d'optimisation résolu du point de vue d'un planificateur social, et consistant à maximiser la consommation des agents sous une contrainte statique de budget, et sous une contrainte dynamique d'évolution du capital.

Dans ce chapitre, nous montrons qu'en général le taux d'épargne n'est pas constant, mais qu'il est au contraire fonction du stock de capital par tête,  $k$ . le modèle de Solow-Swan se trouve alors modifier de deux manières : d'une part, il faut maintenant trouver quel est le niveau moyen du taux d'épargne, et d'autre part, il faut rechercher s'il augmente ou diminue avec le développement de l'économie.

---

<sup>50</sup> Solow, R. [1956] « A contribution to economic growth theory » *Quarterly Journal of Economics* 70, 65-94.

<sup>51</sup> Ramsey F. [1928], « A mathematical theory of savings », *Economic Journal* 38(152), 543-559

La tendance des taux d'épargne à augmenter ou baisser en fonction du développement économique affecte la dynamique des états de transition, notamment la vitesse de convergence vers l'état régulier. Si le taux d'épargne augmente avec  $k$ , alors la vitesse de convergence est plus lente que dans le modèle de Solow-Swan, et vice-versa. Nous verrons toutefois que le modèle de Ramsey, même lorsque le taux d'épargne augmente, la convergence reste vérifiée, sous des conditions assez peu restrictives. Autrement dit, l'économie tend toujours à croître, d'autant plus vite, en terme de variable par tête, qu'elle est initialement éloigné de son état régulier.

### 3.1 Présentation du modèle

Le modèle de Ramsey (1928) constitue la seconde référence (avec le modèle de Solow) des modèles de croissance, dans la mesure où il endogénéise le taux d'épargne. Ce taux devient expliqué par les comportements d'optimisation des agents. Le problème de la croissance est un problème de choix entre consommation présente et consommation future. Comprendre comment ce fait ce choix est donc fondamental.

Ramsey a cherché à déterminer l'épargne qu'une nation doit effectuer dans une perspective dynamique. La connaissance du niveau moyen du taux d'épargne est importante d'abord parce-que c'est lui qui détermine le niveau des autres variables sur le sentier de croissance d'état régulier. D'autre part, parce-que dans le modèle de Ramsey, ce sont les conditions d'optimisation qui permettent d'exclure l'épargne excessive et inefficace qui pouvait exister dans le modèle de Solow-Swan.

L'intérêt de l'endogénéisation de l'épargne est double. Elle permet de comprendre pourquoi l'équilibre est à gauche de  $\hat{k}_{or}^*$ , elle permet de juger la politique d'augmentation du taux d'épargne. Nous présentons successivement l'équilibre concurrentiel, l'état régulier et enfin la dynamique transitoire.

#### 3.1.1 Hypothèses du modèle

Nous allons maintenant étudier un modèle de croissance qui intègre explicitement un comportement de consommation des ménages. L'épargne ne sera donc plus déterminée à travers une propension moyenne exogène. Nous allons considérer que les individus ont un horizon infini. Plutôt qu'une vie infinie, cela correspond à une prise en compte, par chaque génération, de l'intérêt des générations futures, de manière altruiste.

Ce modèle peut être formulé de manière à peu près standard de la façon suivante :

**H1:** L'agent représentatif maximise la somme actualisée de ses utilités sur un horizon infini, l'argument de la fonction d'utilité est la consommation de l'agent. Celle-ci étant un prélèvement sur le produit net, sachant qu'il n'y a qu'un seul bien qui sert à la fois de bien de consommation et de bien de production et que l'économie est fermée.

**H2** : Le capital évolue selon ce qui reste après la consommation des agents.

**H3** : La fonction de production, à deux arguments, est à rendements d'échelle constants et à rendements de facteur décroissants. Les arguments sont le capital productif et le travail ; ce dernier est offert de façon inélastique, il peut être constant ou croître à taux constant ou être affecté par un progrès technique neutre au sens de Harrod.

Nous allons comparer deux mécanismes d'allocation différents : D'abord, en suivant le travail de Ramsey, nous allons considérer que l'allocation des ressources est effectuée par un planificateur central qui cherche à maximiser le bien-être de l'agent représentatif. Ensuite, nous allons intégrer une allocation décentralisée, par les marchés. Nous allons observer en particulier qu'avec un horizon de décision infini, des rendements d'échelle constants, des agents homogènes et des marchés concurrentiels, les deux mécanismes conduisent à la même allocation des ressources.

### **3.2 L'équilibre concurrentiel**

Deux types d'agent se distinguent par la poursuite d'un objectif différent, l'un étant la maximisation de profit du côté des entreprises, et l'autre la maximisation de satisfaction pour les ménages. La modélisation est effectuée sous les hypothèses concurrentielles. La présentation de Barro et Sala-i-Martin (1995), distingue le problème des consommateurs de celui des producteurs.

#### **3.2.1 L'équilibre des consommateurs**

La population  $N_t$ , croît au taux  $n$ . On peut la voir comme une famille unique ou comme des familles identiques se développant dans le temps. Les adultes de la génération actuelle s'attendent à ce que la taille de leur famille élargie croisse au taux  $n > 0$  du fait de la fécondité et de la mortalité.

Pour simplifier, nous considérons  $n$  exogène est constant. Nous négligeons également les migrations de personnes. Si nous normalisons à l'unité le nombre des adultes existant au temps 0, la taille de la famille (c'est-à-dire la population adulte) au temps  $t$  est :  $L(t) = e^{nt}$

Chaque ménage comprend au moins un membre adulte appartenant à la population active. Lorsqu'ils font des projets, ces adultes pensent également au bien être et aux ressources de leurs descendants réels ou éventuels. Bien que la vie des individus soit elle-même finie, nous pouvons nous placer dans le cadre d'une famille élargie « immortel »<sup>52</sup>. Cette structure est appropriée si les parents sont altruistes<sup>53</sup> et réalisent des transferts en faveur de leurs enfants, qui font ensuite de même, etc.

<sup>52</sup> La famille immortelle est donc composée d'individus mortels liés entre eux par un mécanisme effectif de transferts entre génération, fondé sur l'altruisme

<sup>53</sup> Dans l'esprit de Robert Barro (1974), ce ménage représente une dynastie de générations liées par de l'altruisme et de l'héritage. Cette fiction autorise un bouclage par l'épargne relativement simple

Cette interaction entre les générations est prise en compte en supposant que la génération actuelle maximise son utilité sous une contrainte budgétaire dont l'horizon temporel est infini.

### 3.2.1.1 Les préférences inter temporelles

Les préférences inter temporelles sont définies sur l'ensemble des trajectoires de consommation  $C(t)$ . Si  $C(t)$  est la consommation au temps  $t$ , alors  $c(t) \equiv C(t)/L(t)$  est la consommation par adulte. Chaque ménage souhaite maximiser l'utilité globale,  $U$ . L'utilité inter temporelle s'écrit comme une somme des utilités instantanées  $u(t)$  de chaque tête du ménage. On a donc :

$$\max_{c_t} U = \int_0^{\infty} e^{nt} \cdot e^{-\rho t} \cdot u[c(t)] \cdot dt \dots \dots \dots 3.1$$

A la date  $t = 0$ , le « père fondateur » d'une dynastie, qui croît au taux  $n$ , maximise l'utilité par tête de tous les membres de sa famille vivant à chaque date  $t$ . Ce critère d'optimisation est donc un critère utilitariste : on maximise la somme des utilités (ce qui présuppose une fonction d'utilité cardinale).

la multiplication de  $u(c)$  par la taille de la famille,  $L(t) = e^{nt}$ , correspond à l'addition des unités d'utilité de tous les membres de la famille vivants au temps  $t$ . Avec  $c(t)$  le niveau de consommation par tête du ménage. Cette formule présume que l'utilité des ménages au temps 0 est une somme pondérée de tous les flux futurs d'utilité,  $u(c)$ . La fonction  $u(c)$  relie le flux d'utilité par personne à la consommation par tête.

Le multiplicateur,  $e^{-\rho t}$ , fait intervenir le taux de préférence pour le présent,  $\rho > 0$ . Une valeur positive de  $\rho$  signifie que les unités d'utilité sont d'autant moins valorisées qu'elles sont obtenues tardivement<sup>54</sup>. Nous pouvons expliquer que  $\rho$  soit positif par la raison suivante : les unités d'utilité attendues d'un futur éloigné correspondent à la consommation des générations futures. Or, nous supposons que, partant d'un point où les niveaux de consommation par personne sont les mêmes à chaque générations, les parents préfèrent une unité de leur propre consommation à une unité de la consommation de leurs enfants. Cet « égoïsme » parental implique que  $\rho$  soit positif.

### 3.2.1.2 La fonction d'utilité

L'économie démarre avec un capital/tête  $k_0 > 0$ . L'utilité instantanée de la famille est donnée, en valeurs courantes, par :

$$u(c_t) \geq 0$$

Avec

$$u' \geq 0 \text{ (} u(c_t) \text{ est strictement croissante) ;}$$

$$u'' \leq 0 \text{ (} u(c_t) \text{ est strictement concave) ;}$$

<sup>54</sup> Robert.J.Barro-Xavier Sala-i-Martin "La croissance économique" Ediscience international, 1996 p68.

$u(c_t)$  vérifie les conditions d'Inada ( $u'(c) \rightarrow \infty$  quand  $c \rightarrow 0$  et  $u'(c) \rightarrow 0$  lorsque  $c \rightarrow \infty$ ).

« La concavité de  $u(c_t)$  indique que le ménage préfère les « mélanges inter temporelles » et cherche à « lisser » le sentier de consommation, c'est-à-dire à répartir la consommation sur les différentes générations »<sup>55</sup>. Les consommateurs préfèrent un profil relativement uniforme à celui où  $c$  est très bas à certaines périodes et très élevé à d'autres.

### 3.2.1.3 La trajectoire optimale de la consommation du ménage

Le planificateur central cherche à maximiser le bien-être social à chaque moment du temps. Il doit donc déterminer un sentier de consommation optimale qui tient compte des caractéristiques de l'économie. Ce sentier doit établir, à chaque moment, un arbitrage entre la consommation présente et la consommation future qui va profiter de l'investissement et donc de l'épargne.

On rapporte le produit et le capital au travail. Le problème de l'agent représentatif contient alors deux variables : la consommation par tête et le capital par tête. Selon la décision prise à tout moment sur le niveau de consommation, le devenir immédiat du capital est déterminé. De façon naturelle, la consommation est la variable de contrôle, tandis que le capital est la variable d'état. La décision de consommer une certaine quantité du produit entraîne, par le fait même, celle d'accumulation du capital productif. La consommation est donc bien la variable de commande. Le produit et la consommation viennent de la mise en œuvre du capital productif qui détermine donc l'état du système à tout instant.

$$\max_{c_t} U_0 = \int_0^{\infty} u[c(t)] \cdot e^{-\rho t} e^{nt} dt$$

Sous les contraintes

$$\begin{cases} \dot{a} = w + (r - n)a - c \\ a(0) = a_0 \\ \forall t, a_t e^{-(r-n)t} \geq 0, c_t \geq 0 \end{cases}$$

La solution de ce problème est un sentier de consommation optimale:  $c^*(t) = c_t^*$ . C'est donc une fonction du temps et non une valeur unique. Nous avons donc un problème de commande optimale. On résout ce type de problème en appliquant le principe de maximum de Pontryagin.

#### ➤ Maximum de Pontryagin

En macroéconomie, le principe de Pontryagin a été employé presque exclusivement pour la résolution des problèmes de croissance optimale. L'idée, qui est à l'origine du principe du Maximum, est de remplacer une optimisation inter temporelle globale par une suite d'optimisations instantanées locales. Dans notre cas particulier de croissance optimale,

<sup>55</sup> La croissance optimal, papier de Jérôme Glachant, Septembre 1999, p 3.

la décision instantanée de l'agent en ce qui concerne sa consommation provient de l'arbitrage entre un gain d'utilité immédiat, s'il consomme plus tout de suite son utilité présente s'accroît, et un gain futur, s'il consomme moins tout de suite il épargne plus donc le produit va croître et il pourra consommer plus dans l'avenir. Son choix est guidé par la valeur, en termes d'utilité, associée à l'accumulation.

$$\max_{c_t} U_0 = \int_0^{\infty} u[c(t)] \cdot e^{-\rho t} e^{nt} dt$$

La maximisation se fait sous trois contraintes : la contrainte budgétaire par tête à chaque date  $t$ , la contrainte de la richesse initiale donnée, la contrainte de la richesse finale actualisée, non négative, car il n'y a pas possibilité de laisser des dettes.

$$w(t) + r(t)a(t) = c(t) + na(t) + \dot{a}(t)$$

à l'origine en  $t = 0$ :  $a_0 = 0$

à l'infini en  $t \rightarrow \infty$ :  $a(t)e^{-(r-n)t} \geq 0$ .

La première contrainte nous donne la manière dont la commande influence l'évolution de l'état de ce système. C'est pour cette raison qu'on l'appelle l'équation de mouvement ou l'équation d'état. La deuxième contrainte tient compte de l'état initial de ce système.

Quand on considère l'évolution dynamique de cette économie, à chaque moment du temps, l'état du système peut être décrit avec  $a$ . Cette variable est donc comme nous l'avons déjà dit la variable d'état. L'évolution de cette variable est donnée par  $\dot{a}_t$  et elle est déterminée d'une part par l'état ( $a_t$ ), mais d'autre part, par une autre variable qui la commande  $c_t$ .  $c_t$  est donc la variable de commande.

### ➤ L'équation d'état

$$w(t) + r(t)k(t) = c(t) + na(t) + \dot{a}(t)$$

$a(t)$  représente les actifs nets par personne,  $a(t)$  est mesuré en termes réels, c'est-à-dire en unité de consommation. Les agents détiennent des actifs sous forme de droits de propriété sur le capital ou sous forme de prêts. Ils peuvent prêter ou emprunter entre eux, mais l'agent représentatif (l'économie est fermée) a une position nette, nulle à l'équilibre. Puisque les deux sortes d'actifs, le capital et les prêts, sont supposés parfaitement substituables, ils doivent rapporter le même taux de rendement réel  $r(t)$ . La contrainte de budget d'un agent peut s'écrire comme une contrainte d'accumulation :

$$Da = w + (r - n)a - c \dots \dots 3.2$$

Les actifs par tête ( $a$ ) augmentent avec le revenu par tête,  $w + ra$ , et baissent avec la consommation par tête ( $c$ ) et du fait de l'augmentation de la population, ( $na$ ). Pour chaque période, le ménage doit tenir compte du fait que son choix de consommer  $c(t)$  n'est pas

indifférent sur ce qu'il pourra consommer plus tard. Il doit tenir compte de l'impact de  $c(t)$  sur son patrimoine futur. Pendant la période  $dt$ , son patrimoine varie du montant de son épargne, c'est à dire de ses revenus (salaire + intérêt sur son capital) diminués de sa consommation.

### ➤ Résolution dynamique

La résolution de ce système revient à chercher une commande optimale,  $c^*(t)$  qui maximise l'utilité des agents à chaque moment du temps : c'est une fonction du temps. La valeur optimale de cet objectif sera donc donnée par :

$$U_0^* = \int_0^{\infty} u[c^*(t)] \cdot e^{-\rho t} e^{nt} dt$$

Sous les contraintes

$$\begin{cases} Da = w + (r - n)a - c \\ a(0) = a_0 \\ \forall t, a_t e^{-(r-n)t} \geq 0, c_t \geq 0 \end{cases}$$

#### ▪ Le lagrangien

Le problème du « père fondateur » est de choisir le profil temporel de  $(t)$  sous la contrainte d'accumulation  $(Da)$ . Puisque  $w, r$  et  $n$  sont données et puisque à un moment donné, l'état de la richesse  $(a)$  est donné, choisir la consommation  $c(t)$  c'est choisir l'épargne  $Da(t)$ . Le lagrangien est :

$$L = \int_0^{+\infty} e^{-(\rho-n)t} \cdot [uc(t) + \lambda(w + (r - n)a - c - Da)] \cdot dt + v a e^{-(r-n)t}$$

Pour la période  $t$ , le ménage doit maximiser l'utilité actualisée de sa consommation courante compte tenu de la perte ou du gain d'utilité future liée au fait que le niveau de sa consommation courante influence sa richesse donc sa consommation future.

On résout ce type de problème de maximisation d'un fonctionnel (fonction de fonctions) sous contrainte en utilisant une transformation proche du Lagrangien : La solution à ce problème de maximisation inter temporelle consiste à chercher le maximum de la fonction  $H(t)$  dite Hamiltonien.

#### ▪ Le Hamiltonien

On construit une nouvelle fonction objectif qui intègre aussi la contrainte mais en la multipliant par un prix implicite qui est similaire au multiplicateur de Lagrange. Mais ce multiplicateur varie avec le temps :  $\mu_t$ .

La variable  $\mu$  est le prix implicite associé à la variable d'état  $a$ . Elle nous donne la valeur marginale actualisée au moment 0 d'une unité de capital supplémentaire au moment  $t$ .

$$\lambda_t \equiv \mu_t \cdot e^{(\rho-n)t} \Leftrightarrow \mu_t = \lambda_t e^{-(\rho-n)t}$$

$$\Rightarrow \dot{\lambda} = \dot{\mu} \cdot e^{(\rho-n)t} + (\rho - n)\mu \cdot e^{(\rho-n)t} = \dot{\mu} \cdot e^{(\rho-n)t} + (\rho - n)\lambda$$

On obtient alors le Hamiltonien associé à ce problème :

$$H(t) = u(c)(t)e^{-(\rho-n)t} + \mu \frac{\partial a(t)}{\partial t}$$

$$H(t) = e^{-(\rho-n)t} \cdot u(c)(t) + \mu(w + (r - n)a - c)$$

Cette fonction mesure l'utilité actualisée associée à la consommation directe de  $(c)(t)$  à laquelle s'ajoute d'impact de la dernière unité consommée sur la variation de la richesse donc sur la consommation future. Cet impact est mesuré en termes d'utilité à la période  $t$  :  $[\mu(t)]$ . En  $t$  l'accroissement de la richesse due à la renonciation d'une unité de consommation vaut  $[\mu(t)]$  qui mesure donc le coût marginal d'opportunité de la consommation  $(c)(t)$ .

### 3.2.1.4 Conditions du premier ordre

La commande  $c(t)$  doit maximiser l'utilité globale  $H$ . Le choix de la fonction d'utilité instantanée permet de déterminer cette commande. Les conditions du premier ordre pour un maximum de  $U$  sont :

La première condition est une condition d'optimalité standard. La seconde condition est l'équation de mouvement du prix implicite  $\mu$ . La dernière condition est la condition de transversalité. En tenant compte de la définition de  $H$  et en utilisant  $\mu$ , ces conditions deviennent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial H(t)}{\partial c(t)} &= 0 \\ \frac{d\mu(t)}{dt} &\equiv \dot{\mu} = -\frac{\partial H(t)}{\partial a(t)} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} a_t \mu_t &= 0 \end{aligned}$$

#### ➤ Condition d'optimalité standard

$H(t)$  sera maximum si sa dérivée première par rapport à  $(c)(t)$  est nulle. Partant de

$$H(t) = u(c)(t)e^{-(\rho-n)t} + \mu[(r - n)(t)a(t) + w(t) - c(t)]$$



$$\frac{\partial H(t)}{\partial c(t)} = e^{-(\rho-n)t} \frac{\partial u(c_t)}{\partial c(t)} - \mu(t) = 0$$

On notera par la suite  $\partial u(c_t)/\partial c(t) = u'[c(t)]$  l'utilité marginale de la consommation du ménage à la période  $t$ . Cette condition indique simplement que le niveau de la consommation à la période  $t$  doit être telle que son utilité marginale (convenablement actualisée car on raisonne en  $t = 0$ ) doit être égale à son coût marginal d'opportunité (consommer moins dans le futur).

$$\mu = u'(c)e^{-(\rho-n)t} \dots \dots \dots 3.3$$

Si l'on peut trouver une fonction  $\mu(t)$  telle que  $H$  soit maximum, le problème est résolu

➤ **L'équation de mouvement du prix implicite  $\mu$**

Si le ménage renonce à consommer une unité supplémentaire en  $t$ , il accroît sa richesse d'un euro qui en  $t$ , vaut  $\mu(t)$  en terme d'utilité. A la fin de la période suivante, c'est-à-dire en  $(t + dt)$ , cet euro qui a été placé, lui rapporte  $rdt$  et le surplus de richesse disponible pour assurer sa consommation en  $t + dt$  vaut  $1 + rdt$  euros qui, en terme d'utilité mesuré en  $t + dt$ , vaut:  $\mu(t + dt)(1 + rdt)$ .

D'évidence si l'utilité marginale de sa consommation en  $t$ ,  $\lambda(t)$ , était supérieure à l'utilité future de l'accroissement de richesse que sa renonciation permet, le ménage consommerait d'avantage en  $t$ . Dans le cas contraire, il consommera moins. Le choix optimal du niveau de consommation du ménage en  $t$  impose donc que :

$$\mu(t) = \mu(t + dt)(1 + rdt)$$

$$\mu(t + dt) - \mu(t) = -r\mu(t + dt)$$

En raisonnant à la limite quand  $dt \rightarrow 0$ , on écrit en utilisant les notations habituelles

$$\frac{d\mu(t)}{dt} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{d\mu(t + dt) - \mu(t)}{dt} = -r\mu(t)$$

Partant de la fonction  $H(t)$ , on vérifie que  $\partial H(t)/\partial a(t)$  vaut  $r\mu(t)$  on en déduit que  $\lambda(t)$  doit satisfaire la condition :

$$\begin{aligned} \frac{d\mu(t)}{dt} &= -\frac{\partial H(t)}{\partial a(t)} \\ \Rightarrow D\mu &= -\mu(r - n) \dots \dots \dots 3.4 \end{aligned}$$

L'équation (3.4) est la condition d'optimalité sur le taux de croissance du prix implicite des actifs par tête.

$$-\frac{D\mu}{\mu} = r - n$$

La valeur actuelle, du prix implicite des actifs par tête, diminue au taux  $(r - n)$ . Cette condition d'optimalité est intuitive: si la population ne croît pas, la valeur en termes d'utilité actuelle, des actifs détenus par un agent, diminue dans le temps à un taux égal à leur taux de rendement  $(r)$ .

### ➤ Condition de Non-Ponzi

Si chaque ménage pouvait emprunter indéfiniment au taux d'intérêt donné,  $r(t)$ , il serait alors incité à recourir à « un montage financier » où chaque crédit supplémentaire serait remboursé au moyen d'un nouvel emprunt. Si un consommateur peut s'endetter sans limite  $a < 0$  au taux d'intérêt courant  $r_t$ , il peut être tenté de s'engager à un enchaînement de dettes (Ponzi Game): il peut emprunter 1 euro aujourd'hui pour financer la consommation présente et s'endetter de nouveau demain pour reconduire sa dette et payer les intérêts. Puisque le principal n'est jamais remboursé, la consommation totale additionnelle de 1 euro est effectivement gratuite pour le ménage. Un ménage qui procéderait de cette manière pourrait financer indéfiniment un niveau de consommation aussi élevé qu'il le souhaite.

En contrepartie, la dette de la famille augmente indéfiniment au taux  $r_t$ . Afin d'éliminer cette possibilité, nous supposons que le marché du crédit impose une limite au montant emprunté. Ce type de situations aberrantes doit être éliminé des trajectoires d'équilibre. La contrainte appropriée est que la valeur actuelle des actifs doit être asymptotiquement positive ou nulle. C'est-à-dire

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a(t)e^{-(r-n)t} \geq 0 \dots \dots \dots 3.5$$

Cette contrainte signifie qu'à long terme, la dette par tête du ménage (valeurs négatives de  $a(t)$ ) ne peut pas croître plus vite que  $r(t) - n$ , de sorte que le niveau d'endettement ne puisse augmenter aussi vite que  $r(t)$ . Cette restriction élimine la possibilité d'un financement où chaque crédit supplémentaire est remboursé au moyen d'un nouveau crédit.

Le problème d'optimisation du ménage est de maximiser  $U$  dans l'éq.(3.1), en fonction de la contrainte du budget de l'éq (3.2), du stock d'actifs initiaux,  $a(0)$ , et de la restriction de l'emprunt de l'éq (3.5).

#### 3.2.1.5 L'équation d'Euler

L'équation d'Euler signifie que l'utilité globale marginale et l'utilité associée à l'accumulation varient en sens opposé. Plus l'agent dispose de capital, moins il attache de prix à accumuler. L'utilité globale est maximale et constante sur toute la trajectoire, une augmentation de  $a$  entraîne une baisse de  $\lambda$ . On peut interpréter  $\lambda$  comme utilité marginale associée à l'accumulation.

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial a} \cdot e^{(\rho-n)t} + (\rho - n)\lambda$$

$$\begin{aligned}\dot{\lambda} &= -\mu(r - n).e^{(\rho-n)t} + (\rho - n)\lambda \\ \dot{\lambda} &= -\lambda r + \lambda n + \rho\lambda - n\lambda \\ \dot{\lambda} &= \lambda(-r + \rho)\end{aligned}$$

La condition nécessaire d'optimisation étant  $\partial H/\partial c = u'(c_t) - \lambda_t = 0$ . On déduit la relation suivante:

$$\begin{aligned}\dot{\lambda} &= \frac{du'(c_t)}{dt} = u'(c_t).(-r + \rho) \\ \Rightarrow \frac{du'(c_t)/dt}{u'(c_t)} &= -r + \rho \\ \Leftrightarrow \frac{u''(c_t).d(c_t)/dt}{u'(c_t)} &= -r + \rho \\ \Leftrightarrow \left[ \frac{c_t.u''(c_t)}{u'(c_t)} \right] \cdot \frac{\dot{c}_t}{c_t} &= -r + \rho \\ r = \rho - \frac{du'(c_t)/dt}{u'(c_t)} &= \rho - \left[ \frac{c_t.u''(c_t)}{u'(c_t)} \right] \cdot \frac{\dot{c}_t}{c_t} \dots \dots \dots 3.6\end{aligned}$$

Cette équation indique que les ménages choisissent leur consommation de façon à égaliser le taux de rendement,  $r$ , au taux de préférence pour le présent,  $\rho$ , augmenté du taux de diminution de l'utilité marginale de la consommation,  $u'$ , due à l'augmentation de la consommation par tête  $c$ . Le taux d'intérêt,  $r$ , dans le membre de gauche de l'éq (3.6), est le taux de rendement de l'épargne.

Le membre le plus à droite de l'éq (3.6) peut être considéré comme le taux de rendement de la consommation. Les agents préfèrent la consommation présente à la consommation future pour deux raisons. Premièrement le terme  $\rho$  apparaît parce-que les ménages déprécient l'utilité future à ce taux. Deuxièmement, si  $\dot{c}_t/c_t > 0$ , alors  $c$  est faible aujourd'hui relativement à demain. Comme les agents ont tendance à préférer une consommation régulière dans le temps (puisque  $u''(c_t) < 0$ ) ils chercheront à niveler le flux en « transférant » une partie de leur consommation future vers le présent.

Le second terme du membre de droite traduit cet effet. (Notons que ce terme est négatif si  $\dot{c}_t/c_t < 0$ ). L'éq. (3.6) indique que les agents économiques qui souhaitent optimiser leur consommation doivent égaliser les deux taux de rendement, de façon à être indifférents, à la marge, entre la consommation et l'épargne.

L'éq. (3.6) peut également s'interpréter ainsi: les ménages choisissent un profil de consommation parfaitement uniforme, avec  $\dot{c}_t/c_t = 0$ , si  $r = \rho$  et ils n'acceptent de dévier de ce profil uniforme ( c'est-à-dire ne tolèrent  $\dot{c}_t/c_t > 0$ ) que s'ils reçoivent en compensation un taux d'intérêt  $r$  suffisamment supérieur à  $\rho$ . Le terme  $[-u''(c_t)/u'(c_t)].\dot{c}_t/c_t$ , dans le membre

de droite de l'éq (3.6), indique le montant de cette compensation. Le terme entre crochet correspond à l'élasticité de  $u'(c_t)$  par rapport à  $c_t$ . Cette élasticité mesure la concavité de  $u(c_t)$  et détermine le niveau duquel  $r$  doit dépasser  $\rho$ . L'écart est d'autant plus élevé que l'élasticité est importante, pour une valeur donnée de  $\dot{c}_t/c_t$ .

### 3.2.1.6 La règle de Keynes-Ramsey.

Partant de la première condition :  $e^{-(\rho-n)t}u'(c_t) = \mu(t)$  on peut écrire

$$\begin{aligned}\ln[e^{-(\rho-n)t}u'(c_t)] &= \ln \mu(t) \\ -(\rho - n)t + \ln[u'(c_t)] &= \ln \mu(t)\end{aligned}$$

En différentiant par rapport au temps les deux membres de l'équation, on obtient:

$$\begin{aligned}- (\rho - n) + \frac{1}{u'(c_t)} \frac{du'(c_t)}{dt} &= \frac{1}{\mu(t)} \frac{d\mu(t)}{dt} \\ - (\rho - n) + \frac{1}{u'(c_t)} \left[ \frac{du'(c_t)}{dc_t} \right] \frac{dc_t}{dt} &= \frac{1}{\mu(t)} \frac{d\mu(t)}{dt} \\ - (\rho - n) + \frac{u''(c_t)}{u'(c_t)} \frac{dc_t}{dt} &= \frac{1}{\mu(t)} \frac{d\mu(t)}{dt}\end{aligned}$$

en remplaçant  $1/\mu(t) [d\mu(t)/dt]$  et en simplifiant les notations :

$$- (\rho - n) + \frac{u''(c_t)}{u'(c_t)} \frac{dc_t}{dt} = -r + n$$

On en tire le comportement optimal de consommation du ménage:

$$\begin{aligned}\frac{dc_t}{dt} &= - \frac{u'(c_t)}{u''(c_t)} (r - \rho) \\ \frac{\dot{c}_t}{c_t} &= - \frac{u'(c_t)}{c_t \cdot u''(c_t)} (r - \rho)\end{aligned}$$

Cette équation différentielle constitue la règle de Keynes-Ramsey. Elle montre que le profil optimal de consommation par tête ne dépend pas de la richesse initiale. Cette dernière n'intervient que pour fixer le niveau initial de consommation via la contrainte budgétaire inter temporelle. Le profil de consommation résulte alors de deux considérations : Le ménage reporte de la consommation dans le futur ( $\dot{c}/c > 0$ ) si le taux d'intérêt est plus fort que le taux de préférence pour le présent. Toutefois, cette tendance à la substitution de

consommation présente par la consommation future est limitée par l'effet de lissage. En effet, les substitutions sont d'autant plus actives que  $u(c_t)$  présente une faible courbure.

En remarquant que l'élasticité de la fonction d'utilité marginale  $u'$  par rapport à la consommation s'écrit :

$$\sigma(c) = -\frac{du'/u'}{d(c)/c} = -\frac{du'/d(c)}{u'/c} = -\frac{c \cdot u''}{u'}$$

Le résultat précédent s'écrit :

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\sigma(c)}(r - \rho) \dots \dots (3.7)$$

Ce qui décrit la trajectoire optimale de la consommation  $c_t$ . le premier terme de droite est l'élasticité de substitution inter-temporelle égale à l'inverse de l'élasticité de l'utilité marginale. Plus  $\sigma$  est fort, moins le ménage réagit à l'écart  $(r - \rho)$ , par conséquent, la relation entre  $r$  et  $\rho$  détermine si le profil de consommation par tête des ménages croît, demeure constant, ou baisse avec le temps. La consommation par tête augmentera au cours du temps si, à élasticité de substitution inter-temporelle constante, le rendement net du capital  $r$  est supérieur au taux de préférence pour le présent,  $\rho$ . Lorsque le rendement net est élevé, les ménages préfèrent épargner et investir maintenant pour consommer plus tard. L'évolution de l'élasticité de l'utilité marginale par rapport à  $c$ ,  $\sigma(c)$ , dépend de la fonction d'utilité.

Dans les modélisations, on utilise très souvent des fonctions d'utilité CRRA (Constant relative risk aversion pour lesquelles  $\sigma(c) = \sigma = \text{constante}$ ).

### 3.2.1.7 La fonction CRRA (Constant Relative Risk Aversion)

En choisissant pour la fonction d'utilité instantanée une spécification à élasticité de substitution inter temporelle constante, on vérifie la continuité de l'utilité marginale quand  $\sigma$  tend vers 1. Pour obtenir la continuité de l'utilité elle-même, il faut écrire, dans le cas  $\sigma \neq 1$ :

$$u(c) = \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma}$$

La présence au dénominateur de la constante  $1 - \sigma$  simplifie l'expression de l'utilité marginale et, surtout, assure que la fonction d'utilité est croissante quand  $\sigma > 0$ . On vérifie que l'utilité marginale est décroissante.

Plus  $\sigma$  est élevé, plus la diminution proportionnelle de  $u'(c)$  est rapide en réaction à l'augmentation de  $c$  et, de ce fait, moins les ménages sont enclins à consentir des déviations par rapport à un profil de  $c$  uniforme dans le temps. Quand  $\sigma$  tend vers 0, la fonction d'utilité tend vers une forme linéaire en  $c$ . Cette linéarité signifie que lorsque  $r = \rho$  s'applique, les ménages sont indifférents au profil temporel de leur consommation.

La forme de  $u(c)$  dans l'éq (3.7) implique que la condition d'optimalité de l'éq (3.6) se simplifie ainsi :

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma}(r - \rho)$$

L'intérêt de ce cas particulier dans un contexte de croissance est qu'il autorise une évolution à taux constant de la consommation si  $r$  est lui-même constant. Le consommateur fait croître sa consommation au taux  $g$  dès que son épargne est rémunérée au taux  $r = \rho + \sigma g$

La formule fait apparaître les propensions à consommer la richesse, à toutes les dates. La consommation dépend de la richesse et, de manière complexe, de toute la chronique des taux d'intérêt. Si  $r$  est constant, la consommation croît au taux constant  $(r - \rho)/\sigma$

$$1/c[dc/dt] = \frac{r - \rho}{\sigma} \Rightarrow c(t) = c_0 e^{\frac{(r-\rho)}{\sigma}t}$$

Dans le cas CRRA, la fonction d'utilité inter-temporelle est homogène. Les préférences sont homothétiques. Les consommations sont donc proportionnelles à la richesse.

#### ➤ Le taux marginal de substitution

La règle de Keynes-Ramsey est plus facile à comprendre quand on voit le temps en termes discrets et si l'on considère le problème d'allocation de consommation entre les moments  $t$  et  $t + 1$  par le planificateur central. S'il diminue la consommation à la date  $t$  de  $dc$ , il cause une perte d'utilité de  $u'(c_t)dc$ . Néanmoins, cette diminution de la consommation permet un investissement plus élevé et donc une production plus élevée qui pourra être consacrée à la consommation en  $t + 1$ :  $dc(1 + r)$ . La population augmentant au taux  $n$  pendant cette période, la consommation/tête en  $t + 1$  peut augmenter de:

$$\frac{dc(1 + r)}{1 + n}$$

Cette consommation supplémentaire implique alors une croissance d'utilité en  $t + 1$  (en valeur actualisée) de :

$$\frac{1}{1 + \rho} \cdot u'((c_{t+1})) \cdot \frac{dc(1 + r)}{1 + n}$$

Or, le long du sentier de consommation optimale, cette réallocation ne doit pas améliorer (ni détériorer) le bien-être globale:

$$\begin{aligned} u'(c_t)dc &= \frac{1}{1 + \rho} \cdot u'((c_{t+1})) \cdot \frac{dc(1 + r)}{1 + n} \\ \Rightarrow u'(c_t) &= \frac{1}{1 + \rho} \cdot u'((c_{t+1})) \cdot \frac{(1 + r)}{1 + n} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{1+\rho} \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} = \frac{1+n}{1+r}$$

$$TMS_{t+1,t} = TMST_{t+1,t}$$

Où les indices envoient aux dates des consommations. Si le délai entre  $t$  et  $t+1$  est suffisamment court, cette condition est équivalente à la condition (3.6). La règle de Keynes-Ramsey nous indique que la consommation augmente ; reste constante ; diminue selon que le produit marginal du capital (net de la croissance de la population) est plus - autant - moins élevé que le taux de préférence pour le présent.

Cela est assez intuitif : plus le produit marginal du capital est élevé par rapport au taux de préférence pour le présent, plus est-il intéressant de réduire la consommation présente pour profiter d'une consommation future plus élevée. Si ce produit marginal est fort initialement, la consommation sera croissante dans le temps sur le sentier optimal. Le rôle de l'élasticité de substitution apparaît à ce niveau : plus élevée est cette élasticité, plus facile il est de sacrifier la consommation présente pour profiter de la consommation future et donc, pour un niveau excédentaire du produit marginal (par rapport à la préférence pour le présent), plus fort est le taux de variation de la consommation.

#### ➤ La condition de transversalité

Une condition de transversalité indique le comportement que doit avoir la commande quand on arrive à l'horizon du programme (ici à l'infini) : la manière dont la commande doit traverser la ligne d'horizon. Cette condition doit nous aider à choisir le sentier optimal parmi les sentiers possibles. Dans notre cas cette condition est donnée par la contrainte .

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t) a_t = 0$$

Le prix implicite  $\mu$  évolue dans le temps selon l'éq (3.4). L'intégration de cette équation par rapport au temps donne

$$\mu(t) = \mu(0). \exp \left\{ - \int_0^t [r(\mu) - n] d\mu \right\}$$

$$\mu(t) = \mu(0). e^{-(r-n)t}$$

Le terme  $\mu(0)$  est égal à  $u'(c[0])$ , qui est positif parce que  $c(0)$  est fini ( si  $U$  est fini), et  $u'(c)$  est positif tant que  $c$  est fini. Si nous remplaçons  $\mu(t)$  par sa valeur dans l'équation précédente la condition de transversalité devient alors :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a_t \mu(0). e^{-(r-n)t} = 0 \dots \dots \dots (3.8)$$

Cette équation signifie que la quantité d'actifs par personne,  $a$ , croît asymptotiquement à un taux inférieur à  $r - n$ , ou de manière équivalente, que le niveau d'actifs croît à un taux inférieur à  $r$ . Il n'est donc pas optimal pour les ménages d'accumuler éternellement une quantité positive d'actifs au taux  $r$ , ou plus élevé, car il peuvent augmenter leur utilité en

consommant ces actifs.

La condition de transversalité indique que la valeur actualisée des actifs par tête (la quantité  $a(t)$  multiplié par le prix  $\mu(t)$ ) doit être nulle à la fin de la période de planification. Autrement dit, la valeur des actifs du ménage doit tendre vers 0 quand  $t$  tend vers l'infini. En effet la dynastie pourrait augmenter son utilité si les actifs détenus jusqu'à cette période terminale étaient utilisés pour augmenter la consommation. C'est la condition de non-Ponzi qui implique que la dette ne peut croître plus rapidement que  $r$ . Les familles ont en fait intérêt à saturer cette contrainte.

On peut comprendre mieux la signification de cette contrainte si l'on considère notre problème avec un horizon fini :  $T$ . Dans ce cas, si  $u'(c_T) \cdot e^{-(\rho-n)t}$  était positive, il serait sous-optimal de terminer avec un stock de capital positif car on pourrait améliorer le bien-être en consommant ce capital. Par conséquent, on doit avoir sur le sentier optimal :

$$a_T > 0 \text{ et } u'(c_T^*) \cdot e^{-(\rho-n)t} = 0$$

$$a_T = 0 \text{ et } u'(c_T^*) \cdot e^{-(\rho-n)t} > 0$$

$$a_T = 0 \text{ et } u'(c_T^*) \cdot e^{-(\rho-n)t} = 0$$

On peut condenser ces conditions en une seule :

$$a_T \cdot u'(c_T) \cdot e^{-(\rho-n)t} = 0$$

La condition à horizon infini peut être vue comme étant la limite de cette condition quand  $T$  devient très grand.

$$\lim_{T \rightarrow \infty} a_T \cdot (u'(c_T) \cdot e^{-(\rho-n)t}) = 0$$

### 3.2.2 L'équilibre des producteurs

Un grand nombre de firmes identiques possèdent une technologie de production employant du capital ( $K$ ) et du travail ( $L$ ), et faisant intervenir un facteur exogène de progrès technique ( $A$ ) qui croît au taux constant ( $g$ ). La production d'un bien unique ( $Y$ ) qui sert à sa propre reproduction en tant que capital, est supposée régie par une fonction de production à rendements d'échelle constants et à productivité marginale décroissante :

$$Y(t) = K(t) \cdot [A(t) \cdot L(t)]$$

L'état régulier ne pouvait coexister avec un progrès technique exogène à taux constant que si ce progrès prenait la forme d'une augmentation de l'efficacité du travail. Nous supposons par conséquent que la fonction de production peut s'écrire :

$$Y(t) = K(t) \cdot \hat{L}(t)$$



Où  $\hat{L}(t) \equiv A(t).L(t)$  est le montant de travail effectif et  $A(t)$ , le niveau de la technologie, croît au taux constant  $g \geq 0$ , par conséquent,  $A(t) = e^{gt}$ , où le niveau initial de technologie,  $A(0)$ , est normalisé à 1. Il est plus commode de raisonner en termes de variables par tête, car elles sont constantes à l'état régulier. Par conséquent, nous exprimons de nouveau les variables en unités de travail effectif :

$$\hat{y}(t) \equiv Y(t)/\hat{L}(t) \text{ et } \hat{k} \equiv K/\hat{L}$$

La fonction de production peut être écrite sous forme intensive :

$$\hat{y}(t) = f[\hat{k}(t)]$$

Où  $f(0) = 0$ . On peut immédiatement vérifier que les produits marginaux des facteurs sont donnés par :

$$Y(t) = \hat{L}(t)f[\hat{k}(t)]$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)} = f'[\hat{k}(t)]$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial L(t)} = [f(\hat{k}) - \hat{k}.f'(\hat{k})]e^{gt}$$

Les conditions d'Inada impliquent  $f'(\hat{k}) \rightarrow \infty$  quand  $\hat{k} \rightarrow 0$  et  $f'(\hat{k}) \rightarrow 0$  quand  $\hat{k} \rightarrow \infty$ .

Dans notre analyse, les entreprises empruntent le capital aux ménages qui le possèdent. Par conséquent, les coûts en capital supportés par les entreprises sont égaux aux versements des rentes, qui sont proportionnelles à  $K$ . Ceci implique que le capital peut être augmenté ou diminué sans encourir de dépenses supplémentaires, telles que le coût d'installation des machines ou celui lié à d'autres changements.

Nous partons d'un modèle où la fonction de production s'applique à toute l'économie, et où une unité de production peut être utilisée pour créer une unité de consommation des ménages,  $C$ , ou une unité de capital additionnel,  $K$ . par conséquent, tant que l'économie n'atteint pas une situation limite où toute la production courante est consacrée à la consommation ou au capital nouveau, le prix de  $K$  en termes de  $C$  reste fixé à 1.

Puisque  $C$  est différent de 0 à l'équilibre, nous avons seulement besoin de nous occuper du cas où la part de la production affectée au capital est nulle, c'est-à-dire au cas où l'investissement brut est égal à 0. Même dans cette situation, si le capital est réversible (c'est-à-dire le stock existant peut servir à la consommation), le prix de  $K$  en termes de  $C$  reste égal à l'unité : si le capital est réversible, l'investissement brut de l'économie peut être négatif, et le prix de  $K$  en termes de  $C$  reste égal à 1.

Soit  $R$  le prix d'une unité de capital. Supposons de nouveau que le stock de capital se déprécie au taux constant  $\delta \geq 0$ . Le taux de rendement net obtenu par un ménage qui possède une unité de capital est donc égal à  $R - \delta$ . Rappelons que les ménages peuvent aussi recevoir un taux d'intérêt  $r$  sur les fonds prêtés à d'autres ménages. Puisque le capital et les prêts sont parfaitement substituables en tant que réserve de valeur, nous devons avoir  $r = R - \delta$ , ou de façon équivalente,  $R = r + \delta$ . Le flux de recettes nettes ou de profits de l'entreprise représentative, à tout moment est donné par :

$$\pi(t) = F[K(t), \hat{L}(t)] - (r(t) + \delta).K(t) - w(t)L(t)$$

C'est-à-dire, les recettes brutes provenant de la production vendue,  $F[K(t), \hat{L}(t)]$ , moins le paiement des facteurs de production, c'est-à-dire la rente de capital,  $(r(t) + \delta).K(t)$ , et les salaires versés au travailleurs,  $w(t)L(t)$ .

Nous supposons que les entreprises cherchent à maximiser la valeur actuelle des profits. Comme les entreprises louent les services du capital et du travail, et qu'il n'y a pas de cout d'ajustement, le problème de maximisation de l'entreprise ne contient pas d'éléments inter-temporels. Le problème de maximisation de la valeur présente des profits se réduit à un problème de maximisation des profits à chaque période, sans considération du résultat des autres périodes.

### 3.2.2.1 Les conditions de premier ordre

Nous reprenons le modèle de Solow avec progrès technique neutre au sens de Harrod.

$R = r + \delta$  est le prix de location du capital et  $w$  le prix de location du travail. L'entreprise maximise :

$$\begin{aligned} \pi(t) &= F[K(t), L(t)e^{gt}] - (r(t) + \delta).K(t) - w(t)L(t) \\ &= L(t)e^{gt} [f[\hat{k}(t)] - (r(t) + \delta).\hat{k}(t) - w(t)e^{-gt}] \end{aligned}$$

On suppose que dans le contexte de transparence et d'efficience des marchés, elles emploient pleinement les facteurs de production et donc que les différents marchés sont équilibrés à chaque instant. Ce programme d'optimisation se situe à un niveau « statique » et se traduit par :

$$\frac{\partial \pi(t)}{\partial K(t)} = 0 \text{ avec } r(t) + \delta = f'[\hat{k}(t)]$$

$$\frac{\partial \pi(t)}{\partial L(t)} = 0 \text{ avec } w(t) = [f(\hat{k}) - \hat{k}.f'(\hat{k})]e^{gt}$$

Les firmes louent le capital au taux d'intérêt  $r(t) + \delta$ , et payent un salaire  $w(t)$  aux travailleurs qu'elles emploient. Elles sont considérées à chaque instant  $(t)$  en situation de

maximisation de profit ( $\pi$ ) en rémunérant les facteurs de production à leur productivité marginale. C'est-à-dire, une entreprise concurrentielle, avec  $r$  et  $w$  donnés, maximise son profit, pour  $\hat{L}$  également donné, en respectant la condition suivante :

$$r(t) + \delta = f'[\hat{k}(t)] \dots \dots \dots (3.9)$$

Autrement dit, elle choisit le ratio du capital au travail effectif qui égalise le produit marginal du capital à son prix(ou « rente »). Le niveau de profit qui en résulte est positif, nul, ou négatif, suivant la valeur de  $w$ . Si le profit était positif, l'entreprise pourrait réaliser un profit infini en choisissant une échelle infini. Si le profit était négatif, la taille de l'entreprise diminuerait jusqu'à devenir nulle. Par conséquent, lorsque l'équilibre de marché est « complet »,  $w$  doit être tel que le profit soit nul. Autrement dit, le total des paiements versés aux facteurs de production,  $(r(t) + \delta).K(t) - w(t)L(t)$ , est juste égal aux recettes brutes. De ce fait la taille de l'entreprise n'affecte pas les résultats.

Pour que le profit soit nul, il faut d'autre part que le taux de salaire soit égal au produit marginal du travail correspondant à la valeur de  $\hat{k}$  satisfaisant :

$$w(t) = [f(\hat{k}) - \hat{k}.f'(\hat{k})]e^{gt} \dots \dots \dots (3.10)$$

Le modèle ne détermine donc pas la taille d'une entreprise concurrentielle individuelle opérant avec une fonction de production à rendements d'échelle constants. Mais détermine en revanche le ratio du capital au travail effectif,  $\hat{k}$ , ainsi que le niveau agrégé de la production.

### 3.2.2.2 L'équilibre concurrentiel

Nous avons commencé par modéliser le comportement des ménages, en situation de concurrence, confrontés à un taux d'intérêt,  $r$ , donné, et un taux de salaire,  $w$ , donné. Nous avons ensuite introduit les entreprises concurrentielles, également confrontées à des valeurs données de  $r$  et  $w$ . Nous pouvons maintenant combiner le comportement des ménages et des entreprises pour analyser la structure d'un équilibre de marché concurrentiel.

Puisqu' en économie fermée le ménage représentatif a une dette nulle, les actifs par personne adulte,  $a$ , doivent être égaux au capital par tête,  $k$ . (rappelons que le nombre de travailleurs est égal au nombre d'adultes, et que chaque adulte fournit 1 unité de travail par unité de temps) . L'égalité entre  $k$  et  $a$  s'ensuit car tout le stock de capital doit être possédé par les adultes composant l'économie. En effet, dans ce modèle d'économie fermée, tout le capital par tête du pays est possédé par les résidents. Si l'économie était ouverte aux marchés internationaux de capitaux, l'écart entre  $k$  et  $a$  correspondrait à la dette intérieure nette du pays à l'égard du reste du monde.

### 3.2.2.3 L'équation dynamique fondamentale

Puisque tout les ménages sont identiques et toutes les entreprises ont la même fonction de production. A l'équilibre concurrentiel : les conditions d'optimalité (3,4,5,9,10) sont satisfaites et les conditions d'équilibre, sur les trois marchés, sont satisfaites.

Sur le marché du capital, la condition d'équilibre est :

$$a = k = \hat{k}e^{gt}$$

Elle permet avec (3.9) et (3.10) de réécrire la contrainte d'accumulation de l'agent représentatif en fonction de  $\hat{k}$ .

$$Da = w + (r - n)a - c$$

Devient

$$D\hat{k}e^{gt} + \hat{k}ge^{gt} = [f(\hat{k}) - \hat{k}.f'(\hat{k})]e^{gt} + (f'[\hat{k}(t)] - \delta - n)\hat{k}e^{gt} - c$$

Et en divisant par  $e^{gt}$

$$\begin{aligned} D\hat{k} &= f(\hat{k}) - \hat{k}.f'(\hat{k}) + (f'[\hat{k}(t)] - \delta - n)\hat{k} - \hat{k}g - ce^{-gt} \\ D\hat{k} &= f(\hat{k}) - \hat{c} - (g + n + \delta)\hat{k} \dots \dots \dots (3.11) \end{aligned}$$

C'est l'équation dynamique du capital dans le modèle de Ramsey. Elle correspond à l'équation (2.13) du modèle de Solow. Où  $\hat{c} \equiv C/\hat{L} = ce^{-gt}$ , et où  $\hat{k}(0)$  est donné. L'éq (3.11) est la contrainte des ressources de l'économie globale : la variation du stock de capital est égale à la production moins la consommation et la dépréciation, et la variation de  $\hat{k} \equiv K/\hat{L}$  prend également en compte le taux de croissance de  $\hat{L}$  au taux,  $g + n$ .

L'équation différentielle (2.13) est la relation clé qui détermine l'évolution dans le temps de  $\hat{k}$  et de ce fait, de  $\hat{y} = f(\hat{k})$ . l'élément manquant, cependant, concerne la fixation de  $\hat{c}$ . Si nous connaissons la relation entre  $\hat{c}$  et  $\hat{k}$  (ou  $\hat{y}$ ), ou si nous avons une autre équation différentielle permettant de déterminer l'évolution de  $\hat{c}$ , nous pourrions alors étudier la dynamique complète de l'économie.

### 3.2.2.4 La règle de Keynes-Ramsey

Dans le modèle de Solow-Swan le taux d'épargne était exogène, et l'évolution de la consommation était déterminée par celle de  $\hat{y}$ . Dans le modèle de Solow la dynamique du capital était suffisante pour réduire les dynamiques des autres variables. En effet :

$$\hat{c} = (1 - s)f(\hat{k})$$

$$\frac{D\hat{c}}{\hat{c}} = \frac{D\hat{y}}{\hat{y}} = \frac{D\hat{k}}{\hat{k}}$$

$$\hat{c} = \frac{c}{e^{gt}}, \text{ on a } \frac{Dc}{c} = \frac{D\hat{c}}{\hat{c}} + g$$

Dans le modèle de Ramsey, l'évolution de la consommation est déterminée par la règle de Ramsey Keynes:

$$\frac{Dc}{c} = \frac{1}{\sigma}(r - \rho)$$

A l'équilibre concurrentiel, la variable  $r$  est égale à la productivité marginale du capital nette (condition 3.9)

$$r = f'(\hat{k}) - \delta$$

L'évolution de la consommation est donc déterminée par

$$\frac{Dc}{c} = \frac{1}{\sigma}(f'(\hat{k}) - \delta - \rho)$$

$$\frac{D\hat{c}}{\hat{c}} = \frac{Dc}{c} - g$$

On a donc un équilibre concurrentiel caractérisé par une seconde équation dynamique qui détermine l'évolution de la consommation par tête efficaces :

$$\frac{D\hat{c}}{\hat{c}} = \frac{1}{\sigma}[f'(\hat{k}) - \delta - \rho - \sigma g] \dots \dots \dots (3.12)$$

Les eqs (3.11) et (3.12) forment un système de deux équations différentielles en  $\hat{c}$  et  $\hat{k}$ . Ce système, la condition initiale,  $\hat{k}(0)$ , et la condition de transversalité, déterminent les sentiers temporels de  $\hat{c}$  et  $\hat{k}$ .

### 3.2.2.5 La condition de transversalité

Ecrivons la condition de transversalité en termes de  $\hat{k}$  en substituant  $a = k$  et  $\hat{k} = ke^{-gt}$  dans l'éq (3.8)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t) a_t = \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{k} e^{gt} e^{-(f'(\hat{k}) - \delta - n)t} = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mu(0) \hat{k} e^{-(f'(\hat{k}) - \delta - g - n)t} = 0 \dots \dots \dots (3.13)$$

Nous pouvons interpréter ce résultat en utilisant par anticipation celui suivant lequel  $\hat{k}$  tend asymptotiquement vers la valeur d'état régulier constante,  $\hat{k}^*$ , comme le modèle de Solow-Swan. La condition de transversalité de l'éq (3.13) requiert donc que  $f'(\hat{k}) - \delta$ , le taux de rendement de l'état régulier, soit supérieur à  $g + n$ , le taux de croissance de  $k$  à l'état régulier.

### 3.3 L'état régulier

Nous allons maintenant chercher si les conditions d'équilibre données par les équations (3.11), (3.12) et (3.13), sont compatibles avec un état régulier, c'est-à-dire avec une situation où les diverses quantités croissent à taux constant. Nous allons d'abord montrer que le taux de croissance d'état régulier de  $\hat{c}$  et  $\hat{k}$  doit être nul.

Soit  $(\gamma_{\hat{k}})^*$ , le taux de croissance de  $\hat{k}$  à l'état régulier, et  $(\gamma_{\hat{c}})^*$ , le taux de croissance de  $\hat{c}$ , à l'état régulier. A l'état régulier l'éq (3.11) s'écrit :

$$D\hat{k} = f(\hat{k}) - \hat{c} - (g + n + \delta)\hat{k}$$

$$\hat{c} = f(\hat{k}) - (g + n + \delta)\hat{k} - \hat{k}(\gamma_{\hat{k}})^*$$

En dérivant cette condition par rapport au temps, nous voyons que

$$\dot{\hat{c}} = \dot{\hat{k}} \cdot \{f'(\hat{k}) - [g + n + \delta + (\gamma_{\hat{k}})^*]\}$$

Doit être vérifié à l'état régulier. L'expression entre accolades est positive, d'après la condition de transversalité de l'éq (3.13). par conséquent  $(\gamma_{\hat{k}})^*$  et  $(\gamma_{\hat{c}})^*$  doivent être de même signe. Lorsque  $(\gamma_{\hat{k}})^* > 0$ , alors  $\hat{k} \rightarrow \infty$  et d'après les conditions d'Inada  $f'(\hat{k}) \rightarrow 0$ . l'éq (3.12) implique alors  $\gamma_{\hat{c}} < 0$ . Ce résultat contredit celui selon lequel  $(\gamma_{\hat{k}})^*$  et  $(\gamma_{\hat{c}})^*$  sont de même signe.

Lorsque  $(\gamma_{\hat{k}})^* < 0$ , alors  $\hat{k} \rightarrow 0$  et  $f'(\hat{k}) \rightarrow \infty$ . l'éq (3.12) implique alors  $\gamma_{\hat{c}} > 0$ , un résultat qui contredit de nouveau celui indiquant que  $(\gamma_{\hat{k}})^*$  et  $(\gamma_{\hat{c}})^*$  sont de même signe. La dernière possibilité est que  $(\gamma_{\hat{k}})^* = (\gamma_{\hat{c}})^* = 0$ . le résultat  $(\gamma_{\hat{k}})^* = 0$  implique  $(\gamma_{\hat{y}})^* = 0$ . Ainsi les variables par unité de travail effectif,  $\hat{k}$ ,  $\hat{c}$  et  $\hat{y}$  sont constantes à l'état régulier. Cette évolution implique que les variable par tête  $k, c$  et  $y$ , croissent au taux  $g$  à l'état régulier, et que les variables  $K, C$  et  $Y$  croissent au taux  $n + g$  à l'état régulier. Ces résultats sur les taux de croissance d'état régulier sont les mêmes que ceux du modèle de Solow-Swan avec taux d'épargne exogène et constant.

### 3.3.1 La règle d'or

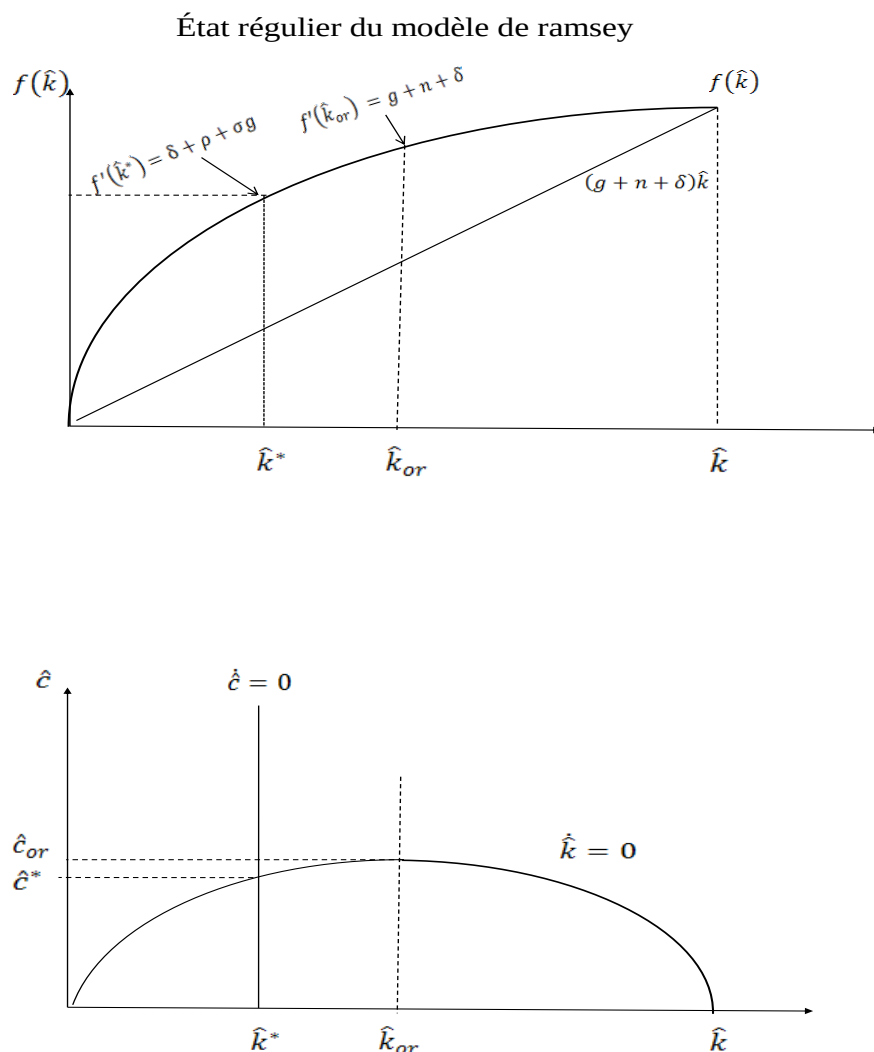


Figure (3.1)

La courbe en forme de dôme de la figure (3.1), qui correspond à  $\hat{c} = f(\hat{k}) - (g + n + \delta)\hat{k}$ , montre les paires  $(\hat{c}, \hat{k})$  qui satisfont à  $\dot{\hat{k}} = 0$  dans l'éq (3.11). Notons que la courbe atteint son maximum quand la pente de la fonction de production est égale à la pente de la consommation de capital :  $f'(\hat{k}) = \delta + g + n$ , de sorte que le taux d'intérêt,  $f'(\hat{k}) - \delta$ , est égal au taux de croissance de la production à l'état régulier,  $g + n$ . Cette égalité entre le taux d'intérêt et le taux de croissance correspond au niveau de règle d'or de  $\hat{k}$ , parce qu'elle conduit à maximiser  $\hat{c}$  dans l'état régulier. Nous désignons par  $\hat{k}_{or}$  la valeur de  $\hat{k}$  correspondant à la règle d'or.

L'éq (3.12) et la condition  $\dot{\hat{c}}/\hat{c} = 0$  impliquent

$$f'(\hat{k}^*) = \delta + \rho + \sigma g \dots \dots \dots (3.14)$$

Cette équation indique que le taux d'intérêt d'état régulier,  $f'(\hat{k}^*) - \delta$ , est égal au taux d'actualisation effectif,  $\rho + \sigma g$ . La composante  $\sigma g$  du taux effectif d'actualisation traduit l'effet de l'utilité marginale décroissante de la consommation due à la croissance de  $c$  au taux  $g$ .

La ligne verticale  $\hat{k}^*$ , sur la figure (2.1), correspond à cette condition. Notons que  $\dot{\hat{c}} = 0$  est vérifié pour cette valeur de  $\hat{k}$ , indépendamment de la valeur de  $\hat{c}$ . L'éq (3.12) indique que  $\dot{\hat{c}} = 0$  est aussi satisfaite dès lors que  $\hat{c} = 0$ .

Les rendements décroissants du capital sont le facteur clé de détermination de  $\hat{k}^*$  dans l'éq (3.14), puisqu'ils expliquent que  $f'(\hat{k}^*)$  soit une fonction monotonement décroissante de  $\hat{k}^*$ . De plus les conditions d'Inada :  $f'(0) = \infty$  et  $f'(\infty) = 0$ , garantissent que l'éq (3.14) est vérifiée pour une valeur positive unique de  $\hat{k}^*$ .

La figure (3.1) montre comment se déterminent les valeurs d'état régulier, ( $\hat{k}^*$  et  $\hat{c}^*$ ), à l'intersection de la droite verticale et de la courbe en forme de dôme. En particulier, avec  $\hat{k}^*$  déterminé par l'éq ((3.14), on trouve la valeur de  $\hat{c}^*$  en égalisant l'expression de l'éq (3.11) avec 0.

$$\hat{c}^* = f'(\hat{k}^*) - (g + n + \delta) \cdot \hat{k}^* \dots \dots \dots (3.15)$$

Notons que  $\hat{y}^* = f(\hat{k}^*)$  est la valeur d'état régulier de  $\hat{y}$ .

### 3.3.2 La règle d'or modifiée

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mu(0) \hat{k} e^{-(f'(\hat{k}) - \delta - g - n)t} = 0$$

Considérons la condition de transversalité de l'éq (3.13),

puisque  $\hat{k}$  est constant à l'état régulier, cette condition est vérifiée lorsque  $e^{-(f'(\hat{k}) - \delta - g - n)t}$  tend vers zéro. Donc lorsque le taux de rendement de l'état régulier

$r^* = f'(\hat{k}^*) - \delta$ , est supérieur au taux de croissance de l'état régulier,  $g + n$ .

L'éq (3.14) implique que cette condition peut s'écrire

$$f'(\hat{k}^*) - \delta > g + n$$

$$\delta + \rho + \sigma g - \delta > g + n$$



$$\rho > n + (1 - \sigma)g \dots \dots \dots (3.16)$$

Une autre façon de trouver cette condition est d'examiner la fonction d'utilité inter temporelle. Pour qu'il existe une solution d'équilibre, il faut que l'utilité soit bornée. Pour cela, il faut que la préférence pour le présent soit suffisamment grande,  $\rho > n + (1 - \sigma)g$ , afin qu'il existe une solution au choix rationnel de l'agent. Cette condition (qui impose l'existence d'une préférence pour le présent, positive et suffisamment forte) doit donc être considérée comme un principe de la rationalité.

L'équation  $f'(\hat{k}^*) = \delta + \rho + \sigma g$  est la règle d'or modifiée. A l'optimum au sens utilitariste <sup>56</sup> Le taux d'intérêt est égal au taux d'intérêt psychologique.

$$r^* = \rho + \sigma g$$

C'est une implication de la règle de Ramsey-Keynes à l'état régulier :

- Tant que  $r^* > \rho + \sigma g$ , les agents ont intérêt à investir, à renoncer à la consommation présente pour consommer plus demain, alors  $\hat{c} > 0$ .
- Tant que  $r^* < \rho + \sigma g$ , les agents ont intérêt à consommer aujourd'hui au prix d'un renoncement à la consommation futur, alors  $\hat{c} < 0$ .

A l'état régulier, puisque  $\hat{c} = 0$ , on a  $r^* = \rho + \sigma g$ , où  $g = \hat{c}/c$ .

### ➤ Comparaisons des deux règles d'or

Maximiser la consommation d'état régulier selon le critère de phelps, ou maximiser l'utilité inter temporelle selon le critère utilitariste, ne conduit évidemment pas à la même norme d'optimalité.

Sur la figure (3.2), la valeur d'état régulier,  $\hat{k}^*$ , est à gauche de  $\hat{k}_{or}$ . Cette relation est toujours vérifiée lorsque la condition de transversalité de l'éq.(3.16) est satisfaite . La valeur d'état régulier est déterminée d'après  $r^* = \rho + \sigma g$ , alors que la valeur de règle d'or est donné par  $r_{or} = g + n$ . L'inégalité de l'éq.(3.16) implique  $\rho + \sigma g > n + g$ , et par conséquent,  $r^* > r_{or}$  ou encore  $f'(\hat{k}^*) > f'(\hat{k}_{or})$ . Le résultat  $\hat{k}^* > \hat{k}_{or}$  découle de  $f''(\hat{k}) < 0$ .

Le niveau de la consommation par tête, qui découle de la règle d'or modifiée , est inférieur à celui qui résulte de l'application de la règle d'or. En effet, la règle d'or modifiée résulte d'une modélisation où l'agent représentatif a une préférence pour le présent, et cette préférence pour le présent à un prix : c'est l'écart entre  $\hat{c}^*$  et  $\hat{c}_{or}$ . Il faut bien noter que ce résultat est optimal au sens utilitariste (il est donc aussi au sens de Paréto) ; étant donné sa

<sup>56</sup> Tous les équilibres à gauche de  $\hat{k}_{or}$  sont des optimums de Paréto. Parmi ceux-ci, un est optimal au sens de phelps ( $\hat{k}_{or}$ ) et un est optimal au sens utilitariste ( $\hat{k}^*$ ).

préférence pour le présent, « le père fondateur de la dynastie » préfère, à la date  $t = 0$ , la consommation d'état régulier  $\hat{c}^*$  inférieur à  $\hat{c}_{or}$ . On comprend donc pourquoi l'équilibre peut être à gauche de  $\hat{k}_{or}$ .

### 3.3.3 Le taux d'épargne optimal

On va calculer le taux d'épargne déterminé de façon endogène. Avec la Cobb-Douglas ( $\hat{y} = \hat{k}^\alpha$ ) on a:

$$s^* = \frac{I}{Y} = \frac{DK + \delta K}{Y} = \frac{DK/K + \delta}{Y/K} = \frac{g + n + \delta}{(1/\alpha)Pmk^*} = \alpha \frac{g + n + \delta}{\delta + \rho + \sigma g}$$

Le taux d'épargne optimale est inférieur au taux qui résulte de la règle d'or. Le modèle de Ramsey donne une explication plus réaliste des taux d'épargne, il explique leur faiblesse par la préférence pour le présent.

Nous en déduisons qu'une sur-épargne inefficace ne peut pas exister dans ce cadre d'optimisation, alors qu'elle pouvait se produire dans le modèle de Solow-Swan caractérisé par un taux d'épargne arbitrairement constant. Car si le ménage type (qui se comporte comme s'il était éternel) épargnait à l'excès, il s'apercevrait que son comportement n'est pas optimal (c'est-à-dire qu'il ne respecte pas la condition de transversalité) et choisirait donc une voie de moindre épargne. Par contre, le ménage au comportement optimal n'épargne pas assez pour atteindre la valeur de règle d'or  $\hat{k}_{or}$ . Cette impatience, due à un taux d'actualisation effectif,  $\rho + \sigma g$  positif, l'empêche de sacrifier le montant de consommation courante nécessaire pour atteindre le maximum de  $\hat{c}$  (c'est-à-dire la valeur de règle d'or  $\hat{c}_{or}$ ) à l'état régulier.

### 3.3.4 Le taux de croissance

Le taux de croissance à l'état régulier ne dépend ni de paramètres qui décrivent la fonction de production,  $f(\cdot)$ , ni de paramètres de préférence  $\rho$  et  $\sigma$  qui caractérisent l'attitude des ménages envers la consommation et l'épargne. Ces paramètres exercent en revanche des effets à long terme sur le niveau des variables.

Sur la figure (3.2), une propension à épargner (représentée par une réduction de  $\rho$  ou  $\sigma$ ) déplace le barème  $\dot{\hat{c}} = 0$  vers la droite et laisse le barème  $\dot{\hat{k}} = 0$  inchangé. De même, un déplacement proportionnel, vers le haut, de la technologie de production, ou une réduction du taux de dépréciation,  $\delta$ , déplace la courbe  $\dot{\hat{k}} = 0$  vers le haut, et la courbe  $\dot{\hat{c}} = 0$  vers la droite. Ces déplacements entraînent des augmentations de  $\hat{c}^*$ ,  $\hat{k}^*$  et  $\hat{y}^*$ .

Une augmentation de  $g$  accroît la préférence effective pour le présent,  $\rho + \sigma g$ , et réduit également la valeur de  $\hat{c}^*$  qui correspond au  $\hat{k}^*$  donné par l'équation (3.15). Sur la figure (2.1), ces modifications déplacent le barème  $\dot{\hat{k}} = 0$  vers le bas et le barème  $\dot{\hat{c}} = 0$  vers le bas et la gauche, réduisant de ce fait  $\hat{c}^*$ ,  $\hat{k}^*$  et  $\hat{y}^*$ . (Bien que  $\hat{c}$  baisse, l'utilité croît parce que

la hausse de  $g$  augmente le taux de croissance de  $c$  relativement à celui de  $\hat{c}$ .) Finalement, l'effet de  $n$  sur  $\hat{k}^*$  et  $\hat{y}^*$  est nul, si l'on maintient  $\rho$  fixé. L'éq.(3.15) implique que  $\hat{c}^*$  décline. Si lorsque  $n$  est plus élevé, le taux de préférence pour le présent s'élève aussi, l'augmentation de  $n$  conduit alors à une réduction de  $\hat{k}^*$  et  $\hat{y}^*$ .

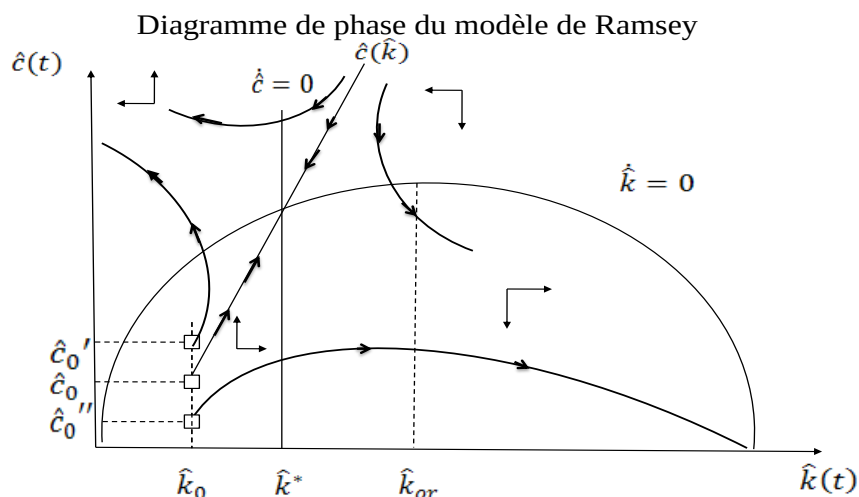
### 3.4 Dynamique de la transition

La dynamique transitoire est intéressante pour deux raisons, l'une positive, l'autre normative :

- ✓ on vérifie si l'état régulier est stable.
- ✓ Le critère de Pareto ne nous permettait pas de savoir, s'il fallait, et comment il fallait passer d'une épargne top faible à l'épargne optimale d'état régulier. Le critère utilitariste répond à cette question de la façon suivante : la dynamique transitoire résulte ici des comportements optimaux de consommation inter-temporelle des agents de la société, sensés maximiser la fonction d'utilité inter-temporelle utilitariste, elle est donc nécessairement optimale

#### 3.4.1 Diagramme de phase

Le modèle de Ramsey permet d'étudier l'évolution des taux de croissance (et autres variables) le long des sentiers de transition partant d'une condition initiale,  $\hat{k}(0)$ , et rejoignant le ratio d'état régulier  $\hat{k}^*$ . Les équations (3.11), (3.12) et (3.13) déterminent le sentier d'évolution de  $\hat{k}$  et  $\hat{c}$  pour une valeur donnée  $\hat{k}(0)$ . Le diagramme de la figure (3.2) montre la nature de cette dynamique.



La courbe en forme de dôme de la figure (3.2) montre la dynamique transitionnelle du modèle de Ramsey.  $\dot{c} = 0$  et  $\dot{\hat{k}} = 0$  divisent l'espace en quatre régions, et les flèches indiquent la direction du mouvement dans chaque région. Le modèle est caractérisé par une stabilité de sentier-selle. Le bras stable est une courbe à pente positive qui passe par l'origine et par l'état régulier. Partant d'un faible niveau de  $\hat{k}$ , la valeur optimale initiale de  $\hat{c}$  est faible.

Rappelons que la ligne verticale en  $\hat{k}^*$  correspond à la condition  $\dot{c} = 0$  dans l'éq (3.12). Cette équation implique également que  $\hat{c}$  est croissant quand  $\hat{k} < \hat{k}^*$  (donc sur cette partie de la figure, les flèches pointent vers le haut) et décroissant pour  $\hat{k} > \hat{k}^*$  (les flèches pointent vers le bas).

Rappelons que également que la courbe en forme de dôme de la figure (3.2) indique les combinaisons de  $\hat{k}$  et  $\hat{c}$  qui satisfont  $\dot{\hat{k}} = 0$  dans l'éq (3.11). Cette équation implique aussi que  $\hat{k}$  diminue pour les valeurs de  $\hat{c}$  situées au dessus de la courbe en forme de dôme (donc, dans cette partie de la figure, les flèches pointent vers la gauche) et augmente avec les valeurs de  $\hat{c}$  situées au dessous de la courbe (les flèches pointent vers la droite).

En dynamique transitoire,  $\dot{c}$  croît ou décroît selon que la productivité marginale du capital est plus ou moins forte :

$$\begin{aligned} D\hat{c} &= \frac{1}{\sigma} [f'(\hat{k}) - \delta - \rho - \sigma g] \hat{c} = 0 \Leftrightarrow f'(\hat{k}) = \delta - \rho - \sigma g \Leftrightarrow \hat{k} = \hat{k}^* \\ D\hat{c} &= \frac{1}{\sigma} [f'(\hat{k}) - \delta - \rho - \sigma g] \hat{c} > 0 \Leftrightarrow f'(\hat{k}) > \delta - \rho - \sigma g \Leftrightarrow \hat{k} < \hat{k}^* \\ D\hat{c} &= \frac{1}{\sigma} [f'(\hat{k}) - \delta - \rho - \sigma g] \hat{c} < 0 \Leftrightarrow f'(\hat{k}) < \delta - \rho - \sigma g \Leftrightarrow \hat{k} > \hat{k}^* \end{aligned}$$

En dynamique transitoire,  $\dot{\hat{k}}$  croît ou décroît selon que la consommation est plus ou moins forte :

$$\begin{aligned} D\hat{k} &= f(\hat{k}) - \hat{c} - (g + n + \delta)\hat{k} = 0 \Leftrightarrow \hat{c} = f(\hat{k}) - (g + n + \delta)\hat{k} \\ D\hat{k} &= f(\hat{k}) - \hat{c} - (g + n + \delta)\hat{k} > 0 \Leftrightarrow \hat{c} < f(\hat{k}) - (g + n + \delta)\hat{k} \\ D\hat{k} &= f(\hat{k}) - \hat{c} - (g + n + \delta)\hat{k} < 0 \Leftrightarrow \hat{c} > f(\hat{k}) - (g + n + \delta)\hat{k} \end{aligned}$$

### 3.4.2 Evolution du taux d'épargne

Le taux d'épargne brut ( $s$ ) est égale à  $1 - \hat{c}/f(\hat{k})$ . Le modèle de Solow-Swan, supposait que  $s$  était une constante d'un niveau arbitraire. Dans le modèle de Ramsey, avec des consommateurs optimisateurs,  $s$  peut suivre un sentier compliqué, comprenant des segments croissants et décroissants, à mesure que l'économie se développe et approche de l'état régulier.

On comprend que si l'évolution du taux d'épargne est indéterminée, c'est parce qu'elle fait intervenir les effets contraires de substitution et de revenu. Lorsque  $\hat{k}$  augmente, la baisse de  $f'(\hat{k})$  réduit le taux de rendement  $r$  de l'épargne. L'incitation moins à épargner tend à réduire le taux d'épargne quand l'économie se développe (effet de substitution inter-temporelle). Le revenu par travailleur effectif dans une économie pauvre ( $f(\hat{k})$ ) est bien inférieur au revenu à long terme (revenu permanent) de cette économie. Puisque les ménages préfèrent un flux de consommation régulier, ils souhaitent consommer plus que leur revenu quand celui-ci est peu élevé : le taux d'épargne est donc faible lorsque  $\hat{k}$  est faible. Lorsque  $\hat{k}$  augmente, l'écart entre les revenus actuel et permanent diminue ; de ce fait, la consommation tend à baisser par rapport au revenu, et le taux d'épargne tend à s'accroître. Cet effet (de revenu) augmente le taux d'épargne au fur et à mesure du développement économique.

L'évolution du taux d'épargne au cours de la transition dépend de l'importance relative des effets de revenu et de substitution. L'effet net est en général indéterminé, et le sentier d'évolution de l'épargne au cours de la transition peut en être compliqué. Cependant pour une fonction Cobb-Douglas, les résultats se simplifient. Suivant les valeurs des paramètres, le taux d'épargne chute régulièrement, reste constant, ou croît régulièrement quand  $\hat{k}$  augmente.

Dans le cas Cobb-Douglas, le taux d'épargne d'état régulier,  $s^*$ , est donné par

$$s^* = \frac{\alpha(g + n + \delta)}{\delta + \rho + \sigma g} \dots \dots \dots (3.17)$$

### 3.4.3 Vitesse de convergence

La vitesse de convergence dans le modèle de Ramsey est calculée par une version log-linéaire du système dynamique en  $\hat{k}$  et  $\hat{c}$ , formée par les éqs (3.11) et (3.12). Lorsque ces deux équations sont développées au voisinage d'état régulier, les résultats peuvent s'écrire :

$$\log[\hat{y}(t)] = e^{-\beta t} \cdot \log[\hat{y}(0)] + (1 - e^{-\beta t}) \cdot \log(\hat{y}^*) \dots \dots \dots (3.19)$$

Où  $\beta > 0$ . Ainsi pour  $t \geq 0$ ,  $\log[\hat{y}(t)]$  est une moyenne pondérée de la valeur initiale  $\log[\hat{y}(0)]$  et de la valeur d'état régulier  $\log(\hat{y}^*)$ , la pondération de la valeur initiale déclinant exponentiellement au taux  $\beta$ . La vitesse de convergence,  $\beta$ , dépend des paramètres de la technologie et des préférences. Dans le cas d'une technologie Cobb-Douglas, la formule du coefficient de convergence (obtenue par une approximation log linéaire autour de la position d'état régulier) est :

$$2\beta = \left\{ \zeta^2 + 4 \left( \frac{1-\alpha}{\sigma} \right) \cdot (\rho + \delta + \sigma g) \cdot \left[ \frac{\rho + \delta + \sigma g}{\alpha} - (n + g + \delta) \right] \right\}^{1/2} - \zeta \dots \dots (3.20)$$

$$\text{Où } \zeta = \rho - n - (1 - \sigma)g > 0.$$

L'éq (3.19) implique que le taux de croissance moyenne de la production par tête,  $y$ , sur un intervalle allant de la date initiale 0 à toute date future  $T > 0$  est donné par :

$$\left(\frac{1}{T}\right) \log \left[ \frac{\hat{y}(t)}{\hat{y}(0)} \right] = g + \frac{(1 - e^{-\beta t})}{T} \log \left[ \frac{\hat{y}^*}{\hat{y}(0)} \right] \dots \dots (3.21)$$

Maintenant fixés pour le moment, le taux de croissance d'état régulier,  $g$ , la vitesse de convergence,  $\beta$ , et l'intervalle d'approximation,  $T$ . L'éq (3.21) indique alors que le taux de croissance moyen de la production par tête dépend négativement du ratio  $\hat{y}(0)$  à  $\hat{y}^*$ . L'effet de la position initiale,  $\hat{y}(0)$ , est conditionné par la position d'état régulier,  $\hat{y}^*$ . Autrement dit, le modèle de Ramsey prévoit également une convergence conditionnelle plutôt qu'absolue.

Le coefficient qui relie le taux de croissance de  $y$  à  $\log \left[ \frac{\hat{y}^*}{\hat{y}(0)} \right]$  dans l'éq (3.21),  $\frac{(1 - e^{-\beta t})}{T}$ , décline avec  $T$ , pour  $\beta$  donné. Si  $\hat{y}(0) < \hat{y}^*$ , de sorte que le taux de croissance déclinent avec le temps, une augmentation de  $T$  signifie que les taux de croissance plus faibles influencent d'avantage la moyenne que les taux de croissance plus élevés, proches de l'état réguliers. Par conséquent, le taux de croissance moyen, qui entre dans l'éq (3.21), baisse à mesure que  $T$  augmente.

Lorsque  $T \rightarrow \infty$ , le taux de croissance d'état régulier,  $g$ , domine la moyenne. De ce fait le coefficient  $(1 - e^{-\beta t})/T$  approche 0, et le taux de croissance de  $y$  dans l'éq (3.21) tend vers  $g$ .

Pour  $T$  donné, un  $\beta$  plus élevé implique un coefficient  $(1 - e^{-\beta t})/T$  plus élevé. (Quand  $T \rightarrow 0$  le coefficient tend vers  $\beta$ . L'éq (3.20) exprime la dépendance de  $\beta$  par rapport aux paramètres sous-jacents. Considérons d'abord le cas du modèle de Solow-Swan où le taux d'épargne est constant. Comme nous l'avons noté précédemment, cette situation s'applique ici lorsque le taux d'épargne d'état régulier,  $s^*$ , qui apparaît dans l'éq.(3.17), est égal à  $1/\sigma$  ou, de façon équivalente, si la combinaison des paramètres  $\alpha(n + \delta) + (\delta + \rho)/\sigma - g(1 - \alpha)$  est égale à 0.

Avec un taux d'épargne constant, la formule du coefficient due convergence  $\beta$  se simplifie d'après l'éq (3.20) au résultat du modèle de Solow-Swan, donné par l'équation :

$$\beta = (1 - \alpha).(g + n + \delta)$$

Dans le cas d'un taux d'épargne variable, l'équation (3.20) détermine les effets complets des divers paramètres sur la vitesse de convergence. L'élément nouveau concerne l'inversion du sentier temporel du taux d'épargne au cours de la transition. Si le taux

d'épargne baisse avec  $\hat{k}$  la vitesse de convergence est alors plus élevée que dans le cas contraire, et vice versa.

Si le taux de préférence pour le présent,  $\rho$ , augmente, le niveau du taux d'épargne tend à baisser (eq.[3.17]). Cependant, l'effet sur la vitesse de convergence dépend, non du niveau du taux d'épargne, mais de la tendance de ce dernier à augmenter ou baisser lorsque l'économie se développe. Un  $\rho$  plus élevé, déplace l'ensemble du sentier d'épargne vers le bas. En effet, le taux effectif de préférence pour le présent est  $\rho + \sigma \cdot \dot{c}/c$ . Or, comme  $\dot{c}/c$  est inversement relié à  $\hat{k}$ , l'effet de  $\rho$  sur le taux effectif de préférence pour le présent est d'autant plus faible, proportionnellement que  $\hat{k}$  est faible. Par conséquent, le taux d'épargne tend à décroître moins lorsque  $\hat{k}$  est faible, et, de ce fait, le sentier temporel du taux d'épargne tend à être déplacé vers le bas. Un  $\rho$  plus élevé tend de même à augmenter l'importance de  $\beta$  (eq.[3.17]).

Il se trouve qu'avec un taux d'épargne variable, les paramètres  $\delta$  et  $g$  exercent un effet positif sur  $\beta$ , exactement comme c'était le cas dans le modèle de Solow-Swan. L'effet global du paramètre  $n$  devient indéterminé, mais est de faible ampleur dans l'intervalle concerné.

Il n'y a pas d'inefficience dynamique dans le modèle de Ramsey, puisque l'état régulier est nécessairement à gauche de  $\hat{k}_{or}$ , l'excès d'épargne ne peut pas exister. Le taux d'épargne est optimal, il ne peut pas être trop élevé. Il pouvait l'être dans le modèle de Solow, car le taux d'épargne exogène était « arbitraire », il pouvait être donc plus fort. Le modèle de Ramsey repère un taux d'intérêt supérieur au taux de croissance, ce qui est la situation des économies occidentales depuis les années 1980. Dans une telle situation, il n'y a pas à craindre une épargne excessive.

## Conclusion

Selon Domar, l'investissement est une dépense mais aussi une variation du stock de capital qui dégage des capacités de production. Pour analyser le processus de la croissance, il faut voir l'investissement non seulement comme un instrument générateur de revenu (comme pour Keynes), mais aussi comme un créateur de capacités de production.

Dans le modèle de Domar, la propension marginale à épargner est difficile à faire varier et fait qu'on ne peut obtenir un niveau de revenu et d'emploi plus élevé qu'à travers un accroissement de l'investissement. Mais cet investissement, en raison de l'effet « capacité » fait que l'on se trouve devant un dilemme : « si des investissements suffisants ne sont pas atteints aujourd'hui il y aura chômage. Mais si on investit assez aujourd'hui il faudra investir encore plus demain si on ne veut pas qu'il y ait chômage demain. »<sup>57</sup>.

La théorie de Harrod peut s'exposer en trois points, les trois problèmes de Harrod : le problème de l'existence de l'équilibre et le taux de croissance garanti, le problème de l'unicité

---

<sup>57</sup> Domar, Expansion et Emploi, Abraham-Frois et al. (1973)

de l'équilibre et ses propriétés et enfin le problème de la stabilité de l'équilibre à long terme, point qui fait la différence avec Domar.

Harrod détermine d'abord le taux de croissance effectif et représente le taux auquel le revenu croît effectivement dans l'économie. Il définit ensuite le taux de croissance qui permet à l'économie de suivre une trajectoire d'équilibre. Sur cette trajectoire, les entreprises planifient en permanence un montant d'investissement qui correspond exactement à la fraction du revenu qui a été épargnée.

Le problème est de savoir si ce taux qui satisfait les plans des producteurs coïncide avec le taux de croissance effectif du revenu, constaté dans l'économie. Si les producteurs n'anticipent pas bien les plans de consommation, le taux de croissance garanti ne sera pas égal au taux de croissance réel ou effectif. Ceci est le premier problème de Harrod.

Le deuxième problème de Harrod est l'instabilité du taux de croissance. Il est arrivé à la conclusion qu'il est difficile que le taux de croissance réel ou effectif corresponde au taux de croissance garanti. A long terme, ces deux taux ne correspondront pas non plus au taux de croissance naturel, que Harrod définit comme le taux d'expansion que permettent l'accroissement de la population et le progrès technique. C'est donc le taux de croissance maximale possible. Le taux de croissance naturel suit la trajectoire d'une croissance de la production telle qu'en chaque point les producteurs seront satisfaits de l'équilibre entre le travail et le loisir. Cette trajectoire, contrairement à celle du taux de croissance du taux garanti, admet un chômage involontaire.

La poursuite du plein emploi exige que la production augmente au taux de croissance de la population, et de la technologie, pour qu'il n'y ait pas de capacités inemployées. A l'équilibre il faudra donc l'égalité des trois taux de croissance. Selon Harrod, il est très difficile d'atteindre cette égalité, du fait que ces taux dépendent de paramètres exogènes, comme le coefficient marginal du capital nécessaire à la maximisation du profit des entrepreneurs, la propension marginale à épargner, le taux de croissance de la population, et de la technologie. Cet équilibre est cependant instable, et tout écart accidentel hors du chemin de la croissance équilibrée, entraîne l'économie de plus en plus loin de l'équilibre économique.

Le modèle de Solow décrit comment un accroissement du stock de capital, de la quantité de travail et le progrès technique interagissent et affectent la production au sein de l'économie. À long terme, il montre que l'économie tend vers un état stationnaire. Cette situation d'équilibre est déterminée par le taux d'épargne, le progrès technique et la croissance démographique. Le taux d'épargne et le progrès technique étant des données dans le modèle, la croissance économique dépend, à long terme, de celle de la population.

Le modèle de Solow prédit que si des pays ont des caractéristiques similaires, on devrait observer une « convergence ». On a expliqué la convergence, du fait que les pays concernés ont une même trajectoire de croissance équilibrée. Un sentier de croissance équilibrée correspond au plus fort taux de croissance régulier de long terme que l'économie peut soutenir. Il dépend de son niveau technique, de son taux d'épargne, et d'autres facteurs comme la croissance démographique.

Pour Solow l'équilibre est la règle et le déséquilibre l'exception. Il pense qu'à long terme l'économie tend vers une situation d'équilibre. L'une des faiblesses théoriques du



modèle de Solow vient du fait qu'il considère le progrès technique comme exogène. Il ne dit rien sur comment le progrès technique intervient. Solow a admis l'idée que la formation pouvait être un des facteurs d'amélioration de l'efficacité du travail humain, et de la croissance.

La source essentielle demeure le progrès technique, c'est-à-dire l'amélioration des connaissances, moteur de croissance pour tous. Il faut intervenir pour soutenir les investissements collectifs, les réductions d'inégalités de revenus ou les aides sociales. Se situant dans le courant keynésien orthodoxe, de la synthèse, Solow demeure partisan d'une intervention publique, autant pour organiser la répartition des gains de productivité issus du progrès technique que pour réguler l'économie.

Le modèle de croissance optimale de Ramsey est un modèle à horizon infini. Il fournit un point de départ commode à toute analyse de la croissance et de la politique économiques. Il permet de caractériser le chemin parcouru par l'économie, à partir de l'instant présent jusqu'à l'équilibre de long terme. Il permet de démontrer que la règle d'or de la croissance économique n'est pas optimale, si les agents économiques escomptent l'utilité future.

Franck Ramsey a étudié le problème de l'allocation optimale des ressources à travers les décisions de consommation, d'épargne, d'investissement et d'accumulation du capital. Son modèle décrit une économie concurrentielle sans incertitude et sans monnaie, dans laquelle les agents sont homogènes et vivent une infinité de périodes. L'allocation des ressources obtenue du fait d'un fonctionnement décentralisé de l'économie sera alors la même que celle choisie par un planificateur qui maximise l'utilité d'un agent représentatif<sup>58</sup>.

La dynamique transitoire du modèle de Ramsey ne fournit pas une nette description de différents aspects du développement économique. Pour une société qui démarre en dessous de son état régulier, il prévoit une vitesse de convergence excessive, un taux de croissance transitoire trop élevé, une diminution du taux d'épargne et un taux d'intérêt et de croissance élevés également.

Le résultat du modèle de Ramsey est optimiste, puisqu'il signifie que les pays pauvres qui ont une forte préférence pour le présent sont handicapés par un état de croissance régulier de faible niveau, mais « privilégiés » par une convergence conditionnelle rapide. Concrètement le message de politique économique est « qu'ils sont à l'optimum » et qu'il n'y a pas de politique de développement à mener.

Ces modèles expliquent qu'un élargissement des capacités de production peut générer de la croissance. L'effet de l'investissement public peut générer la croissance économique sous cette condition. En agissant sur la demande globale, l'investissement public a un effet positif sur la production dans le court et le moyen terme. L'investissement est un élément particulier de la demande puisqu'il permet d'augmenter le stock de capital et est donc susceptible d'augmenter les capacités de production. La croissance économique désigne la variation positive de la production. Mais cette croissance ne peut s'expliquer par la simple augmentation de la quantité de travail et de capital. Elle est de plus que jamais obtenue par l'introduction d'innovations qui agissent sur la croissance et sur l'efficacité des facteurs de production.

---

<sup>58</sup> Emmanuel Thibault, L'équivalence ricardienne dans les modèles de croissance avec accumulation de capital  
Daloz | Revue d'économie politique 2003/2 - Vol. 113



## ***Chapitre 3***

### ***Etude de la fonction de production***

## Introduction

Notre analyse du chapitre précédent a discerné que la croissance du PIB réel est due à l'accroissement du stock du capital, à l'augmentation de la population active et au progrès technologique. Le modèle de Solow n'expliquait pas la croissance, il signalait simplement que la croissance subsiste grâce au progrès technique. Pour les théoriciens de la croissance endogène, le progrès technique ne tombe pas du ciel. La croissance est assimilée à un phénomène autoentretenu par l'accumulation de quatre facteurs principaux : la technologie, le capital physique, le capital humain et le capital public. Le rythme d'accumulation de ces variables dépend de choix économiques, c'est pourquoi on parle de théories de la croissance endogène.

La croissance économique peut être définie comme l'évolution à moyen et long terme du produit total et surtout du produit par tête dans une économie donnée. On utilise le produit par tête comme indication de l'amélioration du niveau de vie. L'indicateur le plus utilisé pour mesurer cette croissance est le produit intérieur brut. Il est mesuré à prix constants pour corriger les effets de l'inflation. Le taux de croissance est le taux de variation du PIB.

La production crée des biens et services à partir des facteurs tels que le capital et le travail. Etudier la production permet d'identifier ces facteurs. La relation entre la quantité produite ( $Y$ ) et les quantités de travail ( $L$ ) et capital ( $K$ ) est exprimée à l'aide d'une fonction de production, notée :  $Y = f(K, L)$ . Les économistes cherchent à mesurer les variations sur une longue période des quantités et de la qualité de facteurs utilisés afin de pouvoir calculer l'augmentation de PIB que de telles variations auraient dû produire.

Le capital physique est l'équipement dans lequel investit une entreprise pour la production de biens et de services. L'investissement est l'ensemble des moyens mis en œuvre pour améliorer la capacité productive dans le but d'accroître les revenus futurs. Ces flux alimentent le stock de capital et favorisent la croissance.

Le capital humain désigne l'ensemble des capacités apprises par les individus et qui accroissent leur efficacité productive. Chaque individu est propriétaire d'un certain nombre de compétences, qu'il valorise en les vendant sur le marché du travail. L'augmentation de la population active est un facteur non négligeable de croissance économique. Il est possible de produire plus avec plus de main-d'œuvre.

La croissance de la productivité détermine les revenus réels. Elle apparaît sous la forme d'un rapport entre la production totale et un facteur de production (le travail ou le capital). La productivité du travail indique comment varie la production totale lorsque l'on fait varier le facteur travail. On cherche à préciser la contribution du facteur travail à la croissance de la production. On retient en général deux mesures de la productivité, la productivité moyenne et la productivité marginale du travail.

Si la croissance de la productivité du travail est un bon indicateur, la productivité globale des facteurs est probablement meilleure. Elle rend compte de l'efficacité en rapportant la production à l'ensemble des facteurs de production (travail et capital). Si on met à la disposition des travailleurs des machines plus performantes ou du capital plus récent, la productivité augmente, même s'il n'y a aucun gain d'efficacité au niveau macroéconomique.<sup>59</sup>

Pour déterminer la forme d'une fonction de production, on doit disposer de statistiques exprimant clairement ces caractéristiques. La première difficulté qui se pose à la formalisation de la production concerne l'identification de cette fonction. La fonction de production exprime un ensemble de relations existant entre l'ensemble des facteurs de production et le résultat de l'activité économique. Pour mesurer la contribution des facteurs à la production, la croissance utilise les modèles économico-mathématiques.

A l'aide d'outils statistiques et de procédures d'inférence, l'économètre essaie de déterminer la structure dynamique des variables économiques qu'il considère. Étant donné les débats qui agitent l'économétrie de la politique économique, mais aussi l'affluence des méthodes économétriques, il n'est pas forcément facile de repérer les différents enjeux méthodologiques, théoriques et appliqués.

Un modèle se présente de façon générale, comme un ensemble de relation entre différentes variables présentant entre elles un lien de cause à effet. Il s'agit de relations quantitatives entre les différentes variables. Les variables macroéconomiques caractérisés par un trend important tel que le PIB, la consommation,...etc, ne sont pas stationnaires. Granger et Newbold (1974)<sup>60</sup> ont souligné que si dans un modèle économétrique on utilise des séries non stationnaires les résultats des tests statistiques seront faux, on obtient ce qu'on appelle communément une Spurious Régression.

La littérature économique récente concernant la théorie de l'équilibre démontre qu'une série macro-économique stationnaire peut être le résultat d'une combinaison de variables non stationnaires, d'où l'importance actuelle de l'analyse de la cointégration. La cointégration décrit la véritable relation à long terme existante entre les variables. Dans ce chapitre nous allons tout d'abord présenter les différentes variables, puis nous allons étudier leurs stationnarités pour arriver à déterminer qu'elle type de modèle sera le plus approprié pour l'estimation de notre fonction de production.

---

<sup>59</sup> The Economist souligne cependant dans son numéro de novembre 2004, que « la productivité globale des acteurs est très difficile à cerner. Il est en effet beaucoup plus simple d'additionner des heures travaillées que d'évaluer le stock de capital d'une économie ».

<sup>60</sup> L'économétrie appliquée, 2<sup>ème</sup> édition -Isabelle Cadoret-Catherine Benjamin-Frank Martin-Nadine Herrard-Sтивен Tanguy, p 339.

## Section 1 : Modélisation d'une série temporelle

Les séries temporelles, appelées aussi séries chronologiques (ou même chroniques), occupent une place importante dans tous les domaines de l'observation ou de la collection de données macroéconomiques. Une série temporelle est une suite d'observations indexées par les entiers relatifs tels que le temps. Pour chaque instant du temps, la valeur de la quantité étudiée  $Y_t$  est appelé variable aléatoire. L'ensemble des valeurs  $Y_t$  quand  $t$  varie est appelé processus aléatoire:  $\{Y_t, t \in Z\}$ . Une série temporelle est ainsi la réalisation d'un processus aléatoire. La date à laquelle l'observation est faite est une information importante sur le phénomène observé<sup>61</sup>.

### 1.1 Propriétés de base des séries temporelles

Un modèle de série temporelle univarié décrit le comportement d'une variable en termes de ses valeurs passées. Voici trois exemples :

✚ Le premier exemple correspond à un modèle autorégressif d'ordre  $p$  noté AR( $p$ )

$$y_t = \mu + \gamma_1 y_{t-1} + \dots + \gamma_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Où  $\gamma_1, \gamma_2 \dots \gamma_p$  sont des paramètres à estimer positifs ou négatifs,  $\varepsilon_t$  est un aléa gaussien .

Dans le processus autorégressif d'ordre  $p$ , l'observation présente ( $y_t$ ) est générée par une moyenne pondérée des observations passées jusqu'à la  $p$ -ième période.

✚ Le second est un modèle de moyenne mobile d'ordre  $q$  noté MA( $q$ )

$$y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Où  $\theta_1, \theta_2 \dots \theta_q$  sont des paramètres à estimer positifs ou négatifs,  $\varepsilon_t$  est un aléa gaussien .

Dans le processus de moyenne mobile d'ordre  $q$ , chaque observation  $y_t$  est générée par une moyenne pondérée d'aléas jusqu'à la  $q$ -ième période. Dans ce processus, tout comme dans le modèle autorégressif AR, les aléas sont supposés être engendrés par un processus de bruit blanc<sup>62</sup>.

✚ le troisième est un modèle de moyenne mobile autorégressif noté ARMA( $p, q$ )

$$y_t = \mu + \gamma_1 y_{t-1} + \dots + \gamma_p y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

<sup>61</sup> Lardic S. et Mignon V., "Econométrie Des Séries Temporelles Macroéconomiques et Financières", ECONOMICA, Paris, 2002.

<sup>62</sup> Il est à noter qu'il y'a équivalence entre un processus MA(1) et un processus AR d'ordre  $p$  infini:  $MA(1) = AR(\infty)$

Les modèles ARMA sont donc représentatifs d'un processus généré par une combinaison des valeurs passées et des erreurs passées.

Ces différents modèles peuvent s'écrire soit sous une forme MA soit sous une forme AR. Dans le cas d'un ARMA d'ordre (p,q) quelconque

$$y_t(1 - \gamma_1 L - \gamma_2 L^2 - \dots - \gamma_p L^p) = \varepsilon_t(1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q)$$

Avec  $L$  l'opérateur de décalage ( $L^i y_t = y_{t-i}$ ,  $L^i \varepsilon_t = \varepsilon_{t-i}$ ).

Soit  $\Gamma(L)$  un polynôme en  $L$  de degré  $p$  et  $Y(L)$  un polynôme en  $L$  de degré  $q$

$$y_t \Gamma(L) = \varepsilon_t Y(L)$$

Si les racines de  $\Gamma(L) = 0$  ont un module inférieur à 1 alors la forme  $MA(\infty)$  du processus ARMA(p,q) s'écrit :

$$y_t = \Psi(L) \varepsilon_t \text{ avec } \Psi(L) = \frac{Y(L)}{\Gamma(L)}$$

De même Si les racines de  $Y(L) = 0$  ont un module inférieur à 1 alors la forme  $AR(\infty)$  est donnée par

$$\varepsilon_t = \Pi(L) y_t \text{ avec } \Pi(L) = \frac{\Gamma(L)}{Y(L)} = \Psi^{-1}(L)$$

La condition que les racines de  $\Gamma(L) = 0$  restent dans le cercle unitaire est la condition de stationnarité de la série, et la condition que les racines de  $Y(L) = 0$  restent dans le cercle unitaire est la condition d'invertibilité. Dans un ARMA(1,1) la condition de stationnarité est  $|\gamma_1| < 1$  est la condition d'invertibilité est  $|\theta_1| < 1$ .

## 1.2 La stationnarité

Avant le traitement d'une série chronologique, il convient d'en étudier les caractéristiques stochastiques. Si ces caractéristiques -c'est à-dire son espérance et sa variance- se trouve modifiées dans le temps, la série chronologique est considérée comme non stationnaire ; dans le cas d'un processus stochastique invariant, la série temporelle est alors stationnaire.

Le processus  $y_t$  est stationnaire si :

1.  $E(y_t)$  est indépendante de  $t$
2.  $var(y_t)$  est une constante finie indépendante de  $t$
3.  $cov(y_t, y_{t-k})$  est une fonction finie de  $k$  et ne dépend pas de  $t$

Nous ne pouvons identifier clairement les caractéristiques stochastiques d'une série chronologique que si elle est stationnaire. Cette étude s'effectue à partir des fonctions d'autocorrélation ou de leur représentation graphique appelée corrélogramme. Une série chronologique est stationnaire si elle ne comporte ni tendance ni saisonnalité et plus généralement aucun facteur n'évoluant le temps.

### 1.2.1 Fonction d'autocorrélation simple et partielle

La modélisation d'une série temporelle consiste à déterminer les retards  $p$  donnant la meilleure représentation du mouvement de la série à partir de sa fonction d'autocorrélation d'une part, et sa fonction d'autocorrélation partielle d'autre part.

La fonction d'autocorrélation est obtenue en calculant le rapport entre la covariance des séries  $y_t$  et  $y_{t-k}$  et la variance de la série  $y_t$

$$r_k = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2} \quad k = 1, 2, \dots$$

La fonction d'autocorrélation partielle correspond à la correction entre  $y_t$  et  $y_{t-k}$  lorsque la partie expliquée par les variables ( $y_{t-k-i}$  ( $i < k$ )) est omise, elle est calculée de la manière suivante.

$$r_{kk} = \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1,j} r_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1,j} r_j} \quad k = 2, 3, \dots$$

La représentation de la fonction d'autocorrélation c'est-à-dire le corrélogramme de la série et de sa fonction d'autocorrélation partielle permet d'identifier les caractéristiques de la série. Un processus autorégressif d'ordre  $p$  a une fonction d'autocorrélation qui décroît de manière exponentielle et/ou sinusoidale et une fonction d'autocorrélation partielle avec des pics pour les  $p$  premiers retards. Un processus MA ( $q$ ) a une fonction d'autocorrélation avec des pics pour les  $q$  premiers retards et une fonction d'autocorrélation partielle qui décroît de manière exponentielle et/ou sinusoidale.

Il est démontré que le corrélogramme simple d'un processus AR( $p$ ) est caractérisé par une décroissance géométrique de ses termes de type :  $r_k = r^k$ . Le corrélogramme partiel a ses seules  $p$  premiers termes différents de 0.

Le corrélogramme simple d'un processus MA( $q$ ) est de la forme générale :

$$r_k = \frac{\sum_{i=0}^{q-k} \theta_i \theta_{i+k}}{\sum_{i=0}^{q-k} \theta_i^2} \text{ pour } k = 0, 1, \dots, q \text{ et } r_k = 0 \text{ pour } k > q.$$

C'est-à-dire que seule les  $q$  premiers termes du corrélogramme simple sont significativement différents de 0. Le corrélogramme partiel est caractérisé par une décroissance géométrique des retards.

Dans un processus ARMA les corrélogrammes simples et partiels sont, par voie de conséquence, un mélange des deux corrélogrammes des processus AR et MA purs.

Lorsque nous étudions la fonction d'autocorrélation d'une série chronologique, la question qui se pose est de savoir quels sont les termes  $r_k$  qui sont significativement différents de 0. En effet, par exemple, si aucun terme n'est significativement différent de 0, on



peut en conclure que le processus étudié est sans mémoire et donc qu'à ce titre il n'est affecté ni de tendance ni de saisonnalité.

Le test d'hypothèses pour un terme  $r_k$  et le suivant :

$$H_0: r_k = 0$$

$$H_1: r_k \neq 0$$

Quenouille<sup>63</sup> a démontré que pour un échantillon de taille importante ( $T > 30$ ), le coefficient  $r_k$  tend de manière asymptotique vers une loi normale de moyenne 0 et d'écart type  $1/\sqrt{T}$ . L'intervalle de confiance du coefficient  $r_k$  est alors donné par :

$$r_k = 0 \pm t^{\alpha/2} \frac{1}{\sqrt{T}}$$

Si le coefficient calculé  $\hat{r}_k$  est à l'extérieur de cet intervalle de confiance, il est significativement différent de 0 au seuil  $\alpha$  (en général  $\alpha = 0.05$  et  $t^{\alpha/2} = 1.96$ ).

### 1.2.2 Statistique de Box-Pierce et Ljung –Box

La modélisation d'une série temporelle s'appuie également sur des tests statistiques. La partie autorégressive d'un processus, notée AR, est constituée par une combinaison linéaire finie des valeurs passées du processus. La partie moyenne mobile, notée MA, est constituée d'une combinaison linéaire finie en  $t$  des valeurs passées d'un bruit blanc. Wold (1954)<sup>64</sup> montre que les modèles ARMA permettent de représenter la plupart des processus stationnaire. Les tests de Box-Pierce et Ljung –Box permettent de tester l'ordre d'autocorrélation de la série à l'aide des statistiques suivantes

$$\text{Box - Pierce} = T \sum_{k=1}^m \hat{r}_k^2$$

$$\text{Ljung - Box} = T(t+2) \sum_{k=1}^m (T-k)^{-1} \hat{r}_k^2$$

Avec  $T$  le nombre d'observations

$m$  le nombre de retard

$\hat{r}_k$  autocorrélation empirique d'ordre  $k$ .

Ces deux tests permettent d'identifier les processus de bruit blanc (suite de variables aléatoires de même distribution et indépendante entre elles). Nous devons donc identifier  $\text{cov}(y_t, y_{t-k}) = 0$  ou encore  $r_k = 0 \forall k$ .

Un processus de bruit blanc implique que  $r_1 = r_2 = \dots = r_m = 0$ , soit les hypothèses :

$$H_0 : r_1 = r_2 = \dots = r_m = 0$$

$H_1$  : il existe au moins un  $r_i$  significativement différent de 0

<sup>63</sup> Quenouille M.H 1949.

<sup>64</sup> Régis BOURBONNAIS, Manuel et exercices corrigés, Économétrie, 5<sup>ème</sup> édition, Dunod, Paris 2004, p 247

La statistique Q est distribuée de manière asymptotique comme un  $\chi^2$  (chi-deux) à m degrés de liberté. Nous rejetons donc l'hypothèse de bruit blanc, au seuil  $\alpha$ , si la statistique Q est supérieure au  $\chi^2$  lu dans la table au seuil  $(1 - \alpha)$  et m degrés de liberté.

Après stationnarisation, nous pouvons identifier les valeurs des paramètres p,q du modèle ARMA.

- ✚ Si le corrélogramme simple n'a que ses q premiers termes (q=3 maximum) différent de 0 et que les termes du corrélogramme partiel diminuent lentement, nous pouvons envisager un MA(q).
- ✚ Si le corrélogramme partiel n'a que ses p premiers termes (q=3 maximum) différent de 0 et que les termes du corrélogramme simple diminuent lentement, cela caractérise un AR(p).
- ✚ Si les fonctions d'autocorrélation simple et partiel ne paraissent pas tronquées, il s'agit alors d'un processus de type ARMA, dont les paramètres dépendent de la forme particulière des corrélogramme.

### 1.2.3 Critères d'information

On peut également utiliser des critères d'information tels que le critère d'information de Akaike (AIC) et le critère de Schwarz (BIC). Ils permettent d'identifier les valeurs de p et de q dans un modèle ARMA. Les décalages p et q sont choisis de manière à minimiser les statistiques suivantes :

$$AIC(p, q) = \ln \hat{\sigma}^2 + 2(p + q)T^{-1}$$

On débutera la procédure en choisissant une valeur maximale pour p et q et l'on procèdera en réduisant ces deux valeurs jusqu'à trouver le AIC minimum. On conserve la même valeur de T tout au long de la procédure.

$$BIC(p, q) = \ln \hat{\sigma}^2 + 2(p + q)T^{-1} \ln T$$

Avec  $\hat{\sigma}^2$  l'estimation de la variance de l'erreur d'un ARMA (p,q)

On dispose d'un troisième critère celui de Hannan-Quin(1979) qui minimise le logarithme de la variance des erreurs.

$$HQ(p, q) = \ln \hat{\sigma}^2 + 2(p + q)T^{-1} \ln \ln T$$

### 1.2.4 Test de normalité

#### 1.2.4.1 Les tests du Skewness et du Kurtosis

Soit  $\rho_k = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (y_t - \bar{y})^k$  le moment centré d'ordre  $k$  le coefficient de Skewness  $\beta_1^{1/2}$  est égal à :  $\beta_1^{1/2} = \frac{\rho_3}{\rho_2^{3/2}}$  est le coefficient de Kurtosis :  $\beta_2 = \frac{\rho_4}{\rho_2^2}$

Si la distribution est normale est le nombre d'observations grand ( $T > 30$ ) :

$$\beta_1^{1/2} \rightarrow N\left(0, \sqrt{\frac{6}{T}}\right) \text{ et } \beta_2 \rightarrow N\left(3, \sqrt{\frac{24}{T}}\right)$$

On construit alors les statistiques :

$$v_1 = \frac{|\beta_1^{1/2} - 0|}{\sqrt{\frac{6}{T}}} \text{ et } v_2 = \frac{|\beta_2 - 3|}{\sqrt{\frac{24}{T}}} \text{ que l'on compare à 1.96 (valeur de la loi normale au seuil de 5\%).}$$

Si les hypothèses  $H_0: v_1 = 0$  (symétrie) et  $v_2 = 0$  (aplatissement normal) sont vérifiées, alors  $v_1 \leq 1.96$  et  $v_2 \leq 1.96$  ; dans le cas contraire, l'hypothèse de normalité est rejetée.

#### 1.2.4.2 Le test de Jarque et Berra

Il s'agit d'un test qui synthétise les résultats précédents; si  $\beta_1^{1/2}$  et  $\beta_2$  obéissent à des lois normales alors la quantité  $s: s = \frac{T}{6}\beta_1 + \frac{T}{24}\beta_2(\beta_2 - 3)^2$  suit un  $\chi^2$  à deux degrés de liberté. Donc si  $s > \chi_{(1-\alpha)}^2(2)$ , on rejette l'hypothèse  $H_0$  de normalité des résidus au seuil  $\alpha$ . Ces tests de normalité servent également dans le cas où il y'a hétéroscédasticité<sup>65</sup>

#### 1.2.5 Tests de stationnarité

Une série non stationnaire est une série qui en général croît avec le temps. On peut donc être tenté de retirer par régression un trend temporel de cette série. Les séries temporelles non stationnaires peuvent être stationnalisées en calculant leur différence (séries DS) ou en calculant leur écart par rapport au trend (séries TS).

##### 1.2.5.1 Séries DS

Les processus DS sont des processus que l'on peut rendre stationnaire par l'utilisation d'un filtre aux différences.

Une série caractérisée par un processus AR(1)

$$y_t = \mu + \gamma_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

est stationnaire si  $|\gamma_1| < 1$ . Par contre, si  $\gamma_1 = 1$  la série suit une marche aléatoire avec une dérive  $\mu$

$$y_t = \mu + y_{t-1} + \varepsilon_t \dots 1$$

et elle est non stationnaire. En effet pour une valeur initiale  $y_0$  donnée, l'équation (1) peut s'écrire

<sup>65</sup> L'hétéroscédasticité se manifeste sur le graphe de la distribution par des queues de probabilité plus épaisses (distribution leptokurtique) que les queues de la loi normale.

$$y_t = \mu t + y_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i$$

Or, si  $E(\varepsilon_t) = 0$ ,  $var(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$  et  $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$  quelque soit  $t$  et  $s \neq t$  alors  $E(y_t) = \mu t + y_0$

$$var(y_t) = E(y_t - E y_t)^2 = E \left( \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \right)^2$$

$$var(y_t) = t \sigma_\varepsilon^2$$

L'espérance et la variance de  $y_t$  étant des fonctions de  $t$ , la série  $y_t$  est non stationnaire. Elle a une racine unitaire ( $y_1 = 1$ ) c'est-à-dire qu'elle est intégrée d'ordre 1. Par contre la différence première  $z_t = y_t - y_{t-1}$  est stationnaire car  $\varepsilon_t$  est stationnaire.

De manière plus générale on définit une série intégrée d'ordre  $d$  lorsque la série  $z_t$  par

$$z_t = (1 - L)^d y_t = \Delta^d y_t$$

est stationnaire c'est-à-dire lorsque la série  $y_t$  est devenue stationnaire après avoir été différenciée  $d$  fois, se sont des série DS<sup>66</sup>. Beaucoup des séries temporelles sont intégrées d'ordre 1 et rarement d'ordre 2 ou 3.

### 1.2.5.2 Série TS

On rencontre également beaucoup de série qui deviennent stationnaire lorsqu'on calcule leur écart par rapport au trend. Ce sont des séries TS qui caractérisent une non stationnarité de type déterministe

$$y_t = \mu + \beta t + \varepsilon_t$$

Avec  $\varepsilon_t$  un bruit blanc. La série  $y_t$  est non stationnaire car  $E(y_t)$  dépend du temps.

$$E(y_t) = \mu + \beta t$$

On note que la variance de  $y_t$  ne dépend pas de  $t$ , elle est égale à la variance de l'aléa  $\varepsilon_t$  supposée constante.

Pour stationnariser le processus on peut estimer avec la méthode des MCO les paramètres  $\mu$  et  $\beta$ . le processus est alors stationnarisé en calculant

$$y_t = \hat{\mu} + \hat{\beta} t$$

<sup>66</sup> On note qu'un modèle ARIMA(p,d,q) est un modèle ARMA (p,q) dans lequel la série a été différenciée  $d$  fois afin d'être stationnarisée  $\Delta^d y_t = \mu + \gamma_1 \Delta^d y_{t-1} + \dots + \gamma_p \Delta^d y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_p \varepsilon_{t-p}$

L'écart d'une série par rapport à sa tendance est stationnaire lorsque la série est TS par contre il est non stationnaire si la série est DS. Une série DS doit être différenciée. Autrement dit une série TS est caractérisée par un trend déterministe tandis que une série DS est caractérisée par un trend stochastique. Les tests de racine unitaire permettent d'identifier les caractéristiques d'une série.

### ➤ Tests de racine unitaire

Les tests de racine unitaire cherchent à déterminer l'ordre d'intégration des séries. Les tests de Dickey Fuller permettent non seulement de détecter l'existence d'une tendance (tests de racine unitaire, Unit Root test) mais aussi de déterminer la bonne manière de stationnariser une chronique. Dans ce cas le processus AR(1) :  $y_t = \gamma_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$  est stationnaire si  $|\gamma_1| < 1$ , c'est-à-dire

$$\begin{aligned} E(y_t) &= E(\varepsilon_t) = 0 \\ \text{var}(y_t) &= \frac{\sigma^2}{1 - \gamma_1^2} \\ \text{cov}(y_t, y_{t-k}) &= \gamma_1^k \frac{\sigma^2}{1 - \gamma_1^2} \end{aligned}$$

$\varepsilon_t$  est un aléa, c'est un processus de bruit blanc<sup>67</sup> dans lequel  $\varepsilon_t$  sont indépendants et de même loi  $N(0, \sigma^2)$ , il est donc stationnaires.

### 1.2.5.3 Test de Dickey Fuller (test DF)

Les de Dickey Fuller (DF) permettent de mettre en évidence le caractère stationnaire ou non d'une chronique par la détermination d'une tendance déterministe ou stochastique. Le test de Dickey Fuller teste l'hypothèse  $H_0$  qu'une série contient une racine unitaire, c'est à dire qu'elle est non stationnaire, contre l'hypothèse  $H_1$  que la série est stationnaire. Pour réaliser ce test on estime, dans un premier temps, avec la méthode des MCO le modèle suivant

$$\text{Modèle [1]: } (1 - L)y_t = \Delta y_t = (p - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t$$

avec  $\varepsilon_t$  un bruit blanc distribué selon une loi normale. Dans un second temps on test

$H_0: (p - 1) = 0$  la série est non stationnaire

$H_1: (p - 1) < 0$  la série est stationnaire

Sous l'hypothèse  $H_0$  la statistique  $t = (\hat{p} - 1)/\hat{\sigma}_{\hat{p}}$  n'est pas distribuée selon une loi de Student comme dans le modèle de régression multiple. Dickey Fuller (1979)<sup>68</sup> ont alors, à partir de simulations de Monté Carlo, présenté les valeurs critiques du test. Ils ont également fourni les tables statistiques permettant de tester la présence de racine unitaire dans les deux modèles suivants

$$\text{Modèle [2]: } \Delta y_t = \mu + (p - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t$$

<sup>67</sup> Un processus de bruit blanc est une suite de variables aléatoires de même distribution et mutuellement indépendantes.

<sup>68</sup> L'économétrie appliquée, op.citée, p 339.

$$\text{Modèle [3]: } \Delta y_t = \mu + \beta t + (p-1)y_{t-1} + \varepsilon_t$$

#### 1.2.5.4 Test de Dickey Fuller Augmenté (test ADF)

Le test précédent s'applique lorsque la série  $y_t$  est caractérisée par un processus AR(1). Dickey Fuller ont généralisé ce test à une série caractérisée par un AR(p) afin d'obtenir un test plus précis. Pour effectuer le test ADF il faut au préalable déterminer le nombre de retard p, la méthode consiste à estimer par les MCO un modèle dans lequel sont rajoutés des termes retardés de la série de manière à blanchir des résidus. Le nombre de retards peut être déterminé avec le critère AIC ou BIC.

On estime le modèle

$$y_t = \mu + \gamma_1 y_{t-1} + \gamma_2 y_{t-2} + \dots + \gamma_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = \mu + \gamma^* y_{t-1} + \gamma_1^* y_{t-1} + \gamma_2^* y_{t-2} + \dots + \gamma_{p-1}^* y_{t-(p-1)} + \varepsilon_t$$

$$\gamma^* = (\gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_p) - 1 \text{ et } \gamma_i^* = \sum_{j=i+1}^p \gamma_j, \quad i = 1, \dots, p-1.$$

Si l'hypothèse nulle  $\gamma^* = 0$ , avec comme hypothèse alternative  $\gamma^* < 0$ , n'est pas refusée alors  $y_t$  contient une racine unitaire. Pour tester cette hypothèse on calcule la statistique  $(\hat{\gamma}^*/\hat{\sigma}_{\hat{\gamma}^*})$ .

Le test peut également être effectué lorsque le modèle contient un trend.

$$\Delta y_t = \mu + \beta t + \gamma^* y_{t-1} + \gamma_1^* y_{t-1} + \gamma_2^* y_{t-2} + \dots + \gamma_{p-1}^* y_{t-(p-1)} + \varepsilon_t$$

Dans les deux tests présentés (DF et ADF), sous l'hypothèse nulle, la série  $y_t$  n'est pas stationnaire. Elle contient donc une racine unitaire et la série doit être différenciée afin d'être stationnarisée.

#### ➤ Stratégie du test ADF

On prend ici la stratégie de test proposée par Harvey<sup>69</sup>.

- I. La première étape, consiste à estimer le modèle dans sa forme la plus générale

$$\text{Modèle [3]: } \Delta y_t = \mu + \beta t + \gamma^* y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \gamma_i^* \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

et à utiliser la statistique  $t_\tau$  pour tester l'hypothèse nulle  $\gamma^* = 0$ . si l'hypothèse nulle d'une racine unitaire est rejetée la série est stationnaire.

- II. La seconde étape s'applique lorsque l'hypothèse nulle n'est pas refusée. Il est dans ce cas nécessaire de tester, avec la statistique  $t_\beta$ , si  $\beta = 0$  et pour confirmer les

<sup>69</sup> L'économétrie appliquée, op.citée, p 340.

résultats de tester avec la statistique  $\Phi_3$  les hypothèses  $\gamma^* = \beta = 0$ . Si le trend est significatif on refait un test de racine unitaire, c'est-à-dire on test à nouveau l'hypothèse nulle  $\gamma^* = 0$  en utilisant une loi normale. Si l'hypothèse nulle de racine unitaire est rejetée on conclut que la série est stationnaire. A l'inverse si l'hypothèse est acceptée on conclut que la série contient une racine unitaire.

- III. La troisième étape intervient lorsque, dans l'étape 2, le trend n'est pas significatif. On estime le modèle

$$\text{Modèle [2]: } \Delta y_t = \mu + \gamma^* y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \gamma_i^* \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

Et on test avec la statistique  $t_\mu$ , la présence d'une racine unitaire ( $H_0: \gamma^* = 0$ ). Si l'hypothèse nulle est rejetée on conclut que la série ne contient pas de racine unitaire. Sinon, si on accepte l'hypothèse  $\gamma^* = 0$ , on test l'hypothèse nulle  $\mu = 0$  avec la statistique  $t_{\alpha\mu}$  puis, pour confirmer les résultats, les hypothèses  $\mu = \gamma^* = 0$  avec la statistique  $\Phi_1$ . Si la dérive est significative on procède à un test de racine unitaire avec une distribution normale. Dans ce dernier cas, si l'hypothèse d'une racine unitaire est rejetée on conclut que la série ne contient pas une racine unitaire et inversement si l'hypothèse nulle n'est pas rejetée on conclut que la série contient une racine unitaire.

- IV. Si la dérive n'est pas significative on procède à la quatrième étape qui consiste à estimer le modèle sans trend et sans dérive

$$\text{Modèle [1]: } \Delta y_t = \gamma^* y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \gamma_i^* \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

On test avec la statistique  $t_p$  l'hypothèse nulle de racine unitaire ( $H_0: \gamma^* = 0$ ). Si l'hypothèse est rejetée la série contient une racine unitaire sinon elle est stationnaire.

### 1.2.5.5 Le test de Phillips Perron

Afin d'éliminer les paramètres de nuisance, associés à l'existence de corrélations dans la composante stochastique du processus générateur de données, qui perturbent les résultats des tests de racine unitaire de Dickey et Fuller, Phillips et Perron suggèrent d'adjoindre à la statistique de Student du coefficient autorégressif, un facteur de correction, fondé sur des estimateurs convergents des paramètres de nuisance, qui élimine cette dépendance asymptotique.

Phillips et Perron (1988)<sup>70</sup> proposent une correction non paramétrique au test de Dickey –Fuller simple afin de régler le problème de l'autocorrélation et/ou de l'hétéroscédasticité des erreurs. Ce test se déroule en quatre étapes

- I. Estimation par les moindres carrés ordinaires des trois modèles de bases des tests de Dickey Fuller et calcul des statistiques associées, soit  $e_t$  le résidu estimé

<sup>70</sup> Bourbonnais, 1998, op citée p 234.

- II. Estimation de la variance dite de court terme  $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t^2$
- III. Estimation d'un facteur correctif  $S_t^2$  (appelé variance de long terme) établi à partir de la structure des covariances des résidus des modèle précédemment estimés.
- IV. calcul de la statistique de Phillips Perron

$$t_{\hat{\gamma}}^* = \sqrt{k} \times \frac{(\hat{\gamma} - 1)}{\hat{\sigma}_{\hat{\gamma}}} + \frac{T(k-1)\hat{\sigma}_{\hat{\gamma}}}{\sqrt{k}}$$

Avec  $k = \frac{\hat{\sigma}^2}{s_t^2}$  (qui est égal à 1-de manière asymptotique- si  $e_t$  est un bruit blanc). Cette statistique est à comparer aux valeurs critiques de la table de MacKinnon<sup>71</sup>.

### 1.2.5.6 Test de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin (KPSS)

La faible puissance des tests ADF incite à la pratique d'autres tests, par exemple le test KPSS qui prend pour hypothèse nulle la stationnarité de la série. La spécificité du test KPSS est de tester l'hypothèse nulle d'absence de racine unitaire contre l'hypothèse alternative de présence d'une racine unitaire.

Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin (1992)<sup>72</sup> proposent d'estimer le modèle suivant

$$y_t = \mu_t + \beta t + \varepsilon_t$$

Où  $\varepsilon_t$  est un processus stationnaire et suit une marche aléatoire

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \mu_t, \quad \mu_t \sim \text{idd}(0, \sigma_\mu^2)$$

Puis de tester

$$H_0: \sigma_\mu^2 = 0 \text{ ou } \mu \text{ égale à une constante}$$

$$H_1: \sigma_\mu^2 > 0$$

Sous  $H_0$  la série  $y_t$  est trend stationnaire tandis que sous  $H_1$  est non stationnaire.

Pour effectuer ce test on régresse la série  $y_t$  sur une constante et un trend afin de calculer la série des résidus  $e_t$ . On construit ensuite la statistique

$$S_t = \sum_{\tau=1}^t e_\tau \quad t = 1, \dots, T$$

Et on calcule la statistique LM

$$LM = \frac{1}{\hat{S}^2} \sum_{t=1}^T S_t^2$$

Avec  $S^2$  la variance de long terme des résidus  $e_t$ . Cette variance de long terme est définie par

$$S^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} E(S_T^2) / T$$

<sup>71</sup> Bourbonnais, 1998, op citée p 235.

<sup>72</sup> L'économétrie appliquée, op.citée, p 341.



Elle prend en compte toutes les autocorrélations des résidus. L'estimation de la variance de long terme d'une série stationnaire de moyenne nulle peut être réalisée à partir du calcul suivant :

$$\hat{S}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t^2 + \frac{2}{T} \sum_{i=1}^l \omega_{il} + \sum_{t=i+1}^T e_t e_{t-i}$$

Où  $\omega_{il}$  est une fonction de pondération optimale, le test KPSS utilisant la fenêtre de Barlette<sup>73</sup>

$$\omega_{il} = 1 - \frac{i}{l+1}$$

Pour estimer cette variance de long terme, il est nécessaire de définir un nombre de retards  $l$  (troncature de Newey-West) estimé en fonction du nombre d'observations  $T$ ,  $l \approx 4(T/100)^{2/9}$ .  $l$  doit être bien choisi : quand  $T \rightarrow \infty$  on doit avoir  $l \rightarrow \infty$ .

On rejette l'hypothèse de stationnarité lorsque la statistique  $LM$  du test KPSS est supérieure à sa valeur critique. Les valeurs critiques de ce test ont été obtenues par simulation comme dans les tests de Dickey-Fuller. Le test peut être également mis en œuvre pour tester l'hypothèse nulle de stationnarité au lieu de l'hypothèse nulle de trend stationnaire, dans ce cas, on omet la variable de trend du modèle :

$$y_t = \mu_t + \beta t + \varepsilon_t.$$

Valeurs critiques du test KPSS

|            |       |       |       |
|------------|-------|-------|-------|
| Tests      | 0.10  | 0.05  | 0.01  |
| Avec trend | 0.347 | 0.463 | 0.739 |
| Sans trend | 0.119 | 0.146 | 0.216 |

### 1.3 Le concept de cointégration

La notion de cointégration permet de mettre en évidence des relations de long terme stables entre les séries stationnaires. Ce concept reproduit l'existence d'un équilibre de long terme et l'aléa  $\varepsilon_t$  peut s'interpréter comme une distance à la période  $t$  par rapport à cet équilibre. Dans ce cas différencier les séries est contre productif car on cache la relation de long terme entre elles. Ainsi si les séries  $y_t$  et  $x_t$  sont cointégrées la relation de long terme  $y_t = \beta x_t + \varepsilon_t$  peut être estimée avec la méthode des MCO, la régression obtenue ne sera pas Spurious.

La relation de cointégration est une relation d'équilibre entre des séries en régime de croissance équilibrée mais des chocs peuvent affecter cette relation à court terme c'est-à-dire avoir des effets temporaires. Le problème consiste donc à déterminer si les séries d'un modèle sont cointégrées puis estimer la relation de long terme et de court terme entre les variables.

<sup>73</sup> L'économétrie appliquée, op.citée, p 342.

### 1.3.1 Propriété de l'ordre d'intégration d'une série

Des séries  $y_t$ ,  $x_t$  et  $z_t$  sont dites cointégrées si les deux conditions sont vérifiées :

- elles sont affectées d'une tendance stochastique du même ordre d'intégration  $d$ ,
- une combinaison linéaire de ces séries permet de se ramener à une série d'ordre d'intégration inférieur.

Une série qui contient  $d$  racines unitaires doit être différenciée  $d$  fois pour devenir stationnaire, elle est intégrée d'ordre  $d$  ( $I(d)$ ). Soient deux séries temporelles  $y_t$  et  $x_t$  intégrées d'ordre  $d$ , toute combinaison linéaire des deux séries sera aussi-  $I(d)$ , par exemple les aléas d'un modèle de régression

$$\varepsilon_t = y_t - \beta x_t \text{ sont } I(d).$$

Cependant s'il existe un vecteur  $\beta$  tel que l'ordre d'intégration des aléas est inférieur à  $d$  et égal à  $d - b$  avec  $b > 0$  alors selon la définition de Engel et Granger<sup>74</sup>, les séries  $y_t$  et  $x_t$  sont cointégrées d'ordre  $(d, b)$ . Par exemple, si la série  $\varepsilon_t$  est  $I(0)$  et les séries  $y_t$  et  $x_t$  sont  $I(1)$  alors les deux séries ( $y_t$  et  $x_t$ ) sont cointégrées d'ordre  $(1, 1)$  ( $CI(1, 1)$ ), et le vecteur  $(1, -\beta)$  est le vecteur de cointégration.

### 1.3.2 Condition de cointégration

La cointégration a été proposée d'abord par Engle et Granger (1987)<sup>75</sup> sous la forme de modèles à correction d'erreur. Cette méthode, qui est plus adéquate pour le cas de deux variables, consiste à estimer par MCO la relation de long terme entre les variables et, ensuite, à expliquer, par le moyen d'un modèle VAR (Vector Auto Regression), les variations des variables en fonction des erreurs de l'équation de long terme.

Si les variables sont de même ordre d'intégration,  $I(1)$  par exemple, l'existence d'un seul vecteur de cointégration est possible; en revanche, si les séries ne sont pas toutes intégrées du même ordre, nous pouvons être certains que le vecteur de cointégration n'est pas unique.

## 1.4 Modèles à Correction d'Erreur

Afin de reproduire la dynamique d'ajustement vers l'équilibre de long terme, on peut utiliser un MCE. Soit  $N$  le nombre de séries, il peut exister  $N - 1$  vecteurs de cointégration linéairement indépendants et donc  $N - 1$  relations qui gouvernent l'évolution jointe des variables.

<sup>74</sup> L'économétrie appliquée, op.citée, p 343.

<sup>75</sup> Engle R.F. and Granger C.W.J. "Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing", Econometrica, 55, 251-276, 1987.

La méthode utilisée dans l'étude présente fut proposée par Johansen (1988,1991)<sup>76</sup>. L'application de cette méthode prend comme point de départ la formulation d'un modèle VAR. On considère un vecteur  $Z_t$  composé de  $N$  variables potentiellement endogènes. Le modèle VAR non contraint, incluant  $k$  décalages correspondant au vecteur  $Z_t$ , s'écrit de la manière suivante

$$Z_t = A_1 Z_{t-1} + \dots + A_k Z_{t-k} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \Sigma) \quad (1.1)$$

$(N,1) \quad (N,N) \quad (N,N) \quad (N,1) \quad (N,1)$

Les modèle VAR permettent d'estimer des relations dynamiques entre des variables endogènes sans imposer a priori des restrictions sur les paramètres. Le système est sous une forme réduite: chaque variable contenue dans le vecteur  $Z_t$  est régressé en fonction des variables décalées composant le vecteur  $Z_t$ . Il peut être estimé avec la méthode des MCO car les variables explicatives sont prédéterminées.

Exemple d'un modèle VAR composé de trois variables:  $Z_{1t}, Z_{2t}$  et  $Z_{3t}$  avec  $k = 2$

$$Z_{1t} = a_{11}Z_{1t-1} + a_{12}Z_{2t-1} + a_{13}Z_{3t-1} + a_{14}Z_{1t-2} + a_{15}Z_{2t-2} + a_{16}Z_{3t-2} + \varepsilon_{1t}$$

$$Z_{2t} = a_{21}Z_{1t-1} + a_{22}Z_{2t-1} + a_{23}Z_{3t-1} + a_{24}Z_{1t-2} + a_{25}Z_{2t-2} + a_{26}Z_{3t-2} + \varepsilon_{2t}$$

$$Z_{3t} = a_{31}Z_{1t-1} + a_{32}Z_{2t-1} + a_{33}Z_{3t-1} + a_{34}Z_{1t-2} + a_{35}Z_{2t-2} + a_{36}Z_{3t-2} + \varepsilon_{3t}$$

$$Z_t = \begin{pmatrix} Z_{1t} \\ Z_{2t} \\ Z_{3t} \end{pmatrix}, A_1 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{34} & a_{35} & a_{36} \end{pmatrix}, \varepsilon_t = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \end{pmatrix}$$

L'équation (1.1) peut être reformulée en un VECM

$$\Delta Z_t = \Gamma_1 \Delta Z_{t-1} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta Z_{t-k} + \Pi Z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.2)$$

On peut étendre le VECM de manière à inclure une constante et un trend dans le modèle.

$$\Delta Z_t = \Gamma_1 \Delta Z_{t-1} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta Z_{t-k} + \Pi Z_{t-1} + \mu + \phi D_t + \varepsilon_t$$

avec;  $t = 1 \dots T$ ;

$k$  est le nombre de retards,

$Z_t$  est un vecteur de  $N$  variables cointégrées,

$\Delta Z_{t-1} + \dots + \Delta Z_{t-k}$  sont des vecteurs de leurs variations,

$\mu$  est une constante,

<sup>76</sup> Johansen S. "Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian vector autoregressive models", Econometrica, 59, p. 1551-1580, 1991.

$D_t$  est un vecteur de variable non stochastiques (coefficients saisonniers, trend temporel, variables auxiliaires) ou de variables stochastiques exclues de l'espace de cointégration (variables incluses dans la dynamique de court terme, mais pas dans l'espace de cointégration), les termes d'erreur,  $\varepsilon_t$ , sont indépendants et identiquement distribués niid  $(0, \Sigma)$ ,

$\Gamma_1 \dots \Gamma_{k-1}$ , sont des vecteurs de constantes, avec  $\Gamma_i = \sum_{j=i+1}^k -A_j, i = 1, \dots, k-1$ ,

$\Pi$  est un produit matriciel, avec  $\Pi = A_1 + \dots + A_k - I$ .

Ce système donne des informations sur les ajustements de court terme et de long terme des variables du modèle, contenues respectivement dans les matrices  $\Gamma_i$  et  $\Pi$ .

En ce qui concerne la relation de long terme, on factorise la matrice  $\Pi = \alpha\beta'$  avec  $\alpha$  la vitesse d'ajustement, autrement dit,  $\alpha$  est la matrice des forces de rappel des variables vers l'équilibre et  $\beta$  le vecteur dont les éléments sont les coefficients de relations de long terme des variables ; telle que  $\beta'Z_{t-1}$  donne au plus  $N-1$  relations de cointégration assurant la convergence à long terme de  $Z_t$  vers son équilibre.

Si  $Z_t$  est un vecteur composé de variables  $I(1)$  alors les variables  $\Delta Z_{t-1}$  sont  $I(0)$  et  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc et donc  $I(0)$  si  $\Pi Z_{t-1}$  est également  $I(0)$ . le problème consiste donc à tester si  $\Pi$  est de rang  $r$  avec  $0 < r \leq N-1$ , c'est-à-dire s'il existe  $r$  vecteurs de cointégration. Si  $\Pi$  est de plein rang alors les variables incluent dans le vecteur  $Z_t$  sont  $I(0)$  dans ce cas il n'y a pas de problème de Spurious Régrression et on peut estimer le système VAR en niveau. A l'opposé si le rang de  $\Pi$  est égale à 0 il n'existe pas de relation de cointégration, autrement dit il n'existe pas de combinaison linéaire de variables  $z_{it}$   $I(0)$ . on estime dans ce cas le modèle VAR en différence première éliminant ainsi la relation de long terme.

Pour simplifier on suppose que  $Z_t$  est un vecteur composé de variables  $I(1)$ . La méthode de Johansen consiste à estimer, dans un premier temps, avec la méthode des MCO les deux relations suivantes:

$$\begin{aligned}\Delta Z_t &= P_1 \Delta Z_{t-1} + \dots + P_{k-1} \Delta Z_{t-(k-1)} + U_{0t} \\ Z_{t-k} &= T_1 \Delta Z_{t-1} + \dots + T_{k-1} \Delta Z_{t-(k-1)} + U_{kt}\end{aligned}$$

Avec  $P_i$  et  $T_i$  les matrices de coefficients,

$U_0$  et  $U_k$  les aléas.

On note  $R_0$  et  $R_k$  les vecteurs de résidus MCO

$$\begin{aligned}\Delta Z_t - \widehat{P}_1 \Delta Z_{t-1} + \dots + \widehat{P}_{k-1} \Delta Z_{t-(k-1)} &= R_{0t} \\ Z_{t-k} - \widehat{T}_1 \Delta Z_{t-1} + \dots + \widehat{T}_{k-1} \Delta Z_{t-(k-1)} &= R_{kt}\end{aligned}$$

Dans un second temps, l'estimateur du maximum de vraisemblance de  $\beta$  est donnée par les vecteurs propres associés aux  $r$  plus grandes valeurs propres de

$$|\lambda S_{kk} - S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k}| = 0$$

$$S_{kk} = T^{-1} \sum_{t=1}^n R_{kt} R'_{kt} \text{ et } S_{0k} = T^{-1} \sum_{t=1}^n R_{0t} R'_{kt}$$

Soient  $\hat{\lambda}_1 > \hat{\lambda}_2 > \dots > \hat{\lambda}_N$   $N$  valeurs propres et  $\hat{V} = (\hat{v}_1, \hat{v}_2, \dots, \hat{v}_N)$  les vecteurs propres correspondants, les  $r$  premiers éléments de  $\hat{V}$  déterminent des combinaisons linéaires de relations stationnaires. La matrice des vecteurs de cointégration  $\hat{\beta}$  est donnée par

$$\hat{\beta} = (\hat{v}_1, \hat{v}_2, \dots, \hat{v}_r)$$

On obtient ainsi  $r$  relations de cointégration données par  $\hat{v}'_i Z$  ( $i = 1, \dots, r$ ). ces relations sont des combinaisons linéaires des variables  $I(1)$  composant le vecteur  $Z_t$  et doivent être  $I(0)$  pour être fortement corrélées avec les éléments stationnaires de  $\Delta Z_t$  présents dans l'équation (1.2).

#### 1.4.1 Test de cointégration

Dans la relation (1.2) le vecteur  $\Pi Z_{t-1}$  contient les relations de cointégration, il doit être stationnaire afin que  $\varepsilon_t$  soit  $I(0)$ .  $\Pi (= \alpha \beta')$  a dans ce cas un rang réduit, il existe  $r (< N - 1)$  colonnes linéairement indépendante dans  $\Pi$ , c'est-à-dire que  $r$  vecteurs de cointégration sont présent dans  $\beta$ . L'estimation de  $\beta$  selon la procédure de Johansen permet de calculer les différents vecteurs de cointégration  $\hat{v}'_i Z$  ( $i = 1, \dots, r$ ). chaque  $\hat{v}_i$  est associé à une valeur propre  $\hat{\lambda}_i$  qui indique le degré de corrélation entre  $\hat{v}'_i Z$  et la partie stationnaire du modèle (1.2). Les  $N - r$  vecteurs  $\hat{v}'_i Z$  ( $i = r + 1, \dots, N$ ) restant donnent les combinaisons non stationnaires qui théoriquement, sont non corrélées aux variables stationnaires  $\Delta Z_t$  de l'équation (1.2). Par conséquent, pour les vecteurs propres correspondant à la partie non stationnaire du modèle on a  $\hat{\lambda}_i = 0, i = r + 1, \dots, N$ .

Pour tester l'hypothèse nulle qu'il y'a au plus  $r$  vecteurs de cointégration et donc  $N - r$  racines unitaires on teste l'hypothèse suivante

$$H_0 : \lambda_i = 0, i = r + 1, \dots, N.$$

Sous l'hypothèse  $H_0$  seules les  $r$  premiers valeurs propres sont non nulles

##### 1.4.1.1 Test de la trace

On calcule la statistique de la trace comme la statistique du ratio de vraisemblance. Soit  $\log L^*$  la valeur du logarithme de la fonction de vraisemblance sous  $H_0$  et  $\log L$  la valeur du logarithme de la fonction de vraisemblance du modèle sans les contraintes

$$\lambda_{trace} = -2(\log L^* - \log L) = -T \sum_{i=r+1}^N \log(1 - \hat{\lambda}_i) \quad r = 0, 1, \dots, N-2, N-1$$

Le test de la trace teste l'hypothèse nulle que  $r = q (q = 1, \dots, N-1)$  contre l'alternative  $r = N$ .

#### 1.4.1.2 Test de la valeur propre maximale

Un autre test permettant de tester les  $r$  plus grandes valeurs propres est donné par la statistique  $\lambda_{max}$

$$\lambda_{max} = -T \log(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \quad r = 0, 1, \dots, N-2, N-1$$

Avec cette statistique on teste l'hypothèse nulle  $r = 0$  contre l'hypothèse  $r = 1$ , puis  $r = 1$  contre  $r = 2, \dots$

Les lois des deux tests ont été tabulées dans Johansen (1988)<sup>77</sup>.

#### 1.4.1.3 Test d'exogénéité faible

Toutes les variables composant le vecteur  $Z_t$  ont été considérées endogènes. Afin de vérifier cette hypothèse on peut appliquer un test d'exogénéité faible. L'exogénéité faible d'une variable est constatée quand ses variations de court terme ne contiennent pas d'information sur les paramètres de long terme.

On considère le VECM suivant dans lequel il existe deux relations de cointégration et  $k = 2$

$$\begin{pmatrix} \Delta y_{1t} \\ \Delta y_{2t} \\ \Delta y_{3t} \end{pmatrix} = \Gamma_1 \begin{pmatrix} \Delta y_{1t-1} \\ \Delta y_{2t-1} \\ \Delta y_{3t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{21} & \beta_{31} \\ \beta_{12} & \beta_{22} & \beta_{32} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \\ y_{3t-1} \end{pmatrix} + \varepsilon_t$$

$\alpha_{11}, \alpha_{21}, \alpha_{31}$  donnent respectivement la vitesse à laquelle  $\Delta y_{1t}, \Delta y_{2t}, \Delta y_{3t}$  s'ajustent lorsque la relation de cointégration est donnée par  $\beta_{11}y_1, \beta_{21}y_2, \beta_{31}y_3$ . de même  $\alpha_{12}, \alpha_{22}, \alpha_{32}$  donnent respectivement la vitesse à laquelle  $\Delta y_{1t}, \Delta y_{2t}, \Delta y_{3t}$  s'ajustent lorsque la relation de cointégration est donnée par  $\beta_{12}y_1, \beta_{22}y_2, \beta_{32}y_3$ .

<sup>77</sup> Johansen S., "Statistical Analysis of Cointegration Vectors", Journal of Economic Dynamics and Control, 12, 231,254

Si  $\alpha_{31} = \alpha_{32} = 0$  alors la relation de cointégration n'intervient pas dans troisième équation du VECM et on peut, dans ce cas, considérer que la variable  $y_{3t}$  est faiblement exogène et estimer une version partielle du VECM initial

$$\begin{pmatrix} \Delta y_{1t} \\ \Delta y_{2t} \end{pmatrix} = \Gamma_0 \Delta y_{3t} + \hat{\Gamma}_1 \begin{pmatrix} \Delta y_{1t-1} \\ \Delta y_{2t-1} \\ \Delta y_{3t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{21} & \beta_{31} \\ \beta_{12} & \beta_{22} & \beta_{32} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \\ y_{3t-1} \end{pmatrix} + \varepsilon_t$$

Pour tester l'exogénéité faible il faut tester l'hypothèse  $H_0: \alpha_{ij} = 0$  pour  $j = 1, \dots, r$ , c'est-à-dire il faut tester si la ligne  $i$  contient des éléments nuls. Ce test est réalisé en imposant des contraintes sur les lignes de  $\alpha$  afin d'appliquer le test du ratio de vraisemblance. La statistique  $LR$  est dans ce cas donnée par

$$LR = -2(\log L^* - \log L) = -T \sum_{i=1}^r \log \frac{(1 - \hat{\lambda}_i^*)}{(1 - \hat{\lambda}_i)}$$

Avec  $\hat{\lambda}_i^*$  les  $r - 1$  valeurs propres obtenues lorsque le modèle est contraint. Cette statistique est distribuée selon un  $\chi^2(r(N - m))$  avec  $(N - m)$  le nombre de lignes avec des contraintes.

#### 1.4.1.4 Test d'hypothèse sur les relations de cointégration

Les tests de cointégration de Johansen indiquent le nombre de vecteurs de cointégration. Les estimations données par une colonne particulière de  $\beta$  ne sont pas unique nécessairement. Il est nécessaire d'imposer des restrictions motivées par des arguments économiques afin d'obtenir des informations sur la relation économique de long terme. Par exemple une contrainte de type  $\beta_{1j} = -\beta_{2j}$  peut permettre d'identifier les colonnes de  $\beta$ . le problème consiste alors à réaliser des tests de contraintes basés sur la statistique  $LR$  afin d'identifier  $\beta$ .

Une série temporelle est la réalisation d'un processus aléatoire. La date, à laquelle l'observation est faite, est une information importante sur le phénomène observé<sup>78</sup>. Au cours de la seconde moitié des années soixante-dix, les grands modèles Macro économétriques, et leur utilisation pour évaluer les effets de la politique économique, ont subi de nombreuses critiques qui ont conduit à leur abandon progressif au niveau académique.

Selon Lucas et Sargent (1979)<sup>79</sup>, « l'analyse des politiques économiques ne peut s'effectuer qu'en abandonnant le cadre théorique de référence au profit d'une modélisation structurelle cohérente et de la dérivation explicite des règles de décisions compatibles avec un ensemble de restrictions associées aux conditions d'équilibre et aux schémas d'anticipation ». Sims (1980)<sup>80</sup> propose de donner à l'économetre le rôle d'étudier la structure des données

<sup>78</sup> Lardic S. et Mignon V., "Econométrie Des Séries Temporelles Macroéconomiques et Financières", Economica, Paris, 2002.

<sup>79</sup> Lucas R., Sargent T., "After Keynesians Macroeconomics", Federal Reserve Bank of Minneapolis, *Quarterly Review*, 1979, 3(2), p. 1-16.

<sup>80</sup> Sims C., "Macroeconomics and Reality", *Econometrica*, 1980, 48(1), p. 1-48.

économiques pour analyser les conditions dans lesquelles elles ne soient pas en contradiction avec la théorie économique retenue par le modélisateur.

## **Section 2 : Etude économétrique de la fonction de production algérienne**

L'analyse de la stationnarité nous permet de déterminer l'ordre d'intégration, l'utilisation des données pour tester la présence d'une relation à long terme par la cointégration est soumise à des conditions quant aux caractéristiques des séries. Le principal est le fait qu'elles soient toutes intégrées du même ordre. Pour tester cette caractéristique il faut déterminer si les séries sont stationnaires en niveau ou si la variable admet une stationnarité en différence.

Pour vérifier l'existence de la cointégration entre les variables intégrées de même ordre, il faut exécuter le test de cointégration de Johansen, puis en cas de cointégration, passer à l'estimation d'un modèle à correction d'erreur, il s'agit ici de proposer dans un modèle intégré une représentation statique qui constitue une cible de long terme et une représentation dynamique de court terme. La décomposition de la variance et l'analyse impulsionnelle nous permettent d'analyser la dynamique du court terme entre les variables de notre fonction de production.

On présente dans cette section les tests de Dickey Fuller, Phillips Perron et le test de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin (KPSS). Les tests de Dickey Fuller et Dickey Fuller augmenté permettent de déterminer si la série est stationnaire et dans le cas d'une non-stationnarité de quel type il s'agit : TS ou DS. Si la série étudiée est de type TS, il convient de la stationnariser par régression sur le temps et le résidu d'estimation est alors étudié selon la méthodologie de Box-Jenkins. Par contre, si la série étudiée est de type DS, il convient de la stationnariser par passage aux différences selon l'ordre d'intégration.

### **2.1 Présentation des variables**

A partir des travaux théoriques et des diverses études empiriques sur la fonction de production, nous allons faire appel à deux variables susceptibles d'affecter le niveau de la production en Algérie. Les facteurs (ou agrégats économiques) retenus dans l'analyse sont : le produit intérieur brut (PIB), la population totale occupée (PTO) et le stock de capital (K).

La croissance économique se propose de déceler les principaux facteurs de production qui, selon différentes combinaisons sont appelés à assurer une croissance constante et soutenue des principaux agrégats économiques à long terme. Selon Pearce<sup>81</sup>, Bannock, Baxter et Davies<sup>82</sup>, la théorie de la croissance concerne l'étude de la croissance des économies, par la construction des modèles qui comporte des variables telles que :

L'équation générale du modèle prend donc la forme suivante:

$$PIB = f(CAPITAL, PTO)$$

<sup>81</sup> Pearce, D.W., The MIT dictionary of modern economics, 4th edition, The MIT press, Cambridge, P. 179, 1992.

<sup>82</sup> Bannock, G., Baxter, R.E., Davis, E., The economist books: dictionary of economics, The Bath Press, P.127, 1998.



Où *PIB*, la variable dépendante est la production. Les variables explicatifs sont le travail (*PTO*) et le stok de capital (*CAPITAL*)

Notre analyse porte sur un pays en développement : l'Algérie. La période d'étude est fonction de la disponibilité des données et elle est de 50 ans (1960 à 2009). Toutes les données sont annuelles. Le produit intérieur brut et le stock de capital proviennent de la base de données de Penn World Table. 7.0 (Heston et al., 2011) , Les données issues de cette base s'arrêtent en 2009. Les données de la population totale occupée proviennent de l'ONS (Office nationale des statistiques -Algérie) .. Les définitions des variables sont comme suit :

### **2.1.1 La population totale occupée notée PTO**

La population totale en Algérie est approximativement subdivisée en deux sous-ensembles. D'une part la population dite active, d'autre part la population dite inactive. Font partie de la population active tous ceux qui sont occupés et les personnes à la recherche d'un emploi (STR) c'est-à-dire la population totale occupée et la population totale disponible. Il va de soi que la population active comprend toutes les personnes ayant concrètement un emploi et également toutes celles qui, à un moment donné, se trouvent être demandeurs d'emploi.

La population totale occupée (PTO) qui représentera dans cette étude le facteur travail est constituée donc par l'ensemble des personnes qui travaillent ou qui ont une activité rémunératrice en argent ou en nature.

### **2.1.2 Le produit Intérieur Brut**

Le produit Intérieur Brut Réel à prix constant 2005 (en million de \$, prix Chain) est égal à:

$$PIB = RGDPCH * POP$$

Le choix de cet agrégat est fait en se conformant à certains usages, motivés du reste par la théorie économique et qui stipulent que l'indicateur utilisé doit être proche de la valeur ajoutée. Nous utiliserons donc cet agrégat comme indice de l'activité économique.

### **2.1.3 Le stock de capital physique**

Pour le stock de capital physique à prix constant 2005 (en million de \$). La base de données Penn World Table 7.0 ne fournit pas d'informations sur le capital physique. Ainsi, nous avons construit notre stock en utilisant la méthode de l'inventaire permanent décrite par Van Pottelsberghe (1997). Ainsi, le stock de capital physique "*K*" de l'année "*t*" est égal à son stock en "*t-1*" ajusté d'un taux de dépréciation plus l'investissement "*I*" en *t* :

$$K_t = I_t + (1 - \delta)K_{t-1}$$

Où, *I<sub>t</sub>* : Investissement Réel = *RGDPL* \* *POP* \* *KI* ;

*RGDPL* : Produit Intérieur Brut à prix constant 2005 (en million de \$, prix Laspeyres) ;

*POP* : Population (en millier) ;

*KI* : Part de l'investissement dans le revenu total (en %) ;

*δ* : Taux de dépréciation (7%).

La construction du stock de capital nécessite donc la connaissance du taux de dépréciation et du stock de capital pour une année. On retiendra dans cette étude un taux de dépréciation constant de 7 pour cent, celui retenu par Nehru et Dhareshwar (1993) dans une étude portant sur la construction de stocks de capital pour 92 nations de 1950 à 1990 est de 4 pour cent. Une analyse de sensibilité concernant le choix du taux de dépréciation du capital (entre 3 et 5 pour cent) pour le cas guinéen montre que celui-ci affecte (à un dixième près) l'évolution tendancielle et conjoncturelle du stock de capital.

Le stock de capital physique initial  $K_0$  est égal à l'investissement initial  $I_0$  divisé par la somme du taux de croissance annuel  $g$  de l'investissement  $I_t$  et du taux de dépréciation  $\delta$ . La condition initiale du stock de capital est déterminée comme suit :

$$K_{t-1} = I_t / (g + \delta)$$

$g$  : Moyenne géométrique du taux de croissance de l'investissement réel durant 1960-2009

L'hypothèse concernant le niveau du stock de capital physique pour une année est aussi délicate. On suivra ici la méthode développée par Harberger (1978). Cette méthode repose sur l'hypothèse d'une fonction de production de type Cobb-Douglas à rendements constants. A l'état d'équilibre stationnaire, les taux de croissance du capital et du revenu sont égaux. On peut alors en déduire le niveau du capital: il est égal au ratio investissement sur la somme du taux de dépréciation et du taux de croissance de l'économie.

Cette dernière équation montre que le taux de croissance du stock de capital est aussi égal au taux de croissance de l'investissement. On observe cet équilibre en Algérie en 1982 pour la période 1960-2009, où l'investissement brut et le PIB évoluent pratiquement à la même vitesse (Données du Penn World Table 7.0). On en déduit alors le niveau du stock de capital pour 1982. Ensuite, on extrapole après le milieu de la période ou on projet avant le milieu de la période en conformité avec la méthode de l'inventaire, en choisissant un taux de dépréciation du capital.

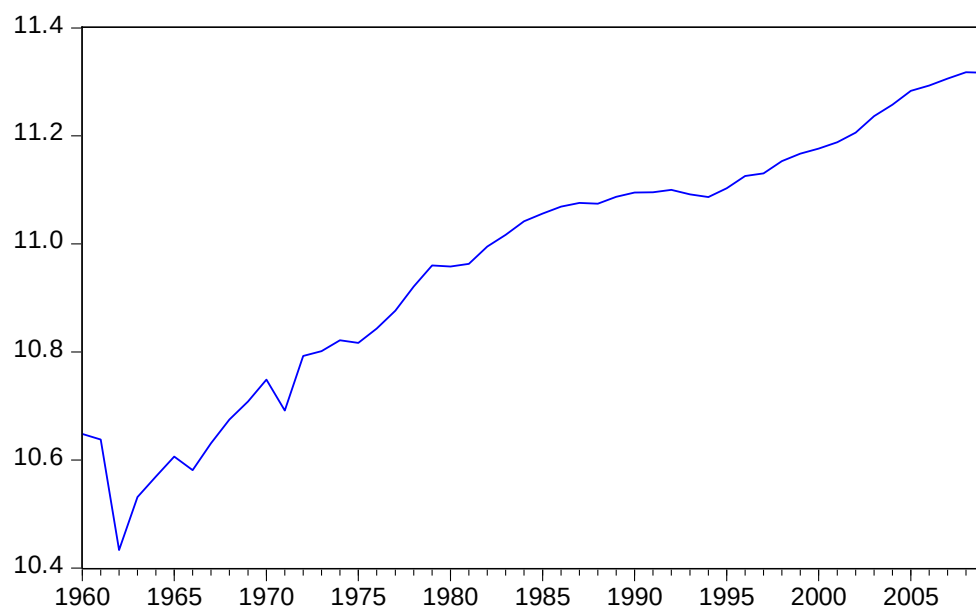
## **2.2 Etude de la stationnarité des variables**

Économétriquement, la première étape dans l'estimation d'un modèle consiste à étudier les caractéristiques stochastiques des variables qui le composent. Si ces caractéristiques (c'est-à-dire son espérance et sa variance) se trouvent modifier dans le temps, la série est considérée comme non stationnaire ce qui oblige à travailler avec le modèle de Cointégration (Granger [1986], Johannsen [1988]) pour éviter de tomber dans le piège des régressions fallacieuses.

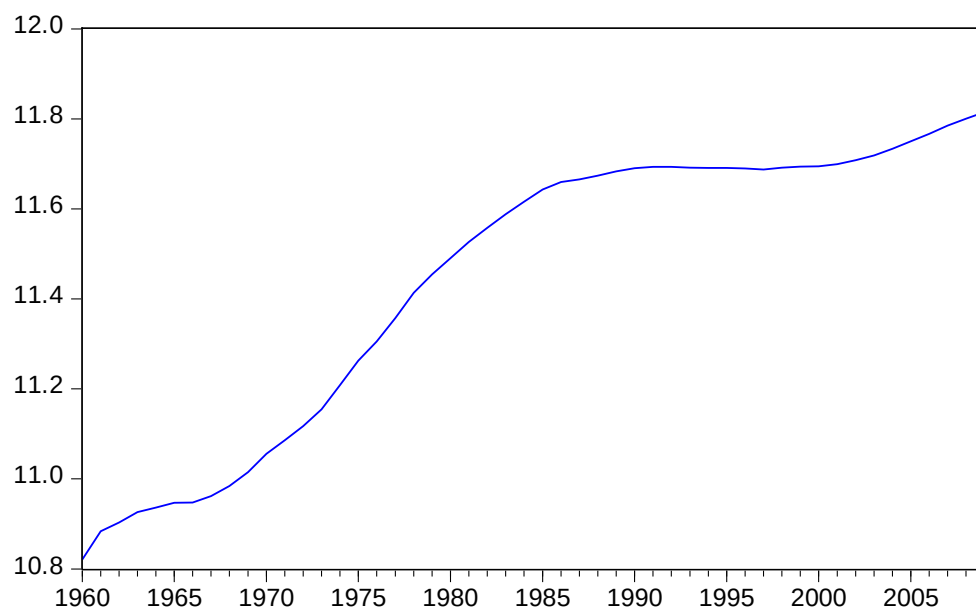
### **2.2.1 La représentation graphique de la stationnarité**

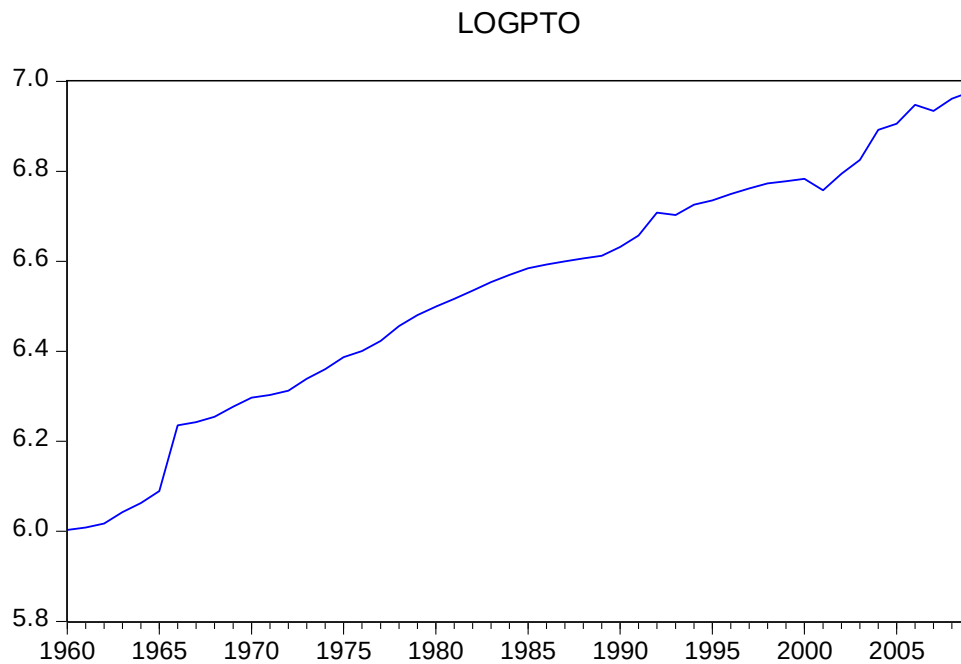
En présence des séries temporelles, dont on veut déterminer les caractéristiques, la première étape est la représentation graphique (figure 1.1) qui nous permet de relever très rapidement une éventuelle non-stationnarité. Nous avons représenté les variables en logarithme.

**Figure 1.1 : Caractère non stationnaire des séries concernées**  
**LOGPIB**



**LOGCAPITAL**





Les séries chronologiques du produit intérieur brut (PIB), stock de capital (K) et la population totale occupée (PTO) sont transformés en logarithme. La figure 1.1 montre que ces séries exhibaient une tendance globale à la hausse, donc on constate clairement que les séries en question ne sont pas du tout stationnaires. Cette intuition peut être renforcée par l'étude de leurs corrélogrammes (voir figure 1.2).

EvIEWS 7 fournit les résultats des fonctions d'autocorrélation simple (colonne AC) et partielle (colonne PAC), avec les corrélogrammes respectifs. Les bornes de l'intervalle de confiance sont stylisées par des traits pointillés horizontaux; chaque terme qui sort de cet intervalle est donc significativement différent de 0 au seuil de 5%. Q-statistique est la valeur de la statistique de test d'absence d'auto-corrélation de Ljung-Box. Enfin, Prob est la probabilité d'accepter l'hypothèse nulle de nullité des auto-corrélations.

**Figure1.2. Caractère non stationnaire des séries appuyées par les corrélogrammes**

**Correlogram of LOGPIB**

Sample: 1960 2009

Included observations: 50

| Autocorrelation | Partial Correlation |    | AC     | PAC    | Q-Stat | Prob  |
|-----------------|---------------------|----|--------|--------|--------|-------|
| .  *****        | .  *****            | 1  | 0.944  | 0.944  | 47.304 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 2  | 0.890  | -0.016 | 90.185 | 0.000 |
| .  *****        | ** .                | 3  | 0.810  | -0.260 | 126.50 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 4  | 0.743  | 0.069  | 157.69 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 5  | 0.673  | -0.013 | 183.85 | 0.000 |
| .  *****        | . * .               | 6  | 0.605  | -0.069 | 205.49 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 7  | 0.537  | -0.038 | 222.90 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 8  | 0.475  | 0.024  | 236.85 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 9  | 0.422  | 0.045  | 248.14 | 0.000 |
| .  *****        | . * .               | 10 | 0.363  | -0.130 | 256.68 | 0.000 |
| .  **           | .  .                | 11 | 0.312  | 0.020  | 263.19 | 0.000 |
| .  **           | .  .                | 12 | 0.255  | -0.056 | 267.64 | 0.000 |
| .  **           | . * .               | 13 | 0.211  | 0.035  | 270.76 | 0.000 |
| .  **           | .  .                | 14 | 0.164  | -0.032 | 272.70 | 0.000 |
| .  **           | . * .               | 15 | 0.120  | -0.069 | 273.77 | 0.000 |
| .  **           | .  .                | 16 | 0.076  | -0.005 | 274.21 | 0.000 |
| .  .            | .  .                | 17 | 0.035  | -0.020 | 274.31 | 0.000 |
| .  .            | .  .                | 18 | -0.004 | -0.026 | 274.31 | 0.000 |
| .  .            | .  .                | 19 | -0.039 | -0.014 | 274.44 | 0.000 |
| . * .           | .  .                | 20 | -0.073 | -0.038 | 274.90 | 0.000 |
| . * .           | .  .                | 21 | -0.108 | -0.028 | 275.94 | 0.000 |
| . * .           | .  .                | 22 | -0.141 | -0.052 | 277.77 | 0.000 |
| . * .           | .  .                | 23 | -0.171 | -0.005 | 280.59 | 0.000 |
| . * .           | .  .                | 24 | -0.200 | -0.030 | 284.58 | 0.000 |

**Correlogram of LOGCAPITAL**

Sample: 1960 2009

Included observations: 50

| Autocorrelation | Partial Correlation |    | AC     | PAC    | Q-Stat | Prob  |
|-----------------|---------------------|----|--------|--------|--------|-------|
| .  *****        | .  *****            | 1  | 0.945  | 0.945  | 47.374 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 2  | 0.892  | -0.003 | 90.516 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 3  | 0.838  | -0.050 | 129.33 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 4  | 0.781  | -0.043 | 163.84 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 5  | 0.722  | -0.058 | 193.99 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 6  | 0.661  | -0.058 | 219.81 | 0.000 |
| .  *****        | .  * .              | 7  | 0.596  | -0.072 | 241.28 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 8  | 0.529  | -0.060 | 258.59 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 9  | 0.461  | -0.052 | 272.06 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 10 | 0.393  | -0.043 | 282.11 | 0.000 |
| .  ***          | .  .                | 11 | 0.327  | -0.031 | 289.24 | 0.000 |
| .  ***          | .  .                | 12 | 0.262  | -0.040 | 293.92 | 0.000 |
| .  * .          | .  .                | 13 | 0.197  | -0.038 | 296.65 | 0.000 |
| .  * .          | .  .                | 14 | 0.135  | -0.036 | 297.96 | 0.000 |
| .  * .          | .  .                | 15 | 0.076  | -0.017 | 298.39 | 0.000 |
| .  .            | .  .                | 16 | 0.022  | -0.011 | 298.43 | 0.000 |
| .  .            | .  .                | 17 | -0.030 | -0.024 | 298.50 | 0.000 |
| .  * .          | .  .                | 18 | -0.076 | -0.013 | 298.97 | 0.000 |

|         |       |    |        |        |        |       |
|---------|-------|----|--------|--------|--------|-------|
| . *   . | .   . | 19 | -0.118 | -0.004 | 300.14 | 0.000 |
| . *   . | .   . | 20 | -0.156 | -0.017 | 302.24 | 0.000 |
| . *   . | .   . | 21 | -0.190 | -0.021 | 305.48 | 0.000 |
| * *   . | .   . | 22 | -0.221 | -0.020 | 310.00 | 0.000 |
| * *   . | .   . | 23 | -0.248 | -0.024 | 315.94 | 0.000 |
| * *   . | .   . | 24 | -0.273 | -0.027 | 323.40 | 0.000 |

### Correlogram of LOGPTO

Sample: 1960 2009

Included observations: 50

| Autocorrelation | Partial Correlation |    | AC     | PAC    | Q-Stat | Prob  |
|-----------------|---------------------|----|--------|--------|--------|-------|
| .  *****        | .  *****            | 1  | 0.930  | 0.930  | 45.879 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 2  | 0.857  | -0.054 | 85.698 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 3  | 0.784  | -0.047 | 119.68 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 4  | 0.708  | -0.059 | 148.00 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 5  | 0.635  | -0.020 | 171.31 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 6  | 0.565  | -0.030 | 190.14 | 0.000 |
| .  *****        | .  *                | 7  | 0.519  | 0.141  | 206.42 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 8  | 0.474  | -0.032 | 220.35 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 9  | 0.432  | -0.019 | 232.17 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 10 | 0.386  | -0.065 | 241.87 | 0.000 |
| .  ****         | .  .                | 11 | 0.341  | -0.028 | 249.60 | 0.000 |
| .  ****         | .  .                | 12 | 0.293  | -0.051 | 255.46 | 0.000 |
| .  ****         | .  .                | 13 | 0.242  | -0.022 | 259.58 | 0.000 |
| .  * .          | .  .                | 14 | 0.194  | -0.029 | 262.29 | 0.000 |
| .  * .          | .  .                | 15 | 0.145  | -0.030 | 263.86 | 0.000 |
| .  * .          | .  .                | 16 | 0.099  | -0.038 | 264.61 | 0.000 |
| .  .            | .  .                | 17 | 0.054  | -0.031 | 264.84 | 0.000 |
| .  .            | .  .                | 18 | 0.009  | -0.056 | 264.85 | 0.000 |
| .  .            | .  .                | 19 | -0.028 | 0.016  | 264.92 | 0.000 |
| .  .            | .  .                | 20 | -0.061 | -0.013 | 265.24 | 0.000 |
| .  * .          | .  .                | 21 | -0.092 | -0.017 | 266.00 | 0.000 |
| .  * .          | .  .                | 22 | -0.122 | -0.036 | 267.38 | 0.000 |
| .  * .          | .  .                | 23 | -0.150 | -0.030 | 269.56 | 0.000 |
| .  * .          | .  .                | 24 | -0.178 | -0.035 | 272.71 | 0.000 |

A partir des corrélogrammes nous pouvons identifier le processus puisque la fonction d'autocorrélation simple décroît de manière exponentielle pour les  $\gamma_1 > 0$  et sinusoidale amortie quand  $\gamma_1 < 0$ , et la fonction d'autocorrélation partielle représente un pic significatif pour le premier retard qui est positif puisque  $\gamma_1 > 0$ , les autres coefficients sont nuls pour les retard qui sont supérieurs à 1. Nous constatons que toutes les auto-corrélations des séries concernées sont significativement différentes de zéro et diminuent très lentement, et que la première auto-corrélation partielle est signification différente de zéro. Cela confirme la première intuition, c'est à dire les séries sont non stationnaires.

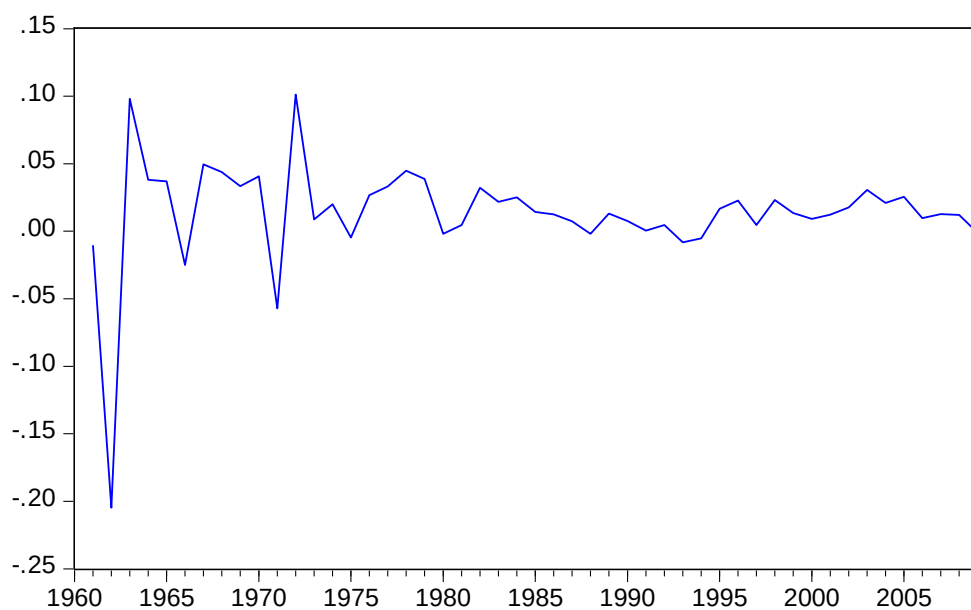
Dans la série *logpib*, L'intervalle de confiance du coefficient d'autocorrélation est :  $r_k[-0.285; 0.285]$ . Nous nous apercevons que les onze premiers termes du correlogramme simple sont extérieurs à l'intervalle de confiance, c'est-à-dire sont différents de 0. Le processus n'est pas un bruit blanc, on va confirmer cela avec la statistique de Box-Pierce et Ljung –Box.

La statistique  $Q$  de *Ljung – Box* confirme le fait que le processus n'est pas un bruit blanc  $Q\text{-Stat}=284.58$  (au retard  $m = 24 > \chi^2_{0.05;24} = 36,42$  on refuse l'hypothèse de nullité des coefficients  $r_k$  (la probabilité critique de ce test est indiquée  $\alpha_c = 0.000 < 0.05$ , donc on refuse  $H_0$ ). Le processus *logpib* n'est pas un bruit blanc.

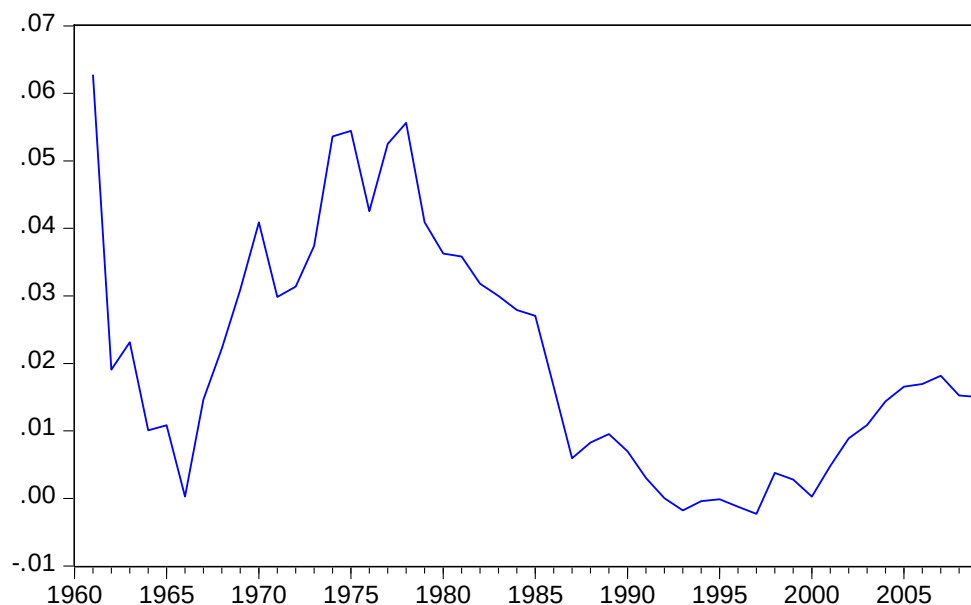
Il est ensuite nécessaire de vérifier ces résultats en calculant le corrélogramme de la série filtrée par les différences premières ceci afin de stationnariser le processus

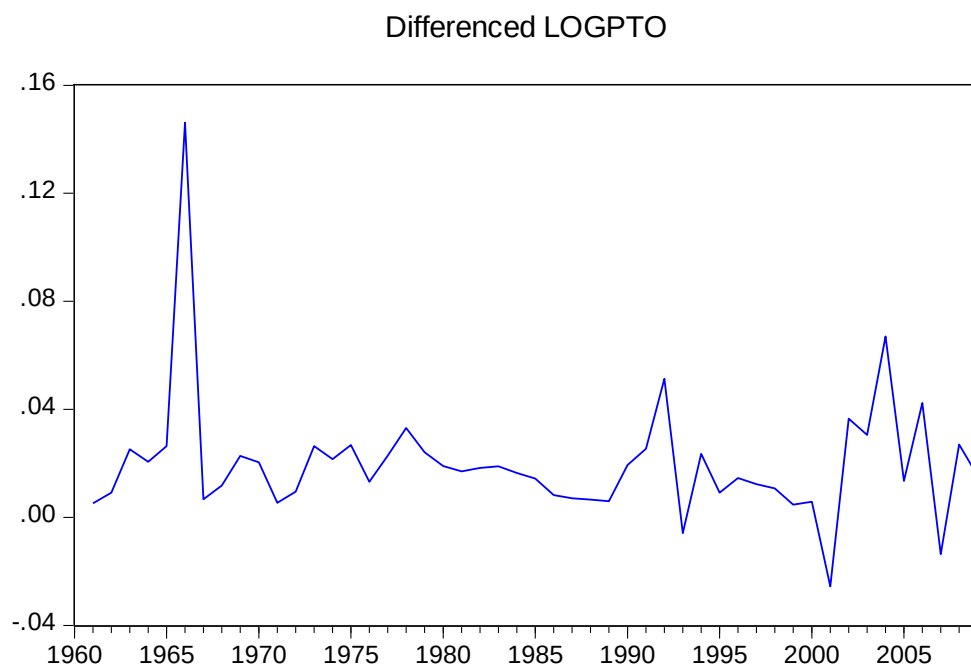
$$DLogPIB = LogPIB_t - LogPIB_{t-1}$$

**Figure1.3 Caractère stationnaire des séries en première différence  
DLOGPIB**



**DLOGCAPITAL**





La figure 1.3 représente l'évolution temporelle des logarithmes des séries concernées. Ces séries semblent stationnaires : la tendance à la hausse a été supprimée et la moyenne des séries semble se situer sur une droite parallèle à l'axe des abscisses sauf pour le cas du stock de capital. Cette hypothèse est appuyée par les corrélogrammes des séries en première différence. Ces corrélogrammes ne présentent plus aucune structure particulière, ce qui semble confirmer le caractère stationnaire des séries concernées.

**Figure 1.4 Caractère stationnaire des séries appuyées par les corrélogrammes**

Correlogram of D(LogPIB)

Sample: 1960 2009

Included observations: 49

| Autocorrelation | Partial Correlation |    | AC     | PAC    | Q-Stat | Prob  |
|-----------------|---------------------|----|--------|--------|--------|-------|
| ** .            | ** .                | 1  | -0.214 | -0.214 | 2.3760 | 0.123 |
| . .             | . .                 | 2  | -0.036 | -0.086 | 2.4465 | 0.294 |
| * .             | * .                 | 3  | -0.122 | -0.157 | 3.2588 | 0.353 |
| . *             | . *                 | 4  | 0.166  | 0.106  | 4.7971 | 0.309 |
| . .             | . *                 | 5  | 0.047  | 0.099  | 4.9246 | 0.425 |
| * .             | * .                 | 6  | -0.102 | -0.071 | 5.5328 | 0.478 |
| . .             | . .                 | 7  | -0.019 | -0.016 | 5.5543 | 0.593 |
| * .             | ** .                | 8  | -0.163 | -0.207 | 7.1693 | 0.518 |
| . **            | . *                 | 9  | 0.303  | 0.206  | 12.892 | 0.168 |
| * .             | * .                 | 10 | -0.203 | -0.125 | 15.531 | 0.114 |
| . .             | * .                 | 11 | -0.028 | -0.086 | 15.584 | 0.157 |
| . .             | . .                 | 12 | -0.036 | 0.022  | 15.672 | 0.207 |
| . .             | * .                 | 13 | 0.049  | -0.072 | 15.839 | 0.258 |
| . .             | . .                 | 14 | 0.010  | -0.003 | 15.845 | 0.323 |
| . .             | . .                 | 15 | -0.028 | 0.029  | 15.901 | 0.389 |
| * .             | * .                 | 16 | -0.093 | -0.155 | 16.550 | 0.415 |
| * .             | * .                 | 17 | -0.083 | -0.070 | 17.087 | 0.448 |
| . .             | * .                 | 18 | 0.018  | -0.182 | 17.114 | 0.515 |
| . .             | . .                 | 19 | 0.048  | 0.055  | 17.307 | 0.569 |
| . .             | . .                 | 20 | -0.037 | -0.014 | 17.424 | 0.625 |



### Correlogram of D(LogCAPITAL)

Sample: 1960 2009

Included observations: 49

| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC    | Q-Stat | Prob   |       |
|-----------------|---------------------|----|--------|--------|--------|-------|
| .  *****        | .  *****            | 1  | 0.807  | 0.807  | 33.909 | 0.000 |
| .  *****        | .  **               | 2  | 0.742  | 0.260  | 63.184 | 0.000 |
| .  *****        | .  .                | 3  | 0.642  | -0.033 | 85.601 | 0.000 |
| .  ****         | .  .                | 4  | 0.580  | 0.031  | 104.29 | 0.000 |
| .  ***          | .  *  .             | 5  | 0.471  | -0.130 | 116.88 | 0.000 |
| .  ***          | .  .                | 6  | 0.414  | 0.022  | 126.85 | 0.000 |
| .  **           | .  .                | 7  | 0.348  | 0.005  | 134.04 | 0.000 |
| .  **           | .  *  .             | 8  | 0.254  | -0.143 | 137.98 | 0.000 |
| .  *            | .  *  .             | 9  | 0.162  | -0.100 | 139.62 | 0.000 |
| .  .            | **  .               | 10 | 0.036  | -0.213 | 139.70 | 0.000 |
| .  .            | .  .                | 11 | -0.048 | -0.054 | 139.85 | 0.000 |
| .  *  .         | .  .                | 12 | -0.116 | 0.034  | 140.76 | 0.000 |
| .  *  .         | .  *  .             | 13 | -0.132 | 0.114  | 141.97 | 0.000 |
| .  *  .         | .  .                | 14 | -0.168 | 0.016  | 144.00 | 0.000 |
| **  .           | .  *  .             | 15 | -0.235 | -0.190 | 148.05 | 0.000 |
| **  .           | .  .                | 16 | -0.248 | 0.037  | 152.71 | 0.000 |
| **  .           | .  .                | 17 | -0.276 | 0.010  | 158.65 | 0.000 |
| **  .           | .  *  .             | 18 | -0.333 | -0.140 | 167.56 | 0.000 |
| **  .           | .  .                | 19 | -0.342 | 0.035  | 177.32 | 0.000 |
| **  .           | .  .                | 20 | -0.314 | 0.038  | 185.83 | 0.000 |

### Correlogram of D(logPTO)

Sample: 1960 2009

Included observations: 49

| Autocorrelation | Partial Correlation |    | AC     | PAC    | Q-Stat | Prob  |
|-----------------|---------------------|----|--------|--------|--------|-------|
| . .             | . .                 | 1  | -0.040 | -0.040 | 0.0841 | 0.772 |
| . .             | . .                 | 2  | 0.072  | 0.071  | 0.3616 | 0.835 |
| .* .            | .* .                | 3  | -0.111 | -0.106 | 1.0316 | 0.794 |
| . .             | . .                 | 4  | -0.033 | -0.046 | 1.0928 | 0.895 |
| ** .            | .* .                | 5  | -0.211 | -0.203 | 3.6237 | 0.605 |
| . .             | . .                 | 6  | -0.001 | -0.025 | 3.6238 | 0.727 |
| . .             | . .                 | 7  | -0.016 | -0.001 | 3.6387 | 0.820 |
| . .             | . .                 | 8  | 0.036  | -0.008 | 3.7177 | 0.882 |
| . .             | . .                 | 9  | -0.035 | -0.057 | 3.7945 | 0.924 |
| . .             | . .                 | 10 | 0.004  | -0.050 | 3.7958 | 0.956 |
| . .             | . .                 | 11 | -0.009 | -0.012 | 3.8015 | 0.975 |
| . *.            | . *.                | 12 | 0.182  | 0.185  | 6.0467 | 0.914 |
| . .             | . .                 | 13 | 0.032  | 0.053  | 6.1198 | 0.942 |
| . *.            | . .                 | 14 | 0.090  | 0.060  | 6.6958 | 0.946 |
| . .             | . .                 | 15 | -0.065 | -0.043 | 7.0029 | 0.958 |
| . .             | . .                 | 16 | -0.028 | -0.020 | 7.0617 | 0.972 |
| . .             | . *.                | 17 | -0.025 | 0.082  | 7.1105 | 0.982 |
| . .             | . .                 | 18 | -0.028 | 0.002  | 7.1742 | 0.989 |
| . .             | . .                 | 19 | -0.018 | -0.004 | 7.1998 | 0.993 |
| .* .            | .* .                | 20 | -0.071 | -0.112 | 7.6353 | 0.994 |

En ce qui concerne les séries du logPIB et du logPTO, la statistique Q à respectivement une probabilité critique de 0.625 et 0.994 (pour un retard  $m=24$ ) largement supérieure à 0.05 ; nous acceptons l'hypothèse  $H_0$  de nullité des coefficients du corrélograme. Les corrélogrammes des séries *LogPIB*, et *LOGPTO* filtrés par les différences premières sont caractéristiques d'un bruit blanc à l'exception de la série LogCAPITAL qui présente toujours un caractère non stationnaire. Les graphiques ne nous donnent pas une réponse claire, d'où la nécessité d'effectuer des tests de racine unitaire. Pour cerner la présence d'une racine unitaire, nous disposons de plusieurs tests, tous sont basés sur l'estimation de la régression.

## 2.2.2 Détermination du nombre de retards du modèle

Le nombre de retard (lags) est sélectionné en spécifiant un modèle AR (processus autorégressif), avec un maximum de retards pour chaque variable. Le choix du nombre de retard se base sur les critères *AIC*, *BIC* et *HQ*. Le calcul des critères d'information pour des retards allant de 1 à 4 (nous n'allons pas plus loin compte tenu du faible nombre d'observations) donne les résultats suivants :

| Tableau 1 : Détermination du nombre de retards |                   |                   |                   |
|------------------------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| VAR Lag Order Selection Criteria               |                   |                   |                   |
| Endogenous variables: LOGPIB LOGCAPITAL LOGPTO |                   |                   |                   |
| Exogenous variables: C                         |                   |                   |                   |
| Lag                                            | AIC               | SC                | HQ                |
| 0                                              | -6.266671         | -6.147412         | -6.221996         |
| 1                                              | -15.25124         | -14.77420         | -15.07254         |
| 2                                              | <b>-16.74567*</b> | <b>-15.91085*</b> | <b>-16.43294*</b> |
| 3                                              | -16.54041         | -15.34782         | -16.09366         |
| 4                                              | -16.50237         | -14.95200         | -15.92159         |

Les critères d'information cherchent à minimiser le logarithme de la variance des résidus en tenant compte des pénalités additives basées sur la taille du modèle. En petit échantillon, les critères donnent toujours les résultats ordonnés suivants

$$(BIC)(p) \geq (HQ)(p) \geq (AIC)(p)$$

Ce qui fait que le critère de Schwarz est celui choisit dans les modèles les plus parcimonieux,. Le nombre de retard sélectionné selon le minimum des critères de *AIC*, *BIC* et *HQ* est 2 . Nous allons donc procéder à la détermination de l'ordre d'intégration des variables à introduire dans l'estimation, lesquelles doivent avoir le même ordre d'intégration.

## 2.2.3 Test de stationnarité

En appliquant des tests statistiques de stationnarité (le test KPSS (Kwiatkowski & Phillips & Schmidt & Shin, 1992)) et/ou de non stationnarité, les tests ADF et PP (Phillips & Perron, 1988)), le premier test nous permet de tester l'hypothèse de la stationnarité, les derniers nous permettent de tester l'hypothèse des racines unitaires. L'utilisation de ces tests nous permet de distinguer les séries stationnaires des séries non stationnaires, et les séries dont les données ne fournissent pas assez d'informations.

| Tableau 2 : résultats des tests de stationnarité |            |             |           |                  |           |                  |          |                 |
|--------------------------------------------------|------------|-------------|-----------|------------------|-----------|------------------|----------|-----------------|
|                                                  |            | <i>maxp</i> | ADF       |                  | PP        |                  | KPSS     |                 |
|                                                  |            |             | Niveau    | 1st diff.        | Niveau    | 1st diff.        | Niveau   | 1st diff.       |
| LogPIB                                           | Modèle (3) | 2           | -2.361518 | <b>-8.357667</b> | -2.871411 | <b>-8.716309</b> | 0.181311 | <b>0.112473</b> |
|                                                  |            |             | [0.3942]  | [0.0000]         | [0.1804]  | [0.0000]         |          |                 |
|                                                  | Modèle (2) | 2           |           | <b>-8.451879</b> |           | <b>-8.962720</b> |          | <b>0.116297</b> |
|                                                  |            |             |           | [0.0000]         |           | [0.0000]         |          |                 |
|                                                  | Modèle (1) | 2           |           | <b>-7.471998</b> |           | <b>-7.459733</b> |          |                 |
|                                                  |            |             |           | [0.0000]         |           | [0.0000]         |          |                 |
| Log CAPITAL                                      | Modèle (3) | 2           | -1.096484 | -2.505444        | -0.830688 | -2.935373        | 0.219554 | <b>0.102500</b> |
|                                                  |            |             | [0.9190]  | [0.3243]         | [0.9554]  | [0.1610]         |          |                 |
|                                                  | Modèle (2) | 2           |           | -2.733903        |           | <b>-2.954436</b> |          | <b>0.424221</b> |
|                                                  |            |             |           | [0.0758]         |           | [0.0466]         |          |                 |
|                                                  | Modèle (1) | 2           |           | <b>-2.364493</b> |           | <b>-2.363020</b> |          |                 |
|                                                  |            |             |           | [0.0189]         |           | [0.0190]         |          |                 |
| LogPTO                                           | Modèle (3) | 2           | -2.296170 | <b>-7.201428</b> | -2.279524 | <b>-7.243295</b> | 0.182448 | <b>0.063854</b> |
|                                                  |            |             | [0.4280]  | [0.0000]         | [0.4367]  | [0.0000]         |          |                 |
|                                                  | Modèle (2) | 2           |           | <b>-7.087548</b> |           | <b>-7.085141</b> |          | <b>0.154545</b> |
|                                                  |            |             |           | [0.0000]         |           | [0.0000]         |          |                 |
|                                                  | Modèle (1) | 2           |           | <b>-2.480308</b> |           | <b>-4.587157</b> |          |                 |
|                                                  |            |             |           | [0.0142]         |           | [0.0000]         |          |                 |

Les valeurs entre crochets sont des probabilités.

La valeur critique du seuil 5% pour le test KPSS est 0.4630 pour le modèle (2) et 0.1460 pour le modèle (3)

Les valeurs significatives des tests sont en gras

L'analyse de la stationnarité nous permet de déterminer l'ordre d'intégration, si la variable est stationnaire en niveau, c'est-à-dire son ordre d'intégration est zéro ; et si la variable admet une stationnarité en différence, c'est-à-dire l'ordre d'intégration peut aller de 1 à n. La comparaison des  $t_{\hat{\gamma}_1}$  calculés aux  $t$  lus ou des LM statistiques aux valeurs critiques indique que les trois séries *logpib*, *logcapital* et *logpto* sont non stationnaires en niveau. Des tests similaires sur les différentes premières de ces trois séries, indiquent qu'elles sont stationnaires

Selon le tableau 1, tous les tests donnent le même résultat : les séries sont intégrées d'ordre 1. À l'exception du cas de *logcapital*, on note que les données de cette série ne contiennent pas assez d'informations concernant la stationnarité. En effet, les résultats du test ADF indiquent que cette série est intégrée d'ordre 1 seulement pour le modèle 1 et le test de PP donne le même résultat uniquement pour le modèle 1 et 2 par contre les résultats du test KPSS affirme que la série *logcapital* est intégrée d'ordre 1.

Donc, selon les résultats de la stationnarité, tous les variables de notre étude sont intégrés d'ordre 1, il existe donc un risque de cointégration.

## 2.3 Test de cointégration de Johansen

L'analyse de la cointégration permet d'identifier la relation véritable entre les variables en recherchant l'existence de vecteur de cointégration et en éliminant son effet, le cas échéant. Une condition nécessaire de cointégration est que les séries doivent être intégrées de même ordre. Si les séries ne sont pas intégrées de même ordre, elles ne peuvent pas être cointégrées.

La détermination du nombre de vecteurs de cointégration (rang de la matrice  $\beta$  et son interprétation) sont les questions centrales de cette méthode. Pour mener ce test Johansen propose cinq spécifications concernant soit les vecteurs cointégrant soit les séries (le VAR proprement dit). Le choix d'une de ces spécifications s'effectue en fonction des données et de la forme supposée de la tendance. Cependant avant d'établir les tests de relations cointégrantes, il convient tout d'abord de s'interroger sur l'éventuelle introduction des termes déterministes (constance et tendance) à la fois dans la relation de cointégration à long terme et dans la dynamique de court terme. Le modèle retenu est celui qui minimise le critère de Schwarz. Il sera marqué par la présence d'une tendance linéaire dans les séries et d'une constante dans la relation de cointégration.

**Tableau 3: Test de cointégration de Johansen**

Sample (adjusted): 1963 2009

Included observations: 48 after adjustments

Trend assumption: Linear deterministic trend

Series: LOGCAPITAL LOGPIB LOGPTO

Lags interval (in first differences): 1 to 2

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

| Hypothesized<br>No. of CE(s) | Eigenvalue | Trace<br>Statistic                 | Max-Eigen<br>Statistic             |
|------------------------------|------------|------------------------------------|------------------------------------|
| None *                       | 0.324260   | 33.92880<br>(29.79707)<br>[0.0158] | 18.42150<br>(21.13162)<br>[0.1149] |
| At most 1 *                  | 0.243770   | 15.50730<br>(15.49471)<br>[0.0498] | 13.13226<br>(14.26460)<br>[0.0749] |
| At most 2                    | 0.049277   | 2.375045<br>(3.841466)<br>[0.1233] | 2.375045<br>(3.841466)<br>[0.1233] |

Trace test indicates 2 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Ce test de Johansen fonctionne par exclusion d'hypothèses alternatives, le rang de la matrice  $\Pi$  égal 0 ( $r = 0$ ), soit  $H_0: r = 0$  contre  $H_1: r > 0$ .  $\lambda_{trace1} = 33.92880$  est supérieure à la valeur critique lue dans le tableau 29.79707), on rejette  $H_0$ , le rang de la matrice n'est pas 0, les séries ne sont donc pas stationnaires.

On va tester ensuite le rang de la matrice  $\Pi$  égal 1 ( $r = 1$ ), soit  $H_0: r = 1$  contre  $H_1: r > 1$ .

$\lambda_{trace2} = 15.50730$  est supérieure à la valeur critique lue dans le tableau (15.49471), on rejette  $H_0$ , le rang de la matrice n'est pas 1. On constate enfin que le rang de la matrice est égal à 2 puisque  $\lambda_{trace3} = 2.375045$  est inférieure à 3.841466, on accepte donc dans ce cas  $H_0: r = 2$ . Nous acceptons donc l'hypothèse de deux relations de cointégration pour un seuil de 5%.

Le test de la valeur propre maximale indique qu'il n'y a aucune relation de cointégration pour un seuil de 5%. En effet, le rang de la matrice est 0 puisque  $\lambda_{max1} = 18.42150$  est inférieure à la valeur critique lue dans le tableau (21.13162), on accepte donc l'hypothèse  $H_0$ . En général on retient souvent les résultats du test de la Trace dont la puissance est plus élevée que celle du test de la valeur propre maximale. L'hypothèse de deux relations de cointégration est validée. Ce test permet de déterminer le nombre de relations de cointégration ; cependant il n'indique pas les variables cointégrées.

### 2.3.1 Identification de la relation de cointégration

L'estimation économétrique vise à évaluer les paramètres du modèle en utilisant la méthode de Johansen S. & Juselius K. (1990). Les paramètres d'un modèle de régression multiple sont calculés de manière à évaluer le véritable impact de la variable exogène sur la variable endogène dans la relation de long terme.

Dependent Variable: LOGPIB

Method: Least Squares

Sample: 1960 2009

Included observations: 50

| Variable           | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.     |
|--------------------|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| C                  | 4.258479    | 0.281163              | 15.14593    | 0.0000    |
| LOGCAPITAL         | 0.278669    | 0.059411              | 4.690538    | 0.0000    |
| LOGPTO             | 0.538714    | 0.069399              | 7.762562    | 0.0000    |
| R-squared          | 0.973523    | Mean dependent var    |             | 10.96730  |
| Adjusted R-squared | 0.972396    | S.D. dependent var    |             | 0.239206  |
| S.E. of regression | 0.039743    | Akaike info criterion |             | -3.554653 |
| Sum squared resid  | 0.074236    | Schwarz criterion     |             | -3.439932 |
| Log likelihood     | 91.86633    | Hannan-Quinn criter.  |             | -3.510967 |
| F-statistic        | 864.0510    | Durbin-Watson stat    |             | 1.177772  |
| Prob(F-statistic)  | 0.000000    |                       |             |           |

Sortie EVIEWS 7

Dans le modèle estimé, la variable endogène est *logpib* et les variables exogènes sont *logcapital* et *logpto*. la relation entre ces trois variables est interprétée comme une relation de long terme dans laquelle le travail et le capital reflètent les niveaux de la production. Les paramètres  $\beta_1$  et  $\beta_2$  représentent l'impact d'un choc soutenu de *logcapital* et *logpto* sur *logpib*. Ils s'interprètent comme un multiplicateur de long terme.

$$\log pib_t = (4.258479 \quad 0.278669 \quad 0.538714) \begin{pmatrix} 1 \\ \log capital_t \\ \logpto_t \end{pmatrix}$$

L'estimateur des paramètres est calculé avec les observations sur les variables explicatives  $\log capital_t$  et  $\logpto_t$  considérées comme exogènes et la variable expliquée  $\log pib_t$ . Chaque estimateur est une variable aléatoire. Le terme constant est égal à la part de la variable dépendante qui ne peut pas être expliquée par les variables indépendantes.

## 2.3.2 Tests diagnostics sur les termes d'erreurs

Après avoir fait l'estimation de la fonction de comportement ( $\log pib, \log capital, \log pto$ ), nous devons faire des tests paramétriques pour nous assurer que les hypothèses sont vérifiées et explorer les possibilités d'améliorer les résultats, en cas de rejet de l'hypothèse nulle.

### 2.3.2.1 Le test de significativité des coefficients individuels (Test de Student)

Dans le tableau des résultats de la régression, on observe chaque coefficient estimé et sa probabilité correspondante. L'erreur standard « Standard error » sert à calculer la valeur de  $t$  en vue de tester si le coefficient est significativement différent de zéro. La statistique  $t_{calculé}$  est distribuée selon une loi de Student à  $(N - K)$  degrés de liberté,  $K = 3$  présente le nombre des paramètres à estimer et  $N=50$  est le nombre d'observation.

Les probabilités des paramètres de la variable  $\log capital, \log pto$  et de la constante sont inférieures à 0,05 les coefficients sont considérés significativement différents de 0. Ce test est le test de base qui a pour but de vérifier que les variables explicatives  $\log capital$  et  $\log pto$  influencent la variable  $\log pib$ .

### 2.3.2.2 Le test de Fischer

Le test de Fischer (0.000000) indique que les variables dépendantes expliquent conjointement la variable indépendante

### 2.3.2.3 Test d'auto corrélation de Durbin-Watson

Le test de Durbin-Watson (DW) vise à détecter la présence ou l'absence de l'autocorrélation d'ordre 1 des résidus. Ce test revient à examiner si la valeur DW calculée s'écarte suffisamment vers 0 ou vers 4, pour renoncer à l'hypothèse d'indépendance des aléas au niveau de risque choisi. La statistique de DW est donnée directement dans le tableau des résultats. Pour mieux interpréter et analyser cette statistique, nous consultons la table de DW. Pour un nombre de variables exogènes égale à 2, la taille d'échantillon égale à 50 et un seuil de significativité de 5%  $d_1 = 1.46$  et  $d_2 = 1.63$ .

La statistique DW est égale à 1.17 inférieure à 1.46, on rejette l'hypothèse  $H_0$ , on conclut qu'il y a une auto corrélation positive des résidus (une erreur positive succède à une erreur positive).

### 2.3.2.4 Analyse de la variance et qualité d'ajustement

La qualité de l'ajustement peut être mesurée par le coefficient de détermination  $R^2$ . Il donne le pourcentage de la variance totale de  $\log pib$  expliquée par le modèle. Les coefficients de régression sont significatifs puisque la valeur du  $R\_squared$  est élevée.

Le coefficient de détermination  $R^2 = 0.973523$  « R-squared » indique le pourcentage de la variation totale de la variable dépendante qui est expliquée par les variables indépendantes de l'équation ou fonction de comportement du modèle. Cette statistique est comprise dans l'intervalle  $[0,1]$ , une valeur proche de 1 indique que la qualité d'ajustement est bonne dans la mesure où la part de la variance de  $\log pib$  expliquée par le modèle est élevée, le modèle

permet d'exprimer 97% de la variation de la production, c'est à dire que les variables indépendantes expliquent 97% des variations de la variable dépendante

La somme des carrés des écarts résiduels (0.074236) « Sum of squared resid » dévoile les trois sources de la variance : celle du modèle, celle des résidus et le total des deux (modèle et résidus). Elle sert à calculer les valeurs observées et estimées de la variable dépendante qui rendent minimale la somme des carrés des écarts résiduels et par conséquent maximise le  $R^2$ . Cependant, cette statistique croît avec le nombre de variables exogènes, c'est pourquoi on calcule également le coefficient de détermination ajusté,  $\bar{R}^2$ , qui tient compte du nombre de variables explicatives présentes dans le modèle

La statistique  $\bar{R}^2$  ajustée (0.972396) « Adjusted R-squared » reflète mieux la vraie performance de l'équation ou fonction de comportement du modèle. Le R-carré ajusté tente d'annuler le biais induit par l'ajout des variables explicatives. La statistique R-carré ajustée augmente avec le pouvoir explicatif du modèle et diminue avec les pertes en degré de liberté.

Les valeurs des deux statistiques  $R^2$  et  $\bar{R}^2$  ajustées sont très proches, ceci implique que la fonction de comportement est bien spécifiée. Par contre, dans ce type de spécification, le fait que les séries sont cointégrées et non stationnaires soulève un problème d'estimation. La bonne qualité statistique du modèle  $R^2$  est peut être due au fait que les séries sont non stationnaires ; la relation mise en évidence par cette régression n'est pas forcément réelle, elle découle simplement d'une relation entre deux tendances c'est pourquoi on va tester la stationnarité du résidu issue de cette relation est qui doit être stationnaire en niveau.

### 2.3.2.5 Stationnarité du résidu

Nous n'avons pas de régression fallacieuse lorsque les variables du modèle  $\log pib$ ,  $\log capital$  et  $\log pto$  sont cointégrées c'est-à-dire lorsque l'on a  $\log pib_t - \alpha \log capital_t - \beta \log pto_t - c = \varepsilon_t \sim I(0)$  alors que  $\log pib_t \sim I(1)$ ,  $\log capital_t \sim I(1)$  et  $\log pto_t \sim I(1)$

| Tableau 4 : résultats des tests de stationnarité du résidu |            |                              |                              |                 |
|------------------------------------------------------------|------------|------------------------------|------------------------------|-----------------|
|                                                            |            | ADF                          | PP                           | KPSS            |
|                                                            |            | Niveau                       | Niveau                       | Niveau          |
| RESIDU                                                     | Modèle (3) | <b>-6.243675</b><br>[0.0000] | <b>-6.433162</b><br>[0.0000] | <b>0.115438</b> |
|                                                            | Modèle (2) | <b>-6.124157</b><br>[0.0000] | <b>-6.176567</b><br>[0.0000] | <b>0.100711</b> |
|                                                            | Modèle (1) | <b>-6.161861</b><br>[0.0000] | <b>-6.161861</b><br>[0.0000] |                 |

Les trois testes de stationnarité indiquent que le résidu est stationnaire en niveau, nous pouvons alors estimer un modèle appelé modèle à correction d'erreur (MCE) qui intègre les variables en variation et en niveau l'emploi d'un modèle à correction d'erreur dans le cas de la cointégration permet de procéder à une analyse plus fine. L'objectif de ce modèle est, d'une part de retirer la relation commune de cointégration (la tendance commune), d'autre part, de rechercher la liaison réelle entre les variables.

Nous pouvons imaginer une relation croisée entre les variations de *logpib* et les variations de *logcapital* et *logpto*. En effet, même si la spécification de long terme reste valide, il peut exister une dynamique à court terme.

### 2.3.3 Estimation du Modèle à Correction d'Erreur

Pour obtenir des informations sur la vitesse d'ajustement à l'équilibre on peut estimer un Modèle à Correction d'Erreur. En effet, le MCE permet de modéliser conjointement les dynamiques de court terme (représentées par les variables en différence première) et de long terme (représentées par les variables en niveau).

| Vector Error Correction Estimates            |                                      |                                      |                                      |
|----------------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| Sample (adjusted): 1963 2009                 |                                      |                                      |                                      |
| Included observations: 47 after adjustments  |                                      |                                      |                                      |
| Standard errors in ( ) & t-statistics in [ ] |                                      |                                      |                                      |
| Cointegrating Eq:                            | CointEq1                             |                                      |                                      |
| LOGPIB(-1)                                   | 1.000000                             |                                      |                                      |
| LOGCAPITAL(-1)                               | -0.241157<br>(0.05006)<br>[-4.81732] |                                      |                                      |
| LOGPTO(-1)                                   | -0.658500<br>(0.06085)<br>[-10.8218] |                                      |                                      |
| C                                            | -3.898811                            |                                      |                                      |
| Error Correction:                            | D(LOGPIB)                            | D(LOGCAPITAL)                        | D(LOGPTO)                            |
| CointEq1                                     | -0.300172<br>(0.18165)<br>[-1.65247] | -0.022016<br>(0.05377)<br>[-0.40943] | 0.673662<br>(0.17919)<br>[ 3.75940]  |
| D(LOGPIB(-1))                                | -0.132402<br>(0.14755)<br>[-0.89733] | -0.020943<br>(0.04368)<br>[-0.47949] | -0.244800<br>(0.14556)<br>[-1.68184] |
| D(LOGPIB(-2))                                | -0.073214<br>(0.08815)<br>[-0.83057] | 0.041920<br>(0.02609)<br>[ 1.60654]  | -0.055990<br>(0.08696)<br>[-0.64388] |
| D(LOGCAPITAL(-1))                            | -0.038163<br>(0.53748)<br>[-0.07100] | 1.024137<br>(0.15910)<br>[ 6.43697]  | -0.119572<br>(0.53021)<br>[-0.22552] |
| D(LOGCAPITAL(-2))                            | 0.578553<br>(0.52359)<br>[ 1.10498]  | -0.092676<br>(0.15499)<br>[-0.59795] | -0.312099<br>(0.51650)<br>[-0.60425] |
| D(LOGPTO(-1))                                | 0.027204<br>(0.14833)<br>[ 0.18341]  | 0.035793<br>(0.04391)<br>[ 0.81521]  | 0.144526<br>(0.14632)<br>[ 0.98774]  |



|                                         |                                     |                                       |                                     |
|-----------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|
| D(LOGPTO(-2))                           | 0.063588<br>(0.14370)<br>[ 0.44250] | 0.022495<br>(0.04254)<br>[ 0.52882]   | 0.197373<br>(0.14176)<br>[ 1.39232] |
| C                                       | 0.008808<br>(0.00712)<br>[ 1.23732] | -0.000111<br>(0.00211)<br>[ -0.05265] | 0.026624<br>(0.00702)<br>[ 3.79140] |
| R-squared                               | 0.360473                            | 0.871066                              | 0.286895                            |
| Adj. R-squared                          | 0.245686                            | 0.847924                              | 0.158902                            |
| Sum sq. resids                          | 0.019398                            | 0.001700                              | 0.018877                            |
| S.E. equation                           | 0.022302                            | 0.006602                              | 0.022000                            |
| F-statistic                             | 3.140363                            | 37.64002                              | 2.241485                            |
| Log likelihood                          | 116.4393                            | 173.6545                              | 117.0795                            |
| Akaike AIC                              | -4.614439                           | -7.049128                             | -4.641679                           |
| Schwarz SC                              | -4.299520                           | -6.734210                             | -4.326760                           |
| Mean dependent                          | 0.018801                            | 0.019413                              | 0.020405                            |
| S.D. dependent                          | 0.025678                            | 0.016929                              | 0.023989                            |
| Determinant resid covariance (dof adj.) |                                     | 8.24E-12                              |                                     |
| Determinant resid covariance            |                                     | 4.71E-12                              |                                     |
| Log likelihood                          |                                     | 412.8641                              |                                     |
| Akaike information criterion            |                                     | -16.41975                             |                                     |
| Schwarz criterion                       |                                     | -15.35690                             |                                     |

Sortie EVIEWS 7

Le modèle sous cette forme nous permettra de mesurer l'impact sur les valeurs présentes d'une innovation (ou de choc). Le modèle dynamique, s'écrit comme suit :

$$D(\text{LOGPIB}) = C(1) * (\text{LOGPIB}(-1) - 0.241156780046 * \text{LOGCAPITAL}(-1) - 0.658500224037 * \text{LOGPTO}(-1) - 3.89881072478) + C(2) * D(\text{LOGPIB}(-1)) + C(3) * D(\text{LOGPIB}(-2)) + C(4) * D(\text{LOGCAPITAL}(-1)) + C(5) * D(\text{LOGCAPITAL}(-2)) + C(6) * D(\text{LOGPTO}(-1)) + C(7) * D(\text{LOGPTO}(-2)) + C(8)$$

$$D(\text{LOGCAPITAL}) = C(9) * (\text{LOGPIB}(-1) - 0.241156780046 * \text{LOGCAPITAL}(-1) - 0.658500224037 * \text{LOGPTO}(-1) - 3.89881072478) + C(10) * D(\text{LOGPIB}(-1)) + C(11) * D(\text{LOGPIB}(-2)) + C(12) * D(\text{LOGCAPITAL}(-1)) + C(13) * D(\text{LOGCAPITAL}(-2)) + C(14) * D(\text{LOGPTO}(-1)) + C(15) * D(\text{LOGPTO}(-2)) + C(16)$$

$$D(\text{LOGPTO}) = C(17) * (\text{LOGPIB}(-1) - 0.241156780046 * \text{LOGCAPITAL}(-1) - 0.658500224037 * \text{LOGPTO}(-1) - 3.89881072478) + C(18) * D(\text{LOGPIB}(-1)) + C(19) * D(\text{LOGPIB}(-2)) + C(20) * D(\text{LOGCAPITAL}(-1)) + C(21) * D(\text{LOGCAPITAL}(-2)) + C(22) * D(\text{LOGPTO}(-1)) + C(23) * D(\text{LOGPTO}(-2)) + C(24)$$

Dependent Variable: D(LOGPIB)

Method: Least Squares

Sample (adjusted): 1963 2009

Included observations: 47 after adjustments

$$D(\text{LOGPIB}) = C(1) * (\text{LOGPIB}(-1) - 0.241156780046 * \text{LOGCAPITAL}(-1) - 0.658500224037 * \text{LOGPTO}(-1) - 3.89881072478) + C(2) * D(\text{LOGPIB}(-1)) + C(3) * D(\text{LOGPIB}(-2)) + C(4) * D(\text{LOGCAPITAL}(-1)) + C(5) * D(\text{LOGCAPITAL}(-2)) + C(6) * D(\text{LOGPTO}(-1)) + C(7) * D(\text{LOGPTO}(-2)) + C(8)$$

|                    | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.     |
|--------------------|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| C(1)               | -0.300172   | 0.181651              | -1.652466   | 0.1065    |
| C(2)               | -0.132402   | 0.147552              | -0.897328   | 0.3751    |
| C(3)               | -0.073214   | 0.088149              | -0.830569   | 0.4113    |
| C(4)               | -0.038163   | 0.537481              | -0.071003   | 0.9438    |
| C(5)               | 0.578553    | 0.523588              | 1.104977    | 0.2759    |
| C(6)               | 0.027204    | 0.148327              | 0.183408    | 0.8554    |
| C(7)               | 0.063588    | 0.143702              | 0.442498    | 0.6606    |
| C(8)               | 0.008808    | 0.007119              | 1.237319    | 0.2234    |
| R-squared          | 0.360473    | Mean dependent var    |             | 0.018801  |
| Adjusted R-squared | 0.245686    | S.D. dependent var    |             | 0.025678  |
| S.E. of regression | 0.022302    | Akaike info criterion |             | -4.614439 |
| Sum squared resid  | 0.019398    | Schwarz criterion     |             | -4.299520 |
| Log likelihood     | 116.4393    | Hannan-Quinn criter.  |             | -4.495933 |
| F-statistic        | 3.140363    | Durbin-Watson stat    |             | 1.920045  |
| Prob(F-statistic)  | 0.009945    |                       |             |           |

Sortie EVIEWS 7

Cette première équation constitue une représentation ECM. En effet, la dynamique du taux de croissance de  $\text{LogPIB}_t$  est déterminée par une cible de long terme (la relation de cointégration :  $(\text{LOGPIB}(-1) - 0.241156780046 * \text{LOGCAPITAL}(-1) - 0.658500224037 * \text{LOGPTO}(-1) - 3.89881072478)$ ). Le paramètre C(1) doit être négative pour qu'il y'ait un retour de  $\text{LogPIB}_t$  à sa valeur d'équilibre de long terme, en d'autre terme Le coefficient (-0.300172) indique la vitesse d'ajustement de la production pour retourner à l'équilibre suite à un choc, ce coefficient constitue une force de rappel vers l'équilibre.

Le terme à correction d'erreur est négatif est significativement différent de 0 au seuil de 10% pour la variable *logpib*. La composante dynamique du modèle est représentée par la partie:

$$C(2) * D(\text{LOGPIB}(-1)) + C(3) * D(\text{LOGPIB}(-2)) + C(4) * D(\text{LOGCAPITAL}(-1)) + C(5) * D(\text{LOGCAPITAL}(-2)) + C(6) * D(\text{LOGPTO}(-1)) + C(7) * D(\text{LOGPTO}(-2)) + C(8)$$

Le coefficient C(8) représente la constante et les coefficients C(4),C(5), C(6) et C(7) représentent la dynamique de court terme.

Les résultats indiquent que les fluctuations de la production sont expliquées à 36.04% par les variables du modèle. On constate que le paramètre d'ajustement nous indique qu'on peut ajuster 24.56% du déséquilibre entre le niveau désiré et celui effectif de la production.

Le test de Fischer (0.009945) indique que les variables dépendantes expliquent conjointement la variable indépendante

### ➤ Test d'auto corrélation de Durbin-Watson

Le test de Durbin-Watson (DW) vise à détecter la présence ou l'absence de l'autocorrélation d'ordre 1 des résidus. Ce test revient à examiner si la valeur DW calculée s'écarte suffisamment vers 0 ou vers 4, pour renoncer à l'hypothèse d'indépendance des aléas au niveau de risque choisi. La statistique de DW est donnée directement dans le tableau des résultats. Pour mieux interpréter et analyser cette statistique, nous consultons la table de DW. Pour un nombre de variables exogènes égale à 2, la taille d'échantillon égale à 50 et un seuil de significativité de 5%  $d_1 = 1.46$  et  $d_2 = 1.63$ .

La statistique DW est égale à 1.92 supérieure à 1.46, on accepte l'hypothèse  $H_0$ , on conclut qu'il y a une absence d'auto corrélation des résidus. la DW est aussi supérieure à R-squared (0.360473) ce qui implique que le modèle est valide.

Ces résultats ne seront pas fiables si les séries des résidus ne sont pas des bruits blancs.

### ➤ Validation du modèle à correction d'erreur

Lorsque le processus est bien estimé, les résidus entre les valeurs observées et les valeurs estimées par le modèle doivent se comporter comme un bruit blanc. Les tests d'auto corrélation sont conçus pour vérifier si les résidus suivent un bruit blanc. Si les résidus obéissent à un bruit blanc, il ne doit pas exister d'auto corrélation dans la série. Il y a plusieurs tests pour tester l'autocorrection des résidus: le test de Ljung-Box, Breusch-Godfrey et le test de Box-Pierce.

#### 2.3.3.1 Test de Ljung-Box

On vérifie que les résidus issus de chacune des trois équations sont des bruits blancs en utilisant Q-statistique de Ljung-Box. La statistique de Ljung-Box (corrélogramme et Q-Stat), permet de tester l'hypothèse d'indépendance sérielle d'une série. Plus spécifiquement cette statistique teste l'hypothèse nulle qu'il n'y a pas d'auto corrélation des résidus jusqu'à l'ordre k. Elle est basée sur la somme des auto corrélations de la série et elle est distribuée selon une loi Chi-carré avec m degrés de liberté. Si la p-value est inférieure à 0,05, on rejette l'hypothèse nulle et on accepte l'hypothèse alternative : les résidus sont autocorrélés à l'ordre k.

**Figure1.6 : Corrélogramme de la série des résidus de la première équation**

Sample: 1960 2009

Included observations: 47

| Autocorrelation | Partial Correlation |    | AC     | PAC    | Q-Stat | Prob  |
|-----------------|---------------------|----|--------|--------|--------|-------|
| . .             | . .                 | 1  | 0.027  | 0.027  | 0.0378 | 0.846 |
| . .             | . .                 | 2  | 0.057  | 0.056  | 0.2050 | 0.903 |
| .* .            | .* .                | 3  | -0.083 | -0.086 | 0.5650 | 0.904 |
| . .             | . .                 | 4  | 0.176  | 0.179  | 2.2160 | 0.696 |
| .** .           | .** .               | 5  | 0.279  | 0.288  | 6.4944 | 0.261 |
| . .             | .* .                | 6  | -0.052 | -0.102 | 6.6446 | 0.355 |
| . .             | . .                 | 7  | -0.052 | -0.063 | 6.8002 | 0.450 |
| .* .            | .* .                | 8  | -0.119 | -0.093 | 7.6434 | 0.469 |
| . .             | . .                 | 9  | 0.050  | -0.058 | 7.7938 | 0.555 |
| . .             | . .                 | 10 | -0.002 | -0.056 | 7.7940 | 0.649 |
| .* .            | .* .                | 11 | -0.116 | -0.086 | 8.6531 | 0.654 |
| . .             | . .                 | 12 | -0.032 | 0.045  | 8.7206 | 0.727 |
| . .             | . .                 | 13 | 0.032  | 0.117  | 8.7907 | 0.789 |
| .* .            | .* .                | 14 | 0.094  | 0.085  | 9.4115 | 0.804 |
| . .             | . .                 | 15 | -0.027 | 0.006  | 9.4629 | 0.852 |
| . .             | . .                 | 16 | -0.063 | -0.030 | 9.7547 | 0.879 |
| . .             | . .                 | 17 | 0.022  | -0.008 | 9.7924 | 0.912 |
| . .             | .* .                | 18 | -0.037 | -0.145 | 9.8988 | 0.935 |
| . .             | .* .                | 19 | -0.029 | -0.130 | 9.9694 | 0.954 |
| . .             | . .                 | 20 | -0.017 | 0.037  | 9.9928 | 0.968 |

Dans la fenêtre « correlogram of residuals » ou Corrélogramme des résidus, nous avons des rectangles confinés dans deux corridors (le premier corridor est lié à l'auto corrélation et l'autre à la corrélation partielle). Le nombre des rectangles qui sortent du corridor déterminent l'ordre d'auto corrélation des résidus. Ici on constate qu'aucun rectangle du corrélogramme ne sort de la bande stylisé en pointillés, ce qui indique une absence d'auto corrélation. On accepte donc l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation des résidus.

La statistique Q de Ljung-Box pour un retard égal à 20 confirme l'absence d'autocorrélation de la série des résidus. En effet les probabilités du test pour un retard égal à 20 est 0.968 supérieures à 0.05, donc l'hypothèse nulle de bruit blanc des résidus est acceptée.

### 2.3.3.2 Test de Breusch-Godfrey

La statistique de Breusch-Godfrey ou test de multiplicateur de Lagrange (LM) de corrélation sérielle est un test d'absence d'auto corrélation. Si la p-value est inférieure à 0,05, on rejette l'hypothèse nulle de non auto corrélation des résidus.

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

|               |          |                     |        |
|---------------|----------|---------------------|--------|
| F-statistic   | 1.553487 | Prob. F(2,36)       | 0.2254 |
| Obs*R-squared | 3.513426 | Prob. Chi-Square(2) | 0.1726 |

La probabilité du test de Breusch-Godfrey (Prob. Chi-Square(2) = 0.1726) est supérieure à 5%, ce qui veut dire qu'on accepte l'hypothèse nulle de non auto corrélation des termes d'erreurs.

### 2.3.3.3 Test d'heterocédasticité

L'une des hypothèses clés des modèles linéaires est l'hypothèse d'homoscédasticité, c'est-à-dire, les résidus (termes d'erreur) du modèle ont la même variance. A ce niveau, on vérifie si les erreurs conservent une variance constante tout au long de la période.

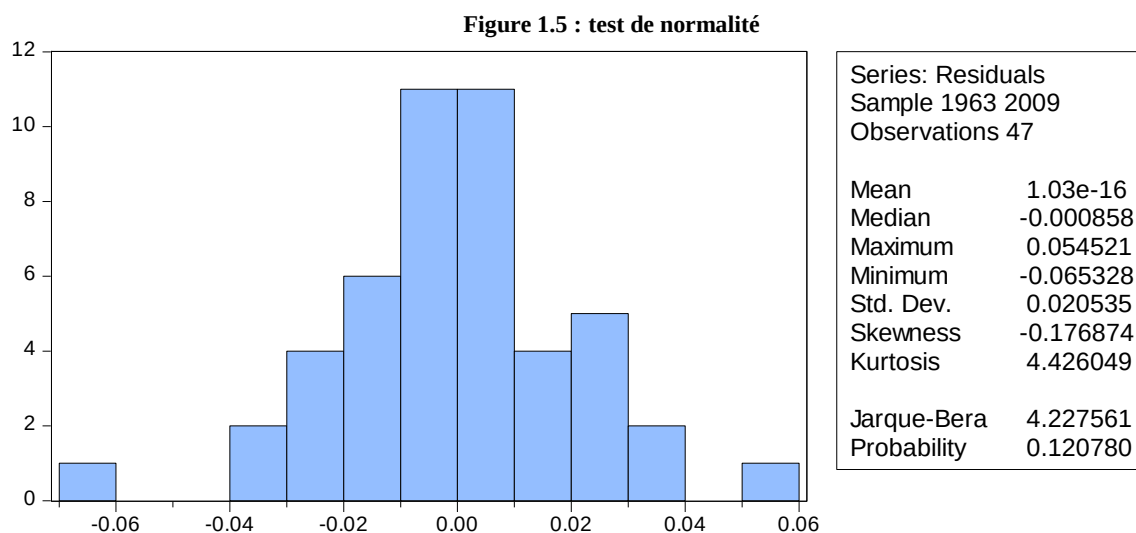
Heteroskedasticity Test: Breusch-Pagan-Godfrey

|                     |          |                     |        |
|---------------------|----------|---------------------|--------|
| F-statistic         | 1.447570 | Prob. F(9,37)       | 0.2041 |
| Obs*R-squared       | 12.23956 | Prob. Chi-Square(9) | 0.2001 |
| Scaled explained SS | 14.43653 | Prob. Chi-Square(9) | 0.1076 |

La probabilité du test 0.2001 est supérieure à 5%, ce qui veut dire qu'on accepte l'hypothèse nulle d'homoscédasticité des résidus ou termes d'erreurs. Les tests d'auto corrélation sont conçus pour vérifier si les résidus suivent un bruit blanc. Puisque les résidus obéissent à un bruit blanc, il ne doit pas exister d'auto corrélation dans les séries. La spécification du modèle à correction d'erreur est donc valide.

### 2.3.3.4 Test de normalité

Le test de Jarque et Berra (1984), fondé sur la notion de Skewness (asymétrie) et de Kurtosis (aplatissement), permet de vérifier la normalité d'une distribution statistique.



Dans le tableau de droite, nous avons les trois statistiques : Skewness, Kurtosis et Jarque-Bera. Le Jarque-Bera a une probabilité de 0,120780 qui est supérieure à 5%, ce qui veut dire qu'on accepte l'hypothèse nulle de normalité des termes d'erreurs ou résidus.

Le skewness est une mesure de l'asymétrie de la distribution de la série autour de sa moyenne. Pour une loi normale, le coefficient de skewness -ou coefficient d'asymétrie- est égale à zéro et le moment est d'ordre 3. Le skewness négative (-0.176874) signifie que la distribution à une queue allongée vers la gauche.

Le kurtosis mesure le caractère pointu ou plat de la distribution de la série. Le coefficient de kurtosis -ou coefficient d'aplatissement- vaut 3 et le moment de kurtosis est d'ordre 4. La statistique de Kurtosis égale à 4.42 est supérieure à 3, la distribution est plutôt pointu relativement à la normale.

Wald Test:

Equation: Untitled

Null Hypothesis:  $C(4)=C(5)=0$

| Test Statistic | Value    | Df      | Probability |
|----------------|----------|---------|-------------|
| F-statistic    | 2.973395 | (2, 39) | 0.0628      |
| Chi-square     | 5.946790 | 2       | 0.0511      |

On rejette l'hypothèse nulle puisque la probabilité de chi-square est supérieure à 5%. Dans le court terme le capital cause la production.

Wald Test:

Equation: Untitled

Null Hypothesis:  $C(6)=C(7)=0$

| Test Statistic | Value    | Df      | Probability |
|----------------|----------|---------|-------------|
| F-statistic    | 0.106698 | (2, 39) | 0.8991      |
| Chi-square     | 0.213395 | 2       | 0.8988      |

On ne rejette pas l'hypothèse nulle puisque la probabilité de chi-square 0.899 est supérieure à 5%. Dans le court terme le travail ne cause pas la production.

### 2.3.4 Identification de la relation de long terme entre les variables

Une variable ou plusieurs variables explicatives ont une influence significative sur la variable dépendante (expliquée), seulement si les coefficients estimés des variables explicatives sont significatifs, en effet il est logique que la production augmente lorsque l'effectif croît ou lorsque l'économie se dote de capital supplémentaire.

$$\log \text{pib}_t = 3.89881072478 + 0.241156780046 \log \text{capital}_t + 0.658500224037 \log \text{pto}_t$$

Les résultats confirment que nous sommes devant une fonction de production de type Cobb Douglas. L'interprétation de ces résultats se base sur l'analyse des signes des coefficients de l'équation de production. Dans ce sens, le tableau montre que les signes sont conformes à nos attentes. En effet, la production est positivement influencée par le capital et le travail, la somme des élasticités du travail et du capital est inférieure à l'unité, donc nous sommes devant une fonction de production à rendements d'échelle décroissants. Pour ce qui est de la production totale des facteurs, les résultats montrent un impact positif sur la production.

Les élasticités définissent la sensibilité d'une variable indépendante par rapport aux variations d'une autre variable considérée comme endogène.  $\alpha = 0.241$  est l'élasticité du capital par rapport à la PIB.  $\beta = 0.658$  représente l'élasticité du travail. Nous sommes donc en présence d'une fonction de production à rendement d'échelles décroissant.

En ce qui concerne le progrès technique, si durant toute la période, on n'aurait procédé à aucun investissement en capital ou en main d'œuvre, on aurait quand même augmenté le PIB. Le coefficient de tendance interprété ici comme l'indicateur du progrès technique non incorporé, représente le « résidu ».

La spécification des relations d'un modèle économétrique est plus ou moins complexe et précise. Avec des spécifications générales, on ne peut pas exprimer la valeur de la fonction à partir des valeurs des variables. Pour faciliter l'obtention de tels résultats on a remplacé la fonction par une forme linéaire présentant des propriétés analogues.

$$\log \text{pib}_t = 3.89881072478 + 0.241156780046 \log \text{capital}_t + 0.658500224037 \log \text{pto}_t$$

L'estimation en logarithme nous donne les élasticités partielles. La fonction de production appartient à un modèle théorique de portée générale, Ainsi la classique fonction de production de type Cobb-Douglas est

$$Y = AK^{0.24}L^{0.65}$$

La production par tête est :

$$f(k) = y = \frac{AL^\beta}{L^{1-\alpha}} k^{0.24}$$

Où  $y$  est la production par tête

$k$  : Le stock de capital par tête

$L$  : La population total occupée

## Conclusion

La fonction de production est aujourd'hui un outil commode de direction de l'économie à tous les niveaux. Mais loin de n'être qu'une simplification de la théorie économique littéraire, elle met en évidence les besoins d'un perfectionnement de la recherche économique fondamentale. L'objectif de l'économétrie de la politique économique est de fournir un cadre statistique et des méthodes adaptées pour traiter certains enjeux de la modélisation.

Notre choix a porté sur un modèle ayant comme principale préoccupation la prise en compte des principaux facteurs de production qui sont le capital, le travail et le progrès technique. Le choix d'un tel modèle nous a été imposé par la disponibilité et la nature des données statistiques existantes.

Le but de cette étude économétrique était d'étudier la relation entre les variables qui constituent la fonction de production en Algérie. Selon les résultats de la stationnarité, tous les variables de notre étude sont intégrés d'ordre 1. L'idée de la cointegration est la suivante : à court terme  $\log \text{capital}$ ,  $\log \text{pto}$  et  $\log \text{pib}$  peuvent avoir une évolution divergente (elles sont toutes les trois non stationnaires) mais elles vont évoluer ensemble à long terme. Il existe une relation stable à long terme entre le capital, le travail et la production. La relation de long terme ou relation de cointegration est donnée par  $\log \text{pib}_t = \alpha \log \text{capital}_t + \beta \log \text{pto}_t + c$

On a procédé au test de cointégration de Johansen S. & Juselius K. (1990). Le test révèle qu'il existe une relation de cointégration entre les variables de notre étude, ce qui peut être interprété par l'existence d'une relation de long terme entre ces variables.

L'utilisation des données pour tester la présence d'une relation à long terme par la cointégration est soumise à des conditions quant aux caractéristiques des séries. Le principal est le fait qu'elles soient toutes intégrées du même ordre. Pour cela on a commencé par le test d'ADF, on a déterminé le nombre de retard, ensuite étudié la significativité de la tendance et vérifier la stationnarité des variables. En plus de ce test on a utilisé pour confirmer les résultats la méthode de PP et celle de KPSS.

Dans cette étude, nous avons examiné sur le plan économétrique les déterminants macroéconomiques de la fonction de production en Algérie à l'aide des techniques de cointégration et du modèle à correction d'erreur. En plus nous avons recouru à des tests de Wald pour analyser les effets d'une variable sur l'autre à travers des simulations de chocs aléatoires. En ce qui concerne la dynamique à court terme, l'étude effectuée a apporté un éclairage sur la manière dont le capital et le travail influencent les décisions de production.

A long terme, la production est positivement influencée par le capital et le travail, l'élasticité du travail et du capital est inférieure à l'unité.





## ***Chapitre 4***

### ***L'application du modèle de Ramsey à l'économie algérienne***

## Introduction

Le modèle de croissance optimale de Frank Ramsey est parmi les plus intéressants de la littérature économique. C'est un modèle à horizon infini fournissant un point de départ très commode à toute analyse de la croissance et de la politique économique. Il permet de caractériser le chemin parcouru par l'économie à partir de l'instant présent jusqu'à l'équilibre de long terme. L'apport de ce modèle est l'endogénéisation du taux d'épargne. Ce taux est expliqué par les comportements d'optimisation des agents.

Le problème d'optimisation peut être formalisé comme un problème de choix qui maximise la consommation sous la contrainte d'état régulier. Choisir la consommation  $c_t$  c'est choisir l'épargne. À l'état régulier, le taux d'épargne ne détermine pas la croissance mais les niveaux de  $k^*, y^*, c^*$  et  $r^*$ . Ainsi, divers taux d'épargne mèneront à des états réguliers présentant le même taux de croissance mais avec des niveaux différents de consommation, donc de bien-être. La maximisation d'une fonction de bien-être collective conduit à un équilibre de Pareto.

On va étudier dans ce chapitre l'accumulation du capital et de la consommation. Nous devons savoir ce que les agents économiques vont consommer et ce qu'ils vont ajouter au stock de capital en vue d'une consommation future plus importante. L'objectif est de maximiser le bien-être social à chaque moment du temps, en déterminant une trajectoire de consommation optimale qui tient compte des caractéristiques de l'économie.

Notre modèle s'articule autour de deux variables: la consommation est la variable de contrôle, le capital est la variable d'état. La décision de consommer une certaine quantité du produit entraîne, par le fait même, celle d'accumulation du capital productif. L'hypothèse principale du modèle est que les consommateurs et les travailleurs sont physiquement identiques.

Le problème d'optimisation peut être formalisé comme un problème de choix qui maximise la consommation sous la contrainte d'état régulier. Choisir la consommation  $c_t$  c'est choisir en fin de compte l'épargne. À l'état régulier, le taux d'épargne ne détermine pas la croissance mais les niveaux de  $k^*, y^*, c^*$  et  $r^*$ . Ainsi, divers taux d'épargne mèneront à des états réguliers présentant le même taux de croissance mais avec des niveaux différents de consommation, donc de bien-être. La maximisation d'une fonction de bien-être collective conduit à un équilibre de Pareto.

## Section 1 : présentation du modèle de Ramsey

Nous présentons dans cette section successivement l'équilibre concurrentiel, l'état régulier, la dynamique transitoire et enfin nous testons les prédictions de ce modèle néoclassique avec les données de l'économie algérienne.

### 1.1 Présentation du modèle

Dans cette économie, à chaque période  $t$ ,  $L_t$  identifie le nombre de consommateurs.  $c_t$  est la consommation à la période  $t$  d'un seul individu. Le nombre de consommateurs croît au

taux  $n$ ,  $L_t = (L_0 + n)^t$ , pour chaque  $t$ . La maximisation de l'utilité globale des consommateurs :

$$\max L_0 \sum_{t=0}^{49} [1/(1 + \rho)]^t (1 + n)^t u(c_t)$$

Le paramètre  $\rho$  est le taux de préférence dans le temps, c'est un paramètre positif. Une grande valeur de  $\rho$  signifie que les consommateurs préfèrent le présent à l'avenir.

La fonction  $u$  est la fonction d'utilité instantanée,  $u(c_t)$  décrit l'utilité qu'un ménage retire de sa consommation au temps  $t$ .

$T = 49$  est l'horizon. À chaque date ( $t$ ), la consommation  $c_t$  est soumise à la contrainte :

$$L_t c_t + I_t = F(K_t, L_t)$$

Où  $I_t$  est l'investissement,  $F_t$  est la fonction de production,  $K_t$  est le stock de capital,  $L_t$  est le nombre de travailleurs. Le stock de capital de la période  $t + 1$  est définie par :

$$K_{t+1} = K_t(1 - \delta) + I_t$$

$\delta \in ]0.1[$  est le taux de dépréciation physique du capital,

La fonction de production  $F_t$  est à rendement d'échelle décroissant. Le stock de capital par tête est  $k_t = K_t/L_t$ . La contrainte pour chaque période, entre la consommation et investissement est:

$$c_t + k_{t+1}(1 + n_{t+1}) - (1 - \delta_t)k_t = F_t(k_t, 1) + m_t - x_t$$

$m_t$  les importations par tête

$x_t$  les exportations par tête

$$f(k_t) = A_0(1 + g)^t k_t^\alpha,$$

$f$  est la fonction de production par tête. Le progrès technique ( $A$ ) prend la forme d'une augmentation de l'efficacité du travail. Le paramètre  $g$  est le taux de croissance de la productivité.  $\alpha \in ]0.1[$  est la part de la contribution du capital à la production. Nous allons obtenir :

$$c_t + k_{t+1}(1 + n_{t+1}) = A_0(1 + g)^t k_t^\alpha + (1 - \delta_t)k_t + m_t - x_t$$

Le modèle peut être écrit :

$$\max \sum_{t=0}^{49} \beta^t U(c_t) \dots \dots (1.1)$$

$$\text{S/c: } \forall t, c_t + (1 + n_{t+1})k_{t+1} - (1 - \delta_t)k_t = f(k_t) + m_t - x_t$$

$$c_t = f(k_t) + (1 - \delta_t)k_t - (1 + n_{t+1})k_{t+1} + m_t - x_t \dots \dots (1.2)$$

$$\forall t, c_t \geq 0, k_t \geq 0$$

$k_0 \geq 0$  est une donné.

$\beta = 0,98$  est le facteur escompté, plus il est proche de 1, plus l'utilité future décroît

lentement. Les consommateurs sont patients.

### 1.1.1 La fonction d'utilité

Nous avons choisi pour la fonction d'utilité instantanée une spécification à élasticité de substitution inter temporelle constante, CRRA (Constant Relative Risk Aversion). La fonction d'utilité  $u$  définie sur  $R^+ \rightarrow R^+$  par

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \text{ si } \sigma \geq 0, \quad \sigma \neq 1$$

$u(c_t)$  est doublement continue et différentiable. L'utilité instantanée du ménage est donnée, en valeurs courantes par:  $u(c_t) \geq 0$ .

$\sigma$  est l'élasticité de la fonction d'utilité marginale. L'élasticité de substitution inter-temporelle ( $1/\sigma$ ) est constante, elle montre de combien le ratio  $dc_t$  variera-t-il à la diminution proportionnelle de  $u'(c_t)$ . Cette élasticité traduit la volonté des ménages à transférer la consommation d'une période à l'autre lorsque le rapport entre les utilités marginales a été modifié.

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-0,8} - 1}{1 - 0,8}$$

$$u(c_t) = \frac{c_t^{0,2} - 1}{0,2}$$

La présence au dénominateur de la constante  $(1 - \sigma)$  simplifie l'expression de l'utilité marginale et assure que la fonction d'utilité est croissante quand  $\sigma < 0$ . On vérifie que l'utilité marginale est décroissante.

$$u'(c_t) = \frac{0,2}{0,2} c_t^{0,2-1}$$

$$u'(c_t) = c_t^{-4/5}$$

$u' \geq 0$ ,  $u(c_t)$  est strictement croissante et vérifie les conditions d'Inada

$$\lim_{c \rightarrow 0} u'(c) = \infty$$

$$\lim_{c \rightarrow \infty} u'(c) = 0$$

$$u'' = -4/5 c^{-9/5}$$

$u'' \leq 0$ ,  $u(c_t)$  est strictement concave. Plus l'aversion relative au risque ( $1/\sigma$ ) est grande, plus l'utilité marginale décroît vite quand  $c_t$  augmente. Les ménages sont moins disposés à admettre des déviations par rapport à un profil de consommation uniforme dans le temps.

### 1.1.2 La fonction de production

La fonction de production  $f$  est définie sur  $R^+ \rightarrow R^+$  par :

$$f(k) = A_0(1 + g)^t k^\alpha ; \quad 0 < \alpha = 0.241 < 1$$

Le facteur technologique  $A_0(1 + g)^t > 0$  est un paramètre d'échelle qui progresse au taux  $g$  (taux de croissance du progrès technique). Le coefficient  $\alpha$  est l'élasticité de la production par rapport au capital.

La fonction de production est de type Cobb-Douglas, elle est doublement continue et dérivable. Elle satisfait :

$$f(0) = 0$$

$$f'(k_t) = A_0(1 + g)^t \alpha k^{\alpha-1} ;$$

La productivité marginale du capital  $[f'(k_t)]$  est décroissante. Si on accroît la quantité du capital à un certain moment la productivité marginale diminue.  $f(k_t)$  est strictement croissante ( $f' \geq 0$ ).

$$f''(k_t) = A_0(1 + g)^t \alpha(\alpha - 1)k^{\alpha-2} ; \quad f''(k_t) < 0$$

$f(k_t)$  est strictement concave ( $f'' \leq 0$ )

La fonction de production satisfait les conditions d'Inada:

$$\lim_{k_t \rightarrow \infty} f'(k_t) = 0, \quad \lim_{k_t \rightarrow 0} f'(k_t) = \infty$$

Ces conditions expriment que le produit marginal du capital est très important quand le stock de capital est suffisamment petit et qu'il devient très petit quand le stock de capital devient très important ; leur rôle est d'assurer que le sentier de l'économie ne diverge

## 1.2 Résolution du problème

Nous traitons ce problème à horizon fini avec un taux de dépréciation du capital ( $\delta = 0.07$ ) et  $T$  égale à 50 périodes, de sorte que le problème d'optimisation est

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max} \sum_{t=0}^{49} \beta^t U(c_t) \\ c_t = f(k_t) + (1 - \delta_t)k_t - (1 + n_{t+1})k_{t+1} + m_t - x_t \\ 0 \leq c_t \leq f(k_t) \end{array} \right.$$

Pour la période  $t$ , le ménage doit maximiser l'utilité actualisée de sa consommation courante compte tenu de la perte ou du gain d'utilité future liée au fait que le niveau de sa consommation courante influence sa richesse et donc sa consommation future. On résout ce type de problème de maximisation d'un fonctionnel sous contrainte en utilisant une transformation de Lagrange.

$$L = \beta^t U(c_t) - \sum_{t=0}^{49} \beta^t \lambda_t [c_t - f(k_t) - (1 - \delta_t)k_t + (1 + n_{t+1})k_{t+1} - m_t + x_t]$$

$\lambda_t$  est le multiplicateur de lagrange.

On suppose que le couple  $(k_t; c_t)$  est une solution intérieure au problème de contrôle optimal de maximisation de (1.1) sous la contrainte (1.2). Le couple  $(k_t; c_t)$  satisfait alors les conditions d'optimalité nécessaires suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial c_t} = 0 &\Rightarrow \beta^t U'(c_t) - \beta^t \lambda_t = 0 \\ &\Rightarrow \lambda_t = U'(c_t) \dots \dots \dots (1.3) \end{aligned}$$

$\lambda_t$  exprime le « shadow price » de la variable d'état  $k_t$  (valeur d'une unité de  $k$  supplémentaire au temps  $t$  exprimée en unités d'utilité au temps 0). Cette condition indique que le niveau de la consommation à la période  $t$  doit être tel que son utilité marginale soit égale à son cout marginale d'opportunité ; ce qui incite à consommer moins dans le future.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial k_t} = 0 &\Rightarrow -\beta^t \lambda_t [-f'(k_t) - (1 - \delta_t)] - (1 + n_{t+1})\lambda_{t-1} = 0 \\ &\Rightarrow \beta^t \lambda_t [f'(k_t) + (1 - \delta_t)] = \lambda_{t-1} (1 + n_{t+1}) \\ (1 + n_{t+1})u'(c_t) &= \beta u'(c_{t+1}) [f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})] \dots \dots (1.4) \end{aligned}$$

L'équation (1.4) est la condition d'optimalité.

### 1.2.1 Le chemin réalisable

Une suite  $(c_t, k_t)_{t=0, \dots, 49}$  est réalisable à partir de  $k_0$  si elle satisfait :

$$\forall t; c_t + (1 + n_{t+1})k_{t+1} = (1 - \delta_t)k_t + f(k_t)$$

$$\forall t; c_t \geq 0, k_t \geq 0$$

$k_0 \geq 0$  est donné.

Une suite de consommation  $(c_t)_{t=0, \dots, 49}$  est réalisable à partir de  $k_0$  s'il existe une suite de stocks de capital  $(k_t)_{t=0, \dots, 49}$  tels que, ensemble, ils satisfont aux précédentes relations.

Le modèle de croissance optimale initial est équivalent au problème suivant :

$$\text{Max} \sum_{t=0}^{49} \beta^t U(f(k_t) + (1 - \delta_t)k_t - (1 + n_{t+1})k_{t+1} + m_t - x_t)$$

La suite des stocks de capital  $(k_t)_{t=0, \dots, 49}$  est réalisable à partir de  $k_0 \geq 0$  si on a

$$\forall t, 0 \leq (1 + n_{t+1})k_{t+1} \leq f(k_t) + (1 - \delta_t)k_t$$

Les deux équations fondamentales du modèle sont l'équation de l'évolution du stock

de capital (1.2) et l'équation d'Euler (1.4)

$$c_t = f(k_t) + (1 - \delta_t)k_t - (1 + n_{t+1})k_{t+1} + m_t - x_t$$

$$(1 + n_{t+1})u'(c_t) = \beta u'(c_{t+1})[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]$$

A partir de ces deux équations, nous avons

$$(1 + n_{t+1})[f(k_t) + (1 - \delta_t)k_t - (1 + n_{t+1})k_{t+1} + m_t - x_t]^{-4/5}$$

$$= \beta[f(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})k_{t+1} - (1 + n_{t+2})k_{t+2} + m_{t+1} - x_{t+1}]^{-4/5}[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]$$

$$\left( \frac{f(k_t) + (1 - \delta_t)k_t - (1 + n_{t+1})k_{t+1} + m_t - x_t}{[f(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})k_{t+1} - (1 + n_{t+2})k_{t+2} + m_{t+1} - x_{t+1}]} \right)^{-\frac{4}{5}} = \beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]/(1 + n_{t+1})$$

$$\left[ \left( \frac{f(k_t) + (1 - \delta_t)k_t - (1 + n_{t+1})k_{t+1} + m_t - x_t}{[f(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})k_{t+1} - (1 + n_{t+2})k_{t+2} + m_{t+1} - x_{t+1}]} \right)^{-4/5} \right]^{5/4} = \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{5/4}$$

$$\frac{[f(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})k_{t+1} - (1 + n_{t+2})k_{t+2} + m_{t+1} - x_{t+1}]}{f(k_t) + (1 - \delta_t)k_t - (1 + n_{t+1})k_{t+1} + m_t - x_t} = \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{5/4}$$

$$\begin{aligned} & f(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})k_{t+1} - (1 + n_{t+2})k_{t+2} + m_{t+1} - x_{t+1} \\ &= \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{5/4} [f(k_t) + (1 - \delta_t)k_t - (1 + n_{t+1})k_{t+1} + m_t - x_t] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & f(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})k_{t+1} - (1 + n_{t+2})k_{t+2} + m_{t+1} - x_{t+1} \\ &= \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{5/4} [f(k_t) + m_t - x_t] \\ &+ \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{5/4} (1 - \delta_t)k_t - \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{5/4} (1 + n_{t+1})k_{t+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{5/4} (1 - \delta_t)k_t + (1 - \delta_{t+1})k_{t+1} + \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{5/4} (1 + n_{t+1})k_{t+1} \\ & - (1 + n_{t+2})k_{t+2} \\ &= \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{5/4} [f(k_t) + m_t - x_t] - f(k_{t+1}) - m_{t+1} + x_{t+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{5/4} (1 - \delta_t)k_t + \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{5/4} (1 + n_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1}) \Big] k_{t+1} \\ & - (1 + n_{t+2})k_{t+2} \\ &= \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{5/4} [f(k_t) + m_t - x_t] - f(k_{t+1}) - m_{t+1} + x_{t+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -(1 - \delta_t)k_t + \left[ (1 + n_{t+1}) + \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{-5/4} (1 - \delta_{t+1}) \right] k_{t+1} \\ & - \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{-5/4} (1 + n_{t+2})k_{t+2} \\ &= [f(k_t) + m_t - x_t] - \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{-5/4} [f(k_{t+1}) + m_{t+1} - x_{t+1}] \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
(1 - \delta_t)k_t - \left[ (1 + n_{t+1}) + \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{-5/4} (1 - \delta_{t+1}) \right] k_{t+1} \\
+ \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{-5/4} (1 + n_{t+2})k_{t+2} \\
= \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{-5/4} [f(k_{t+1}) + m_{t+1} - x_{t+1}] - [f(k_t) + m_t - x_t]
\end{aligned}$$

Posons :

$$\lambda_t = (1 - \delta_t)$$

$$\theta_t = \left[ (1 + n_{t+1}) + \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{-5/4} (1 - \delta_{t+1}) \right]$$

$$\gamma_t = \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{-5/4} (1 + n_{t+2})$$

$$\mu_t = \left[ \frac{\beta[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}{(1 + n_{t+1})} \right]^{-5/4} [f(k_{t+1}) + m_{t+1} - x_{t+1}] - [f(k_t) + m_t - x_t]$$

L'équation devienne:

$$\lambda_t k_t - \theta_t k_{t+1} + \gamma_t k_{t+2} = \mu_t$$

Pour  $t = 0$

$$\lambda_0 k_0 - \theta_0 k_1 + \gamma_0 k_2 = \mu_0$$

$$\lambda_{38} k_{38} - \theta_{38} k_{39} + \gamma_{38} k_{40} = \mu_{38}$$

$$\lambda_{47} k_{47} - \theta_{47} k_{48} + \gamma_{47} k_{49} = \mu_{47}$$

Les données du stock de capital sont :

$$k_0 = 65768,74$$

$$k_{49} = 69011,14$$

Pour tout niveau  $k_0$  de capital par tête de départ il existe une unique trajectoire d'équilibre convergeant de manière monotone vers l'unique état stationnaire  $(k^*; c^*)$ . Nous allons désigner par  $\mathbf{k}$  la suite réalisable de stocks de capital à partir de  $k_0$ . On résout le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\theta_0 k_1 + \gamma_0 k_2 = \mu_0 - \lambda_0 k_0 \\ \lambda_1 k_1 - \theta_1 k_2 + \gamma_1 k_3 = \mu_1 \\ \lambda_2 k_2 - \theta_2 k_3 + \gamma_2 k_4 = \mu_2 \\ \lambda_{47} k_{47} - \theta_{47} k_{48} = \mu_{47} - \gamma_{47} k_{49} \end{array} \right.$$

On écrit le système sous forme matricielle

$$\begin{pmatrix} -\theta_0 & \gamma_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \lambda_1 & -\theta_1 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & -\theta_2 & \gamma_2 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{45} & -\theta_{45} & \gamma_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{46} & -\theta_{46} & \gamma_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{47} & -\theta_{47} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \\ \vdots \\ k_{46} \\ k_{47} \\ k_{48} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_0 \\ \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \vdots \\ \mu_{45} \\ \mu_{46} \\ \mu_{47} \end{pmatrix}$$

Pour notre étude nous avons choisi la période 1996-2009

$$k_{1996} = 87114,16$$

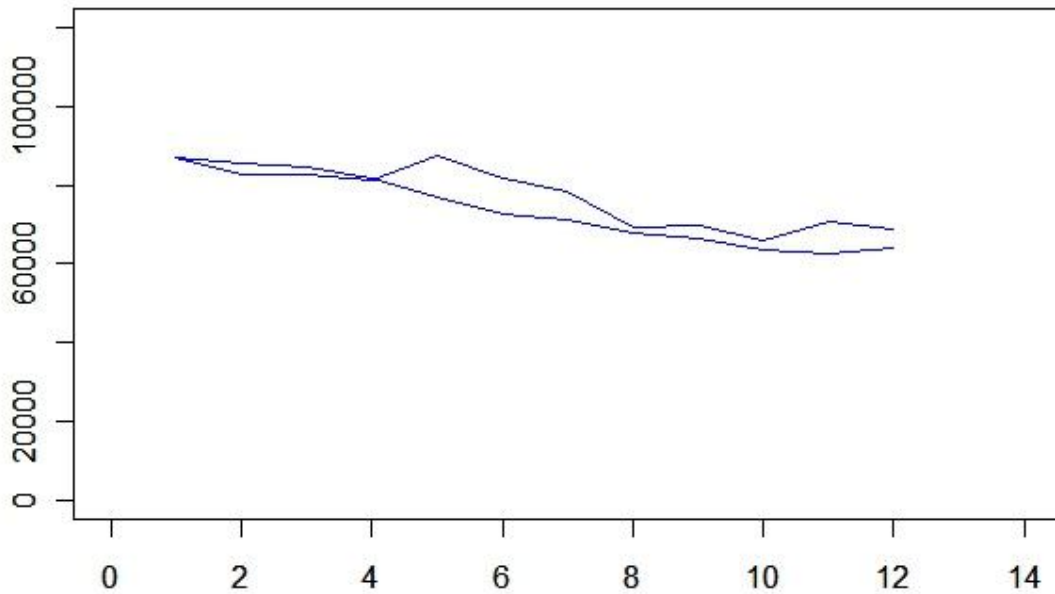
$$k_{2009} = 69011,14$$

Les résultats sont les suivants:

|      | $k'_t$   | $k_t$    |
|------|----------|----------|
| 1996 | 87114,16 |          |
| 1997 | 84230,63 | 87262,90 |
| 1998 | 82887,19 | 85450,87 |
| 1999 | 82515,86 | 84700,02 |
| 2000 | 81481,52 | 81928,69 |
| 2001 | 87380,43 | 76739,37 |
| 2002 | 81988,17 | 72688,62 |
| 2003 | 78351,96 | 71144,13 |
| 2004 | 69404,51 | 67837,00 |
| 2005 | 69900,07 | 66191,93 |
| 2006 | 65925,77 | 63401,05 |
| 2007 | 70941,72 | 62411,56 |
| 2008 | 69042,32 | 63850,56 |
| 2009 | 69011,14 |          |

On constate que le stock de capital calculé par le modèle est très proche du stock de capital réel (le stock de capital de la base de données Pen World Table 7.0).

**Graphe 1.1: l'évolution du stock du capital**



Puisque l'économie démarre avec  $k_0$ , il existe une seule consommation  $c_0$  qui la positionne sur le sentier stable. La consommation est, dans ce modèle, déterminée par les conditions d'optimalité (1.1 ; 1.2 et 1.4). Elle est optimale pour l'instant zéro et pour toutes les dates futures, puisqu'elle résulte du problème d'optimisation. La chronique  $c_t$  qui en résulte, respecte à chaque date les conditions (1.1 ; 1.2 et 1.4). Les autres consommations positionnent l'économie sur un sentier divergent.

### 1.2.1 La règle de Ramsey-Keynes :

L'équation d'Euler signifie que l'utilité globale marginale et l'utilité associée à l'accumulation varient en sens opposé.

Pour  $k = 80326,22$ , l'utilité marginale est de :

$$u'(c_t) = [f(k_t) + (1 - \delta_t)k_t - (1 + n_{t+1})k_{t+1} + m_t - x_t]^{-4/5}$$

$$u'(c_t) = [27192,42 + (1 - 0.07)80326,22 - (1 + 0.054)86003,93 + 57379,45 - 54596,84]^{-4/5}$$

$$u'(c_t) = 0.00048$$

Si le capital augmente à 86003,96, l'utilité marginale devient :

$$u'(c_t) = [27497,09 + (1 - 0.07)86003,96 - (1 + 0.079)90586,85 + 67133,03 - 54437,80]^{-4/5}$$

$$u'(c_t) = 0.00033$$

Plus l'agent dispose de capital, moins il attache de prix à accumuler. Une augmentation de  $k$  entraîne une baisse de l'utilité marginale associée à l'accumulation  $[u'(c_t)]$ .

Dans le modèle de Ramsey, l'évolution de la consommation est déterminée par la règle de Ramsey-Keynes :

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\sigma(c_t)} [f'(k_t) - \delta - \rho - \sigma g] \dots \dots \dots (1.6)$$

Cette condition correspond à la condition d'optimalité que la trajectoire intertemporelle de la consommation (et donc de l'épargne) doit respecter afin de maximiser la fonction objectif du ménage.

Elle peut être reformulée de la manière suivante :

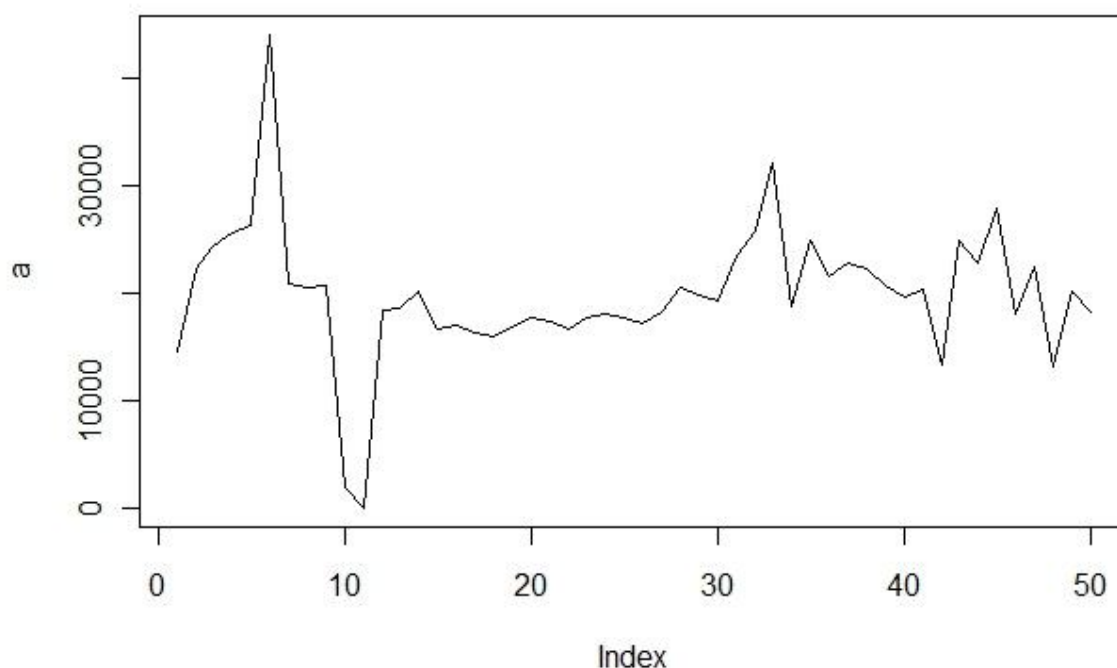
$$\underbrace{f'(k_t) - \delta_t}_{\text{bénéfice marginal de l'épargne}} = \rho + \sigma g + \underbrace{\sigma(c_t) \frac{\dot{c}_t}{c_t}}_{\text{cout marginal de l'épargne}}$$

$\sigma(c_t) \frac{\dot{c}_t}{c_t}$  : La variation de l'utilité marginale provoquée par une augmentation de l'épargne.

Le taux de croissance optimal de la consommation par tête dépend de l'écart entre  $f'(k_t) - \delta$  et  $\rho + \sigma g$ . Les ménages choisissent leur consommation de façon à égaliser le taux de rendement ( $f'(k_t) - \delta_t$ ) , au taux de préférence pour le présent ( $\rho + \sigma g$ ).

$\sigma = 0.8$  indique que les ménages réagissent moins à l'écart entre le taux d'intérêt et le taux de préférence. L'utilité marginale de la consommation diminue vite quand la consommation augmente, et l'agent économique est très vite saturé. La valeur élevée de  $\sigma$  indique que les consommateurs ont une forte préférence pour l'étalement de leur consommation dans le temps ; de ce fait, ils essaieront vivement de transformer leur consommation future en consommation présente. Ils n'aiment pas substituer la consommation future, qui sera élevée mais à faible utilité marginale, à la consommation présente qui est faible mais à forte utilité marginale.

Le graphe 1.2: la fonction de consommation



### 1.2.2 Sentier de croissance équilibrée

A l'équilibre les conditions d'optimalité sont satisfaites. L'équation d'Euler montre que :

$$c_t + (1 + n_{t+1})k_{t+1} = A_0(1 + g)^t k_t^\alpha + (1 - \delta_t)k_t$$

le système d'équations différentielles détermine le taux de croissance à long terme du stock du capital ( $k$ ). Posons :

$$f(k_t) = A_0(1 + g)^t k_t^\alpha + (1 - \delta)k_t$$

Cette équation est déterminé par  $k$ , alors, à long terme,  $f$  croît au même taux que  $k$ . Comme le niveau initial de stock est donné, ceci implique que le taux de croissance de la consommation, croît aussi à ce même taux. Le taux de croissance de la consommation à l'état régulier est le même que celui du stock de capital physique et, en conséquence, également équivalent au taux de croissance du produit. L'économie se trouve automatiquement à son équilibre à l'état régulier.

Le progrès technique est assimilable à une augmentation du nombre de travailleurs disponibles, donc à une croissance du facteur travail qui est égale à  $g$ . Le nombre de travailleur efficace augmente donc au taux  $(n + g)$ . L'efficacité croissante du travail conduit à une intensité capitalistique décroissante par travailleur efficace. Pour maintenir le capital par tête efficace, il faut accumuler au rythme  $g$ . Le taux de dépréciation du capital par tête est donc  $(\delta + n + g)$ .

$$\dot{k}_t = \underbrace{f(k)_t - c_t}_{\text{épargne}} - (\delta + n + g)k_t \dots \dots \dots (1.5)$$

Les conditions d'Inada en conjonction avec les conditions sur les dérivées de la fonction de production ( $f$ ), assurent l'existence d'un état régulier

### 1.2.2.1 L'état stationnaire

L'état stationnaire se définit comme la situation où le stock de capital par tête ne change pas. Ce qui implique que le produit par tête ne change pas, et qu'une fois atteint ce niveau, l'économie est à « l'équilibre de long terme ». L'équilibre est défini par deux équations différentielles (1.5) et (1.6) :

$$\dot{k}_t = f(k)_t - c_t - (\delta + n + g)k_t$$

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\sigma(c_t)} [f'(k_t) - \delta - \rho - \sigma g]$$

A l'état régulier, toutes les variables croissent à taux constant. Les variables par tête  $k, c$  et  $y$  sont constant et croissent au taux  $g$  et les variables  $K, C$  et  $Y$  croissent au taux  $(n + g)$ . D'après l'équation d'Euler le taux de rendement de capital à l'état régulier est:

$$f'(k^*) = \left(\frac{1}{\beta}\right) - (1 - \delta - \sigma g)$$

$$f'(k^*) = \left(\frac{1}{0.98}\right) - (1 - 0.07 + 0.8 * 0.0035)$$

$$f'(k^*) = 0.087$$

Ce rendement de capital correspond à l'état stationnaire où  $Dk = Dc = 0$ . Les valeurs de  $c^*$  et  $k^*$  sont solutions de deux équations différentielles (1.5 et 1.6) ; annulées elles satisfont les deux conditions suivantes :

$$Dk^* = f(k^*) - c^* - (\delta + n + g)k^* = 0 \Leftrightarrow c^* = f(k^*) - (\delta + n + g)k^* \dots (1.7)$$

$$Dc = \frac{1}{\sigma(c)} [f'(k) - \delta - \rho - \sigma g] = 0 \Leftrightarrow f'(k^*) = \delta + \rho + \sigma g \dots (1.8)$$

L'équation (1.8) indique que le taux d'intérêt d'état régulier  $[f'(k^*) - \delta]$  est égal au taux d'actualisation effectif  $(\rho + \sigma g)$ . La composante  $\sigma g$  du taux effectif d'actualisation traduit l'effet de l'utilité marginale décroissante de la consommation due à la croissance de  $c$  au taux  $g$ . Le taux d'escompte à l'état régulier est:

$$\beta = \frac{1}{1+r} = \frac{1}{1 + (f'(k^*) - \delta)}$$

$$f'(k^*) - \delta = \rho + \sigma g \Rightarrow \rho = f'(k^*) - \delta - \sigma g$$

$$\rho = 0.087 - 0.07 - 0.8 * (-0.0035)$$

$$\rho = 0.02$$

Les hypothèses faites sur la fonction de production garantissent l'existence d'un unique niveau de capital par tête  $k^*$  pour lequel la condition (1.7) est respectée. Puisque la fonction de production est une Cobb-Douglas de la forme

$f(k_t) = A_0(1 + g)^t k_t^\alpha$  et la fonction d'utilité instantanée appartient à la famille des CRRA, les conditions (1.7) et (1.8) permettent d'obtenir le couple  $(c; k)$  suivant :

$$k^* = \left( \frac{\alpha A_0}{\delta + \rho + \sigma g} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$k^* = \left( \frac{0.241 * 1585,98}{0.07 + 0.02 + 0.8 * (-0.0035)} \right)^{\frac{1}{1-0.241}}$$

$$k^* = 62834.63$$

Le taux de préférence pour le présent influence le capital par tête à l'état stationnaire. Ce capital est très proche de la valeur 69011,14. A cet intervalle le taux de croissance du capital ( $K$ ) est :

$$\gamma_K = \frac{69011,14 * 9472000 - 69042.32 * 9146000}{69042.32 * 9146000}$$

$$\gamma_K = 0.035$$

Le taux de croissance du capital par tête est 0. Le taux de croissance du capital  $K$  est égal au taux de croissance de la population (3,5%).

La consommation par tête est :

$$c^* = A_0(1 + g)(\hat{k}^*)^\alpha - (\delta + n + g)\hat{k}^*$$

$$c^* = 1585.98(1 - 0.0035) * (62834,63)^{0.241} - (0.07 + 0.0356 - 0.00) * 62834,63$$

$$c^* = 16018,27$$

La consommation globale est

$$C = 16018.27 * 9472000$$

$$C = 151725078930$$

Le taux de croissance de la consommation par tête est 0, la consommation globale évolue au taux :

$$\gamma_C = \frac{16018,27 * 9472000 - 16034.60 * 9146000}{16034.60 * 9146000}$$

$$\gamma_C = 0.0345$$

Ce taux correspond au taux de croissance de la population qui est de 3,5%

La production par tête à l'état stationnaire est :

$$y^* = f(k^*) = A_0(1 + g) \left( \frac{\alpha A_0}{\delta + \rho + \sigma g} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$y^* = f(k^*) = 1585.98 * (1 - 0.0035) * \left( \frac{0.241 * 1585.98}{0.07 + 0.02 - 0.0035} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$y^* = 22653,72$$

Cette valeur est très proche de 22928,18 qui donne un taux de croissance de production par tête 0 est un taux de croissance de production globale (Y) de :

$$\gamma_Y = \frac{23211,96 * 9472000 - 23296,21 * 9146000}{23296,21 * 9146000}$$

$$\gamma_Y = 0.032$$

Le taux de croissance de la production (Y) est de 3,2%. Il croit quasiment au taux de la population active (3,5%).

Le couple  $(c^*, k^*)$  vérifie la condition  $\frac{\dot{c}_t}{c_t} = 0$

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\sigma(c_t)} [f'(k_t) - \delta - \rho - \sigma g]$$

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{0.8} [0.087 - 0.07 - 0.02 - 0.8 * (-0.0035)]$$

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = 0$$

$\dot{c}/c = 0$  implique que les ménages choisissent une consommation parfaitement uniforme. En revanche, ils n'acceptent d'épargner pour obtenir un profil croissant ( $\dot{c}_t/c_t > 0$ ), que s'ils reçoivent en compensation un taux d'intérêt  $[f'(k^*) - \delta]$  suffisamment supérieur à  $(\rho + \sigma g)$ . Cela est traduit par une consommation présente relativement faible par rapport à la consommation future. Puisque  $(u''c_t < 0)$ , les agents économiques ont tendance à préférer une consommation régulière dans le temps, ils chercheront à niveler le flux en « transférant » une partie de leur consommation future vers le présent. Lorsque  $D\dot{c}/c < 0$ , les agents économiques, qui souhaitent optimiser leur consommation, doivent égaliser les deux taux de rendement, de façon à être indifférent, à la marge, entre la consommation et l'épargne



### 1.2.2.2 Le taux marginal de substitution

Le rendement net du capital est :

$$f'(k^*) - \delta = 0.017 = \rho + \sigma g$$

Le taux d'intérêt d'état régulier ( $r^*$ ) est de 1,7%.

$$\begin{aligned} TMS_{t+1,t} &= \frac{1}{1 + \rho} \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \\ &= \frac{1}{1 + 0.02} * \frac{0.00042}{0.00041} \\ TMS_{t+1,t} &= 0.98 \end{aligned}$$

Les ménages préfèrent la consommation présente à la consommation future parce qu'ils déprécient l'utilité future au taux  $\rho$ . Ce taux d'impatience exprime le fait qu'une unité consommée n'a pas la même valeur suivant le moment où on la consomme. Le long du sentier de consommation, cette réallocation est optimale au sens de Paréto puisqu'on ne peut pas améliorer le bien être présent sans détériorer celui du futur.

### 1.2.2.3 Le taux d'épargne optimal

Lorsque le capital augmente, la baisse de  $f'(k)$  réduit le taux de rendement de l'épargne ( $r$ ). L'incitation moins à épargner tend à réduire le taux d'épargne quand l'économie se développe (effet de substitution inter-temporelle). Le revenu par travailleur effectif  $[f(k)]$  dans cette économie, est bien inférieur au revenu à long terme (revenu permanent) de cette économie. Puisque les ménages préfèrent un flux de consommation régulier, ils souhaitent consommer plus quand leur revenu est élevé : le taux d'épargne est donc faible lorsque le capital est faible. Lorsque le capital augmente, l'écart entre les revenus actuel et permanent diminue ; de ce fait, la consommation tend à baisser par rapport au revenu, et le taux d'épargne tend à s'accroître. Cet effet (de revenu) augmente le taux d'épargne au fur et à mesure du développement économique.

Le taux d'épargne d'état régulier ( $s^*$ ), est égal à :

$$\begin{aligned} s^* &= \alpha \frac{g + n + \delta}{\delta + \rho + \sigma g} \\ s^* &= 0.24 * \frac{(-0.003) + 0.035 + 0.07}{0.07 + 0.02 + 0.8 * (-0.003)} \\ s^* &= 0.27 \end{aligned}$$

Puisque le taux d'épargne est variable dans le modèle de Ramsey, il est intéressant de constater que notre modèle prédit cette croissance de l'épargne durant le processus de développement. Durant la transition, le taux d'intérêt ( $r$ ) diminue, ce qui provoque, par un effet de substitution, une baisse de l'incitation à épargner. Mais durant la transition, la production augmente, ce qui provoque un effet de revenu qui dépend de  $1/\sigma$ . Puisque

$\sigma = 0,8$  est élevé l'élasticité de substitution intertemporelle est faible. L'agent économique a tendance à lisser sa consommation.

#### 1.2.2.4 Le choix du taux d'escompte

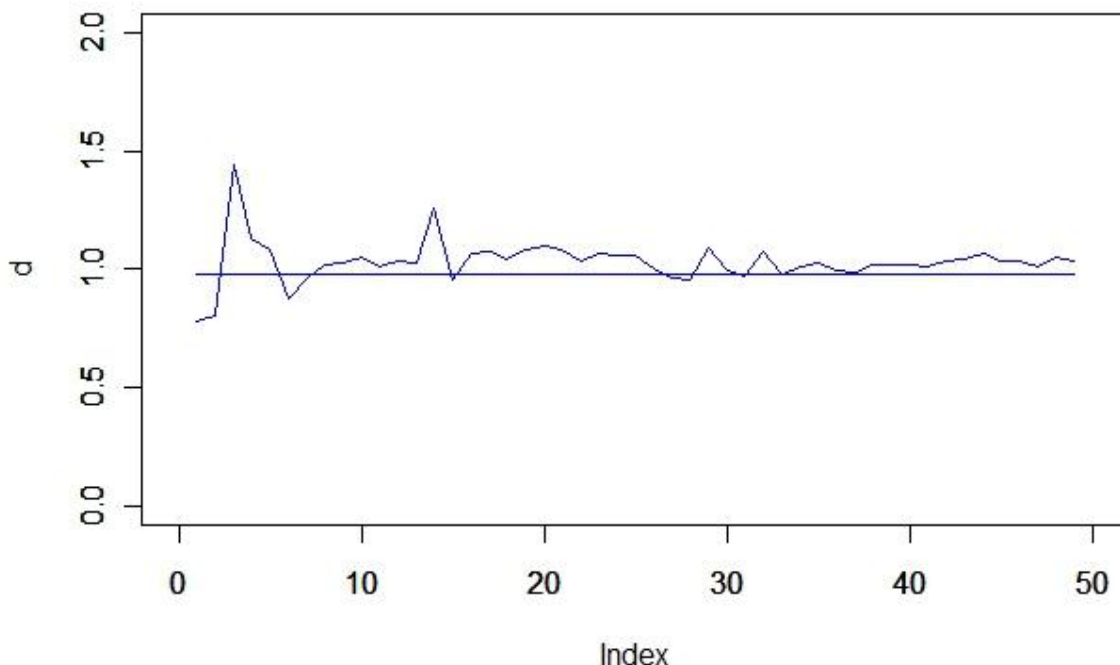
Le modèle de Ramsey vise à identifier les trajectoires de croissance optimales résultant de la conjugaison des préférences des agents, des possibilités techniques et de la dotation initiale en facteurs de production. L'arbitrage entre le présent et le futur dépend du paramètre ( $\beta$ ). Le planificateur doit sommer à la fois les utilités individuelles des citoyens d'une même génération et celles des générations situées à des périodes différentes. Toute décision revient à répartir des gains et des pertes entre individus différents dans le temps. La validité de notre modèle vise à prendre en compte de façon plus correcte la manière dont les individus font des choix intertemporels.

Pour justifier la valeur 0,98 du taux d'escompte, nous avons pris le stock de capital ainsi que la consommation réelle de l'économie algérienne. Ces données sont issues de Penn World Table 7.0 et couvrent la période 1960-2009. A partir de l'équation d'Euler, nous avons calculé  $\beta$ .

$$(1 + n_{t+1})u'(c_t) = \beta_t u'(c_{t+1})[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]$$

$$\beta_t = \frac{(1 + n_{t+1})u'(c_t)}{u'(c_{t+1})[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta_{t+1})]}$$

Les résultats sont présentés dans le graphe suivant



Les valeurs de  $\beta$  sont très proche de 0.98, la prise en compte de cette valeur dans notre modèle est donc justifiée.

Avec un taux d'actualisation très proche de un, le décideur maximisera le bien-être global en redistribuant massivement les revenus jusqu'à l'obtention, avec des individus ayant des préférences identiques pour la consommation, de l'égalité des revenus par tête. L'actualisation est un point de passage obligé pour clarifier les enjeux de la décision. La détermination du taux d'actualisation de long terme implique des choix à la fois éthique (poids donnés aux différentes générations) et prospectifs (croissance future).

## Conclusion

Le modèle de Ramsey vise à identifier les trajectoires de croissance optimales résultant de la conjugaison des préférences des agents, des possibilités techniques et de la dotation initiale en facteurs de production. Ils donnent un rôle important à la consommation comme objectif ultime de l'activité, mais le « moteur » de la croissance économique est l'accumulation du capital. Celle-ci permettant, selon des modalités plus ou moins sophistiquées suivant les modèles, d'entraîner le changement technique et l'évolution des productivités.

Le résultat important du modèle est qu'il est optimal, pour des agents rationnels, de suivre un sentier de croissance équilibrée. La dynamique transitoire qui résulte de l'équilibre concurrentiel fait converger l'économie vers l'état stationnaire. Une fois atteint cet état, l'économie ne bouge plus. Les taux de croissance par tête de la consommation, la production et du capital sont nuls. La croissance économique se fait au rythme d'évolution de la population, elle est de 3,5%.

Le taux de croissance d'état régulier est indépendant du taux d'épargne, en revanche le taux d'épargne détermine le niveau de consommation d'état régulier et le taux de croissance de dynamique transitoire. Le choix du taux d'épargne a des implications en termes de bien-être. Selon les résultats du modèle, l'épargne d'état régulier est 0,27, il correspond à un capital par tête 62834,63 et une consommation de 16018,27. Le sens de variation du taux d'épargne lors de la convergence vers l'état stationnaire dépend de deux effets opposés :

- effet de substitution intertemporelle : au fur et à mesure que  $k_t$  augmente, le rendement du capital  $r_t$  diminue et l'incitation à l'épargne est moins forte (effet négatif sur le taux d'épargne)
- effet de richesse : au fur et à mesure que  $k_t$  augmente, le revenu augmente, le consommateur a tendance à vouloir augmenter à la fois sa consommation actuelle et sa consommation future, et l'incitation à l'épargne augmente (effet positif sur le taux d'épargne)

Le sens de variation du taux d'épargne dépend essentiellement de la force de l'effet de substitution inter-temporelle  $1/\sigma$ . puisque  $\sigma$  est élevé, les agents économiques préfèrent une consommation régulière dans le temps.

L'épargne, est déterminée par le taux psychologique  $(\rho + \frac{1}{\sigma}) \frac{Dc}{c}$ . L'effet du taux de préférence pour le présent ( $\rho = 0.02$ ) sur le taux psychologique est d'autant plus faible que le capital est faible ; donc l'épargne diminue moins au début du processus.



## Conclusion générale

Avec un territoire de 2,5 millions de km<sup>2</sup>, et une démographie dynamique (taux de croissance de 2% par an, avec 37 millions d'habitants fin 2011), l'Algérie dispose du PIB le plus élevé de l'Afrique du Nord (189,3 Mds USD en 2011)<sup>83</sup>, et le quatrième du continent africain. Les richesses de son sous-sol (pétrole et surtout gaz naturel : 4ème exportateur mondial) génèrent 98% des recettes d'exportation (73,4 Mds USD en 2011) et 70% des recettes budgétaires (rente pétrolière)<sup>84</sup>. La hausse des prix des hydrocarbures sur les marchés internationaux, depuis le début des années 2000, a donné aux autorités et au pays, des moyens croissants, pour la réalisation de leurs ambitions de développement économique et social.

L'Algérie dispose d'une situation macroéconomique avantageuse avec une dette extérieure de moins de 3% du PIB, des réserves de change de plus de 180 Mds USD (couvrant 3 ans d'importations), une inflation sous contrôle (autour de 4%), mais un taux de chômage à 10%<sup>85</sup>. La diversification de l'économie, la modernisation et le développement des infrastructures, l'investissement et la création d'emplois sont les grands axes de sa politique de développement.

Un vaste plan d'investissements sur la période 2009-2014<sup>86</sup> de 286 Mds USD est en cours de réalisation. Le savoir faire des investisseurs étrangers est apprécié, mais ne peut se mettre en place que sous la forme d'un partenariat minoritaire depuis 2009 (règle des 51/49%, sujette à discussion). Avec une part de marché de 15% et des exportations d'un montant de 5,75 Mds € en 2011, la France est un des principaux fournisseurs de l'Algérie. Elle y exporte principalement des biens d'équipement (22% du total), des céréales (13%) et des produits pharmaceutiques. En retour, ses importations en provenance d'Algérie (4,4 Mds € en 2011) se composent à 95% d'hydrocarbures. La France est également l'un des tous premiers investisseurs en Algérie avec un stock d'investissements directs étrangers estimé à 1,9 Md € (Banque de France) en 2010. 450 entreprises françaises sont présentes sur le territoire, et génèrent 35 000 emplois directs et 100 000 emplois indirects<sup>87</sup>.

L'Algérie est le principal client de la France dans le monde arabe, et le troisième client hors OCDE après la Chine et la Russie. Cette intégration grandissante dans l'économie mondiale soulève de nouveaux défis pour le secteur productif algérien, notamment pour le secteur industriel. Confrontée au phénomène de la mondialisation économique, le pays est appelé à utiliser correctement ses atouts, pour la réalisation d'une croissance économique durable qui devrait lui permettre de conquérir sa place sur le marché mondial. Avec un taux de croissance de 2,5% en 2011 selon les estimations du FMI, l'économie algérienne a enregistré une performance en retrait par rapport à 2010 (3,30%).

Les facteurs de production que sont le capital et le travail, contribuent de façon décisive à la croissance économique, que ce soit en termes quantitatifs ou par l'amélioration de la qualité. Mais la totalité de la croissance ne peut s'expliquer par ces seules contributions. Les comptes de la croissance laissent apparaître, pour tout pays, un résidu contribuant à la

<sup>83</sup> Direction générale du trésor, Indicateurs économiques et financiers de l'Algérie, novembre 2012.

<sup>84</sup> Direction générale du trésor, La situation économique de l'Algérie à fin 2012 et perspectives 2013.

<sup>85</sup> Direction générale du trésor, Indicateurs économiques et financiers de l'Algérie, novembre 2012.

<sup>86</sup> Direction générale du trésor, Le plan d'investissements publics 2010-2014 et les orientations prioritaires du nouveau gouvernement, novembre 2012.

<sup>87</sup> Direction générale du trésor, Les investissements directs étrangers (IDE) en Algérie en 2011, novembre 2012.

croissance de manière plus ou moins intensive. Ce résidu est assimilable aux effets du progrès technique et des innovations, facteur de gains de productivité et d'amélioration de la compétitivité des entreprises, et résultat de la recherche et développement.

Augmenter le stock de capital revient à augmenter les capacités de production, lorsqu'il s'agit d'un investissement de capacité. La Banque Mondiale a admis, que la contribution du plan de soutien à la relance économique (PSRE) à la croissance, a été de 2% en moyenne par an pendant la période 2001 - 2005. Le programme complémentaire de soutien à la croissance (PCSC), exécuté sur la période 2005-2009, intègre un financement de près de 500 milliards de DA sous forme de prêt du Trésor à long terme à des conditions favorables, dont 405 milliards de DA au profit des secteurs des transports et des travaux publics. Ce programme a induit une hausse significative de la demande, dont la satisfaction aurait eu pour effet une hausse correspondante de l'offre globale. C'est un effet décelable à court terme. A long terme, la dépense générée par la croissance a un effet durable sur l'offre, grâce à l'amélioration du stock de capital.

Les investissements représentent le support matériel de la croissance économique. Leurs dimensions, leur rythme, la manière d'allocation dans les secteurs d'activité économique et leur efficience orientent la croissance économique. La théorie de la croissance endogène met en évidence quatre facteurs principaux agissant sur le taux de croissance d'une économie: l'accumulation de capital physique (Romer 1986); la recherche-développement (Romer 1990); l'accumulation de capital humain (Lucas 1988) et l'effet bénéfique des infrastructures publiques (Barro 1990 et Barro, Sala-i-Martin 1992).

L'apport majeur du modèle Harrod et Domar est l'approche par le capital ; et une variation de l'investissement augmente le revenu, mais libère aussi des capacités supplémentaires de production. Domar arrive à déterminer le taux de croissance nécessaire de l'investissement, qui fait que l'augmentation du revenu qui en découle est suffisante pour combler les capacités de production dégagées par ce même accroissement de l'investissement. Harrod montre l'instabilité de ce chemin de croissance équilibrée ; et tout écart mènera à une expansion ou à une dépression cumulative qui s'écartera de plus en plus de l'équilibre.

L'intérêt du modèle de Solow est de mettre en avant le rôle crucial du progrès technique dans la croissance économique. Selon ce modèle, le développement économique s'explique par trois paramètres : les deux premiers sont l'accroissement des deux principaux facteurs de production, le capital et le travail, le troisième est le progrès technologique. Solow pense qu'à long terme l'économie tendrait vers une situation d'équilibre. L'une des faiblesses théoriques du modèle de Solow vient du fait qu'il considère le progrès technique comme exogène. Solow a accepté, plus tard, l'idée que la formation pouvait être un des facteurs d'amélioration de l'efficacité du travail humain, donc de la croissance.

Le taux d'épargne, contrairement au modèle de Solow où il est exogène et constant, est dans le modèle de Ramsey variable durant la transition. Théoriquement, à la transition, le taux de rendement réel diminue, ce qui provoque par un effet de substitution, une baisse de l'incitation à épargner. Mais durant la transition, la production augmente, ce qui provoque un effet revenu qui dépend de l'élasticité de l'utilité marginale de la consommation. Si l'élasticité est élevée, l'agent a tendance à lisser sa consommation, donc à ne pas trop épargner tant qu'il est pauvre puis à épargner quand il devient riche et saturé. Les rendements décroissants poussent l'épargne à la baisse ; la saturation à la hausse.

Selon notre étude, seul un élargissement des capacités de production peut générer de la croissance. L'effet de l'investissement public peut générer de la croissance économique sous cette condition. En agissant sur la demande globale, l'investissement public a un effet positif sur la production dans le court et le moyen terme. L'investissement est un élément particulier de la demande, puisqu'il permet d'augmenter le stock de capital et est donc susceptible d'augmenter les capacités de production.

La croissance économique désigne la variation positive de la production. Mais cette croissance ne peut se justifier par la seule augmentation de la quantité de travail et de capital. Elle est de plus que jamais obtenue par l'introduction d'innovations qui agissent sur la croissance et sur l'efficacité des facteurs de production.

### **Validation des hypothèses**

Dans cette thèse, nous avons examiné sur le plan économétrique les déterminants macroéconomiques de la fonction de production algérienne, à l'aide des techniques de co-intégration, et du modèle à correction d'erreur. L'étude économétrique sur séries temporelles qui a été entreprise dans notre étude a confirmé la contribution productive du capital et du travail à la formation du PIB en Algérie. En ce qui concerne la dynamique à court terme, cette étude a apporté un éclairage sur la manière dont le capital et le travail influencent les décisions de production.

Notre étude confirme la contribution significative de l'accumulation du capital par tête, à la production par tête. Cette contribution est de 24%. On montre que la croissance de la production par tête s'exprime relativement à la croissance de la quantité de capital par tête. Il faut raisonner en termes de contributions des facteurs. La croissance de la production est la somme pondérée de la croissance de la quantité de capital utilisée, et d'un ensemble de composants non liés à la variation de cette quantité de facteur. Ce facteur résiduel est assimilable au progrès technique.

La mesure de la richesse produite par le facteur travail est nommée « productivité du travail ». Quand la productivité augmente, elle permet d'accroître le revenu par tête. Dans un rapport publié en 2003, la Banque Mondiale procède à une analyse de l'action de l'Etat qui est désigné comme responsable des décisions qui ont modelé l'économie algérienne. Selon ce rapport, la productivité totale des facteurs (PTF) a été négative du début des années 80 à 1994, avant de devenir légèrement positive suite à l'application du programme d'ajustement structurel (PAS) au développement du secteur privé.

En comparant l'Algérie à des pays semblables, la Banque mondiale conclut que de 1971 à 2000, la croissance du PIB par tête a été de 0,9% par an en moyenne au lieu de 3,2%, soit une croissance perdue de 2,3% par an en moyenne. Sur trois décennies le pays aurait subi 60% de revenus en moins par tête. Les facteurs à l'origine de la croissance manquante sont: la volatilité liée à la macroéconomie, principalement les termes de l'échange ; la faiblesse des institutions, la faiblesse du capital humain et les distorsions des prix relatifs. La faiblesse de la PTF n'a pas été compensée par les investissements massifs du secteur public.

Selon les résultats du troisième chapitre, la fonction de production de l'économie est de type Cobb-Douglas,  $Y = AK^\alpha L^\beta$ . La production est influencée positivement par le capital et le travail. Les élasticités du capital et du travail sont respectivement de 0,24 et 0.65. Elles mesurent la sensibilité de réaction de la production à des modifications initiales de ces

facteurs. Pour ce qui est de la production totale des facteurs, les résultats montrent un impact positif sur la production. Le progrès technique est constant.

Lorsque le capital augmente, la productivité marginale du capital diminue. Le fait que la fonction de production est à productivité marginale décroissante assure l'existence d'un état stationnaire unique. L'état stationnaire désigne une économie dont les activités sont relativement stables. C'est une solution qui prévaut à long terme pour toute économie. Si celle-ci s'éloigne de son état stationnaire, elle reviendra par la suite pour s'en rapprocher. Cet état est caractérisé par une non variation du capital par unité de travailleur efficace.

Le taux de rendement du capital par travailleur et la technologie, font augmenter la valeur du capital par unité de travailleur efficace de l'état stationnaire ; tandis que la hausse du taux de dépréciation et du taux de préférence pour le présent la font diminuer. Le taux de croissance dépend positivement de la rentabilité du capital à l'équilibre ; et négativement de « l'impatience » des ménages. Un taux d'escompte psychologique ( $\rho = 0.02$ ), ainsi qu'un taux de substitution inter-temporel élevés ( $1/\sigma$ ), diminuent le taux de croissance à long terme.

Les résultats du quatrième chapitre indiquent que la dynamique transitoire qui résulte de l'équilibre concurrentiel fait converger l'économie vers l'état stationnaire. Il est donc optimal, pour des agents rationnels, de suivre ce sentier de croissance équilibrée. Une fois atteint l'état stationnaire, l'économie se stabilise. La croissance économique se fait au rythme d'évolution de la population qui est de 3,5%.

Les déterminants de cette croissance à long terme sont le taux démographique et le progrès technique. Le progrès technique induit un accroissement de l'efficacité du travail. Selon notre fonction de production, le progrès technique est constant et la population active croît au taux  $n$ , ce qui implique une diminution de la productivité totale des facteurs. L'accroissement de la population ne permet pas une élévation du niveau de vie. Une économie à fort taux de croissance démographique aura un revenu par habitant plus faible. En fait, plus la population croît rapidement, plus la part de l'épargne qui sert simplement à maintenir le capital par tête constant doit être élevée.

Le taux de croissance de la population entraîne une croissance des grandeurs absolues au même taux, tandis que les grandeurs exprimées par travailleur restent constantes. A l'état stationnaire, la croissance de la production, de la consommation et du stock de capital sont respectivement de 3,2%, 3,4% et 3,5%. En revanche, on a constaté une absence de croissance des grandeurs en unité de travail efficace. Les variables par tête progressent au même taux que le progrès technique. Et ce taux n'est pas appréciable.

Pour améliorer la situation de l'ensemble des générations futures, il faut que la génération d'aujourd'hui épargne plus, ce qui réduit son bien-être (utilité). Dans notre modèle, le taux d'épargne d'état régulier est égal à 0,27. Ce taux optimise la consommation par tête. Cette économie est optimale au sens de Pareto puisqu'il n'est pas possible d'améliorer la situation d'un individu sans détériorer celle d'un autre. L'équilibre stationnaire est donc optimal au sens de Pareto.



L'Algérie souffre d'un chômage important, touchant les jeunes, d'un manque de croissance économique et d'un recul industriel important. La croissance peut s'établir sur les axes suivant :

- la croissance économique doit être favorisée par l'ouverture à l'économie de marché, profitant ainsi des avantages classiques de la liberté d'entreprise, de la concurrence et, surtout de l'insertion dans les échanges mondiaux qui favorisent les exportations hors hydrocarbure
- l'encouragement diversifiant de l'épargne doit faciliter le financement des investissements (accumulation de capital), indispensables à la croissance, en mettant à la disposition des entreprises les capitaux mobilisables. Ces investissements vont permettre une augmentation des capacités de production, facteur direct de croissance du PIB.

L'Algérie dispose d'importantes ressources pour financer ses infrastructures sans recourir à l'impôt, qui en l'absence de ces ressources aurait été le seul moyen possible. L'économie et la société sont exonérées des prélèvements correspondants. Le FMI et la Banque Mondiale préconise que les ressources en hydrocarbures pourraient être utilisées pour financer l'accroissement du stock de capital physique et humain afin de soutenir la croissance économique.

Un modèle de croissance économique représente une construction mathématique correspondant à une structure logique de la théorie de la croissance économique. Ce modèle est supposé représenter l'ensemble des facteurs qui contribuent à la croissance du revenu national dans sa totalité, ou par habitant, ainsi que la dépendance fonctionnelle entre ces facteurs par l'intermédiaire d'un système d'équations. La modélisation de la croissance économique, limitée à un certain nombre d'équations et de facteurs essentiels, représente potentiellement le phénomène analysé.

Mais, il n'existe pas un modèle qui puisse représenter réellement la structure de toute une économie, et dans toute sa complexité. Une image compréhensive et logique du tout, peut être obtenue par l'analyse successive de certains aspects partiels. Les modèles économiques ne représentent pas une fin mais un ensemble d'instruments et outils permettant de faciliter et de rendre plus rigoureuse la prévision de la croissance économique, et donc de simplifier l'approche de la réalité économique.



## Bibliographies

1. Algérie, Perspectives économiques en Afrique, BAFD, OCDE2008
2. Algérie, Perspectives économiques en Afrique, BAFD, OCDE2007
3. Algérie, Perspectives économiques en Afrique, BAFD, OCDE2006
4. Algérie, Perspectives économiques en Afrique, BAFD, OCDE2005
5. Algérie, Perspectives économiques en Afrique, BAFD, OCDE2004
6. Algérie, Perspectives économiques en Afrique, BAFD, OCDE2003
7. Algérie : Questions choisies, rapport du FMI N° 05/52, février 2007.
8. Algérie : Consultations de 2006 au titre de l'article IV, rapport du FMI N° 07/72, février 2007.
9. Algérie : Questions choisies, rapport du FMI n°07/61 février 2007.
10. Algérie : Questions choisies, rapport du FMI N° 05/52, mai 2006
11. Algérie : Questions choisies, rapport du FMI N° 06/101, mars 2006.
12. Algérie : Consultations de 2005 au titre de l'article IV, rapport du FMI N° 06/93, mars 2006.
13. Algérie : Consultations de 2004 au titre de l'article IV, rapport du FMI N° 05/50, février 2005.
14. Algérie Ministère des Finances, « Rapport de présentation du projet de la loi de finances aire pour 2008, Algérie Septembre 2007.
15. Algérie « Rapport de présentation du projet de la loi de finances complémentaire pour 2006, Ministère des Finances, Septembre 2006.
16. Algérie « Note de présentation du programme de la loi de finances complémentaire pour 2006, Ministère des Finances, juillet 2006.
17. Algérie « Rapport de présentation de la loi de finances complémentaire pour 2006, Ministère des Finances, octobre 2005.
18. Algérie « Année une du programme de consolidation de la croissance 2005-2009 », Ministère des Finances, Septembre 2004.
19. Angus Maddison, The World Economy: A Millennial Perspective, OCDE, Paris, 2001.
20. Banque d'Algérie « tendances monétaires et financières », premier semestre 2007.
21. Banque Mondiale : « Revue des dépenses publiques »- Algérie 2007.
22. Bannock, G., Baxter, R.E., Davis, E, The economist books: dictionary of economics, The Bath Press, 1998.
23. Benabdallah. Y. Le développement des infrastructures en Algérie : quels effets sur la croissance économique et l'environnement de l'investissement ? CREAD Alger ,2008.
24. Benabdallah- Y. L'économie algérienne entre réformes et ouverture : quelle priorité ? CREAD Alger,2007.
25. Benabdallah. Y: Croissance économique et dutch disease en Algérie, Revue du CREAD n° 75, second semestre 2006.
26. Benabdallah. Y : « L'Algérie dans la perspective de l'accord d'association avec l'Union européenne » Revue du CREAD n° 75, second semestre 2006
27. Cuong Le Van , Katheline Schubert , Tu Anh Nguyen “With exhaustible resources, can a developing country escape from the poverty trap ?” Journal of Economic Théory, vol 145, N°6, pp 2435-2447, November 2010.
28. Cuong Van- Rose- Anne Danna, Dynamique Programming in Economics, Ed 2003

29. Christian Comeliau, « La croissance ou le progrès ? » Croissance, décroissance, développement durable, Développement durable et territoire, Ed.Seuil, 2006.
30. Conférence du chef du gouvernement Mr A Ouyahia, mars 2006.
31. Domar, E.D « Expansion et Emploi », Abraham-Frois et al. (1973)
32. Harrod, R.F. Théorèmes Dynamiques Fondamentaux, Abraham-Frois et al.1973.
33. Direction générale du trésor, Le plan d'investissements publics 2010-2014 et les orientations prioritaires du nouveau gouvernement, novembre 2012.
34. Direction générale du trésor, La situation économique de l'Algérie à fin 2012 et perspectives 2013.
35. Document de stratégie 2007 – 2013 & Programme indicatif national 2007 – 2010, « Instrument européen de voisinage et de partenariat », Algérie,
36. Direction générale du trésor; Lettre Economique d'Algérie n°14, décembre 2012.
37. Direction générale du trésor, Indicateurs économiques et financiers de l'Algérie, novembre 2012.
38. Direction générale du trésor; Le cadre de l'investissement en Algérie en 2012
39. Direction générale du trésor, La situation économique de l'Algérie à fin 2012 et perspectives 2013.
40. Direction générale du trésor, Indicateurs économiques et financiers de l'Algérie, novembre 2012.
41. Direction générale du trésor, Les investissements directs étrangers (IDE) en Algérie en 2011, novembre 2012.
42. Engle R.F. and Granger C.W.J. “Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing”, *Econometrica*, vol.55, N°2, pp 251-276, 1987.
43. Emmanuel Thibault « L'équivalence Ricardienne dans les Modèles de Croissance avec Accumulation du Capital » *Revue d'Economie Politique*, vol. 113, pp. 171-197, 2003.
44. El Ghak Teheni « Rôle de la productivité dans la croissance et la convergence économiques, revue théorique et Validation empirique » article 2006.
45. François Perroux, « L'économie du XX<sup>ème</sup> siècle » Presse Universitaire de France, 3<sup>ème</sup> édition, 1969.
46. Gilbert Abraham-Frois, Alain Goergen “A propos du principe du Maximum », *revue économique*, vol.53 N°1, pp 7-27, 2002.
47. Groupe de la Banque Africaine de Développement, note de dialogue 2011-2012, mai 2011.
48. Gérard Chambas, Jean-Louis Combes, Patrick Guillaumont, Sylviane Guillaumont Jeanneney, Bertrand Laporte, Mali : les facteurs de croissance à long terme, OCDE, programme de recherche sur l'Afrique émergente, février 2000.
49. Houria Ouchalal, Hocine Khelfaoui et Yassine Ferfera, « Situation de la R&D dans l'industrie algérienne. » Cas de trois entreprises publiques, document, IRD, décembre 2005
50. Hélène Djoufelkit « Rente développement du secteur productif et croissance en Algérie », document de travail, Agence Française de Développement, juin 2008.
51. Isabelle Bensidoun et Laurence Boone « La notion de convergence », Document de travail, *L'économie mondiale*, CEPII, 1999.
52. Isabelle Cadoret-Catherine Benjamin-Frank Martin-Nadine Herrard-Steven Tanguy « L'économétrie appliquée » Méthodes –Applications- Corrigés, 2<sup>ème</sup> édition , collection : Ouvertures économiques, Ed –D.Boeck, Avril 2009.

53. Johansen S. "Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian vector autoregressive models", *Journal of Economic Dynamics and Control*, *Econometrica*, vol.59, pp. 1551-1580, 1991.
54. Johansen S., "Statistical Analysis of Cointegration Vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, *Econometrica*, vol.12, pp 231-254, 1998.
55. Jean-Claude Berthélemy and Ludvig Söderling, the role of capital accumulation, adjustment and structural change for economic take-off: empirical evidence from African growth episodes, Working Paper N°150, OECD development centre, July 1999.
56. Jean-Claude Berthélemy et Aristomène Varoudakis « Quelles politiques pour un décollage économique? » cahier de politique économique N°12, centre de développement de l'OCDE, 1996.
57. J.Silvestre « les inégalités de salaire : marché du travail et croissance économique » P.U.F.1978 .
58. Jérôme Glachant « La croissance optimale », papier, Septembre 1999.
59. Marion Gaspard « les démonstrations de la règle de Ramsey, les mathématiques comme self-control », *Revue économique*, vol. 52, N°3, pp 595-604, mai 2001.
60. Julien Hardelin, François Marical « Taux d'actualisation et politiques environnementales : un point sur le débat » Collection « Études et documents » N°42 Mai 2011.
61. Laurent Vernière « Croissance et structure par âge de la population : quel impact sur les variables économiques », *Questions retraite* n°99-23/24 décembre 1999
62. Loïc Philip *Encyclopédie des finances publiques*, Economica, 1991.
63. Loi de finances 2008.
64. Lucas R., Sargent T., " After Keynesians Macroeconomics ", Federal Reserve Bank of Minneapolis, *Quarterly Review*, vol. 3, N°2, pp 1-16, 1979.
65. Lardic S. et Mignon V., " Econométrie Des Séries Temporelles Macroéconomiques et Financières", Economica, Paris, 2002.
66. Marc Fleubay, Philippe Michel « Quelques réflexions sur la croissance optimale » *revue économique*, vol.50 N°4, pp 715-732, Sciences Po University Press, 1999.
67. Nurks R. : Les problèmes de la formation du capital dans les pays sous développés, CUJAS, 1968.
68. Nina Kousnetzoff « Croissance économique mondiale : un scénario de référence à l'horizon 2030 », CEPII, Document de travail n°2001-21
69. Philippe Darreau « Croissance et politiques économique » Ed de boeck, 2003.
70. Philippe Darreau, François Pigalle « Hétérogénéité des préférences pour le présent dans un modèle de croissance à horizon infini », document de travail, juillet 1999.
71. Pierre Maillet « La Croissance économique » Presses Universitaires de France, 1976.
72. Projet de loi de Finance pour 2012, Rapport sur la dépense publique et son évolution.
73. Pearce, D.W. "The MIT dictionary of modern economics", 4th edition, The MIT press, Cambridge, 1992.
74. P. Jacquet Pierre Jacquet et Olivier Charnoz : « Infrastructures, croissance et réduction de la pauvreté », Article pour le Forum franco-vietnamien (6-13 septembre 2003)
75. Régis Bourbonnais « Manuel et exercices corrigés, Econométrie » 5<sup>ème</sup> édition, Dunod, Paris 2004.
76. Robert.J.Barro-Xavier Sala-i-Martin « Economic Growth » 2<sup>ème</sup> edition The MIT press, 2004
77. Robert.J.Barro-Xavier Sala-i-Martin « La croissance économique » Ediscience international, 1996.

78. Robert Solow, Technical Change and the Aggregate Production Function, The review of Economics and statistics, vol.36,N°3, pp 312-320, 1957.
79. Robert M Solow, (1956) « A contribution to the theory of economic growth », Quarterly Journal of Economics, vol.70, N°1, pp 65-94.
80. Ramsey Franck. (1928), « A mathematical theory of savings », Economic Journal, vol. 38, N° 152, pp 543-559
81. Revue de dépenses publiques, rapport n°36270-DZ, document de travail de la banque mondiale février 2007
82. Réformes économiques, Objectif croissance, « Politiques structurelles dans les pays de l'OCDE, Indicateurs et priorités », 2007.
83. Rapport publié par le FMI « Pourquoi le chômage en Algérie est plus élevé que dans les pays MENA ?... » septembre 2007.
84. Rapport « Profil Pays Algérie », Institut de La Méditerranée, France Economic Research Forum, Egypte Coordinateurs Femise 2005.
85. Rapport « les sources de la croissance économique au Maroc » ? Haut Commissariat au Plan Septembre 2005
86. Sims Christopher A" Macroeconomics and Reality ", Econometrica, vol. 48, N°1, pp. 1-48, 1980.
87. Salvatore . Dominick « économétrie et statistiques appliquées » Série Schaum M .G.H. Paris 1985.
88. Ulrick Kohli « Analyse macroéconomique » Edition De-Boeck & Larcier, 1999.
89. Xavier Greff « Comprendre la politique économique », 2<sup>ème</sup> édition, Economica, 2009.